

Artículo publicado en el Repositorio Institucional del IMTA

<i>Título</i>	Modelación estocástica del consumo doméstico de agua potable, empleando el esquema de Neyman-Scott.
<i>Autor / Adscripción</i>	<p>Víctor H. Alcocer Yamanaka Velitchko Tzatchkov Instituto Mexicano de Tecnología del Agua</p> <p>Rafael García Bartual Universidad Politécnica de Valencia, España</p> <p>Steven Buchberger University of Cincinnati, EUA</p> <p>Felipe I. Arreguín Cortés Comisión Nacional del Agua, México</p> <p>Telly León Rodríguez Universidad Nacional Autónoma de México</p>
<i>Publicación</i>	Ingeniería Hidráulica en México, 23(3): 105-121
<i>Fecha de publicación</i>	2008
<i>Resumen</i>	El consumo de agua potable en el ámbito doméstico tiene carácter estocástico; por ello, con objeto de caracterizarlo, recientemente se han desarrollado métodos que lo representan como series de pulsos rectangulares de Poisson (PRP). En este artículo se presenta un nuevo método para estimar los parámetros necesarios para la generación de las series de consumo instantáneo, con base en mediciones con intervalos de tiempo mayores a un segundo (por ejemplo, un minuto).
<i>Identificador</i>	http://hdl.handle.net/123456789/850

Modelación estocástica del consumo doméstico de agua potable, empleando el esquema de Neyman-Scott

Víctor Hugo Alcocer-Yamanaka
Velitchko Tzatchkov

Instituto Mexicano de Tecnología del Agua

Rafael García-Bartual

Universidad Politécnica de Valencia, España

Steven Buchberger

University of Cincinnati, EUA

Felipe I. Arreguín-Cortés

Comisión Nacional del Agua, México

Telly León-Rodríguez

Universidad Nacional Autónoma de México

El consumo de agua potable en el ámbito doméstico tiene carácter estocástico; por ello, con objeto de caracterizarlo, recientemente se han desarrollado métodos que lo representan como series de pulsos rectangulares de Poisson (PRP). Estos métodos requieren de ciertos parámetros para poder generar las series de consumo, como son la intensidad, duración y frecuencia de los pulsos; cada uno de ellos representado estadísticamente por su valor medio, varianza y distribución de probabilidad. La obtención de estos parámetros se basa en la medición directa de la demanda instantánea. Sin embargo, esta forma de medición y caracterización directa de los pulsos se soporta con mediciones con intervalo de registro de un segundo (consumo instantáneo), por lo que genera una enorme cantidad de datos por manejar y es impráctica. En este artículo se presenta un nuevo método para estimar los parámetros necesarios para la generación de las series de consumo instantáneo, con base en mediciones con intervalos de tiempo mayores a un segundo (por ejemplo, un minuto). El método propuesto considera algunos principios del proceso de Neyman-Scott (N-S) en la desagregación temporal del volumen acumulado. La estimación de los parámetros se fundamenta en la comparación de los momentos observados, producto de las mediciones en campo, con los momentos teóricos obtenidos de un análisis del proceso estocástico. Se plantea una función objetivo que expresa la relación entre ambos momentos (teóricos y observados), la cual se minimiza mediante técnicas de programación no lineal (NLP), obteniéndose así los parámetros que caracterizan estadísticamente la intensidad, duración y frecuencia de los pulsos de consumo instantáneo. Una vez estimados tales parámetros, el modelo estocástico permite abordar el problema de la generación de series sintéticas de consumo, empleando cualquier intervalo de agregación temporal. El método se validó por medio de una comparación entre series generadas con los parámetros resultantes del método propuesto y series medidas en campo.

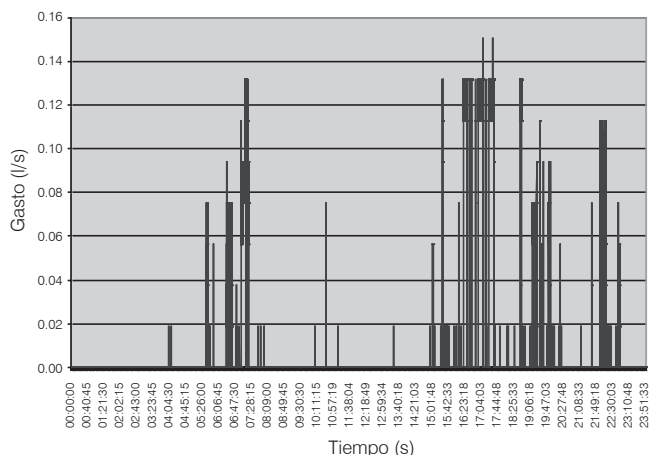
Palabras clave: consumo estocástico de agua potable, modelación del consumo de agua potable, estimación de parámetros, series de consumo de agua, desagregación temporal, método de Neyman-Scott.

Introducción

En las últimas décadas se han realizado avances importantes en la modelación matemática de redes de distribución de agua, sin embargo no es así en cuanto a la modelación del consumo. Existen ahora programas computacionales (*software*), como *Epanet* (Rossman, 2000), *Scadred* (Tzatchkov e Izurieta, 1996) y otros, que permiten introducir la red completa (incluyendo red secundaria) en un ambiente gráfico y modelar su operación en estado permanente (análisis estático) y no permanente (análisis dinámico). Usualmente, para representar los consumos de agua potable de los usuarios para los fines de la modelación dinámica, se emplean curvas de variación horaria (método tradicional). La modelación de las redes con el uso de ese tipo de curvas resulta aceptable para las tuberías principales, donde la variación del caudal conducido es continua, pero es poco realista en las tuberías secundarias que proporcionan el servicio, dado que el consumo real en un domicilio se presenta con pulsos instantáneos, generalmente de poca duración, seguidos de periodos prolongados sin consumo (ilustración 1).

Ante esta situación, para modelar con mayor certeza el comportamiento hidráulico y de calidad del agua dentro de las redes de distribución, incluyendo las tuberías secundarias, surge la necesidad de enfoques más realistas, que incluyan una definición temporal más precisa del consumo doméstico con escalas inferiores a la horaria. En general, resulta útil, con el enorme potencial de beneficios prácticos, contar con modelos matemáticos capaces de representar con realismo el proceso de la demanda del consumo doméstico de agua y, a su vez, generar series sintéticas temporales

Ilustración 1. Variación típica de la demanda de agua potable en un día, medida en un domicilio.



y espacio-temporales de consumos de agua instantáneos. Con ello se abren las puertas a un número importante de investigaciones y posibilita incorporar mejoras en el proceso de análisis del comportamiento de redes, simulación de escenarios futuros en diferentes zonas de las ciudades, proyectos de ampliación y gestión de redes existentes, entre otros. Un ejemplo de lo anterior es el “estancamiento” ($V = 0$) que se presenta con frecuencia dentro de las tuberías en servicio.

Trabajos previos

El reconocimiento de que los consumos se producen aleatoriamente ha motivado a algunos investigadores (Kiya y Murakawa, 1989; Buchberger y Wu, 1995) a formular que la ocurrencia de consumos a lo largo del tiempo sigue un proceso de Poisson, habiendo sido verificada esta hipótesis (Buchberger *et al.*, 2003). Un proceso de Poisson es un proceso aleatorio de sucesos independientes, que basa su ocurrencia en una distribución de probabilidades. Además, dicho proceso es estadísticamente no estacionario, debido a que la frecuencia del consumo doméstico de agua a lo largo del día varía considerablemente de unas horas a otras.

Recientemente se han desarrollado modelos de simulación como el *PRP*, *Poisson Rectangular Pulses* (Buchberger *et al.*, 2003), que permiten generar series de consumos bajo criterios estocásticos. Cada consumo individual de agua se representa como un pulso rectangular con una altura (intensidad) x y un ancho (duración) aleatorios. La generación de las series utiliza los siguientes parámetros básicos: tasa de llegada o frecuencia de los pulsos individuales λ , intensidad promedio de los pulsos μ_x , varianza de esa intensidad $Var(\mu_x)$, duración promedio de los pulsos η y la varianza de esa duración $Var(\eta)$. La obtención de estos parámetros se ha realizado generalmente con base en mediciones de consumo con intervalo de registro de un segundo, lo que requiere de sofisticados equipos de medición y almacenamiento de datos, y de un elevado esfuerzo computacional en el análisis de los datos generados (Buchberger *et al.*, 2003).

Realizar mediciones con intervalo de un segundo tiene la ventaja de obtener directamente la evolución del consumo instantáneo, pero es impráctica, dada la enorme cantidad de datos por manejar (del orden de cientos de miles a millones de registros para un solo domicilio, muchos de los cuales son iguales a cero).

Por ello, paralelamente se han desarrollado en los últimos años técnicas orientadas a la estimación indirecta de los parámetros λ , μ_x , $Var(\mu_x)$, η y $Var(\eta)$ de series observadas de la demanda con intervalos de registro

más largos, destacando la desagregación espacial y temporal (Alcocer *et al.*, 2006; Guercio *et al.*, 2001). Métodos de esta naturaleza han sido desarrollados para la modelación de la lluvia también (Rodríguez-Iturbe *et al.*, 1984). En esas técnicas, la estimación de los parámetros se basa en el planteamiento de una función objetivo que expresa la relación entre los momentos estadísticos de la serie observada y los momentos teóricos del modelo estocástico, que se minimiza a través de técnicas de programación no lineal, obteniéndose a partir de ello los parámetros deseados. Nadimpalli y Buchberger (2003) realizaron una comparación entre esas técnicas, aplicadas al problema de estimación de los parámetros con base en ejemplos. Las técnicas se diferencian entre sí por el tipo de distribución de probabilidad que se asume para gobernar el comportamiento de algunos parámetros, por ejemplo la duración e intensidad de los pulsos, y por el proceso estocástico que se emplea como base para formular los momentos teóricos involucrados (Rodríguez-Iturbe *et al.*, 1984). En particular, Nadimpalli y Buchberger (2003) realizaron un análisis para definir la certeza en los valores estimados con cuatro de esas técnicas. Los resultados de su análisis demuestran que el proceso de Guercio *et al.* (2001), involucrando una distribución de probabilidades normal, obtiene un grado de confiabilidad mayor con respecto a los procesos de Poisson y Markoviano propuestos por Rodríguez-Iturbe (1986); sin embargo, ninguna de las técnicas cumple con la condición de poder trabajar con diferentes escalas de tiempo y simultáneamente obtener resultados favorables en cuanto a la estimación de parámetros, por lo que se requiere de métodos que permitan realizar funciones de agregación y desagregación temporal con mayor flexibilidad, sin importar el intervalo de registro h empleado.

En este trabajo se propone un método para estimar los parámetros básicos necesarios para generar las series de consumo, esto a partir de la desagregación temporal de mediciones con intervalo de registro de mayores a un segundo. A diferencia de los métodos conocidos mencionados, la estimación se realiza con datos de series de consumo medidos en los propios domicilios, lo que elimina el error debido a la agregación espacial. Parte de la formulación matemática está basada en un tipo de proceso estocástico, conocido como proceso o esquema de Neyman-Scott (N-S). El esquema de N-S fue desarrollado en 1958, y aplicado para describir la distribución de las galaxias en el espacio (Neyman y Scott, 1958). La formulación teórica de este método se ha convertido en la representación de algunos fenómenos en el campo de la física, biología y ciencias sociales (Lewis, 1972). Posteriormente, este esquema fue aplicado por Rodríguez-Iturbe y Eagleson (1987), así como por Rodríguez-Iturbe *et al.* (1987) en el campo de la hidrología.

Finalmente, el método se validó con datos de consumo de agua potable de domicilios ubicados en la ciudad de Culiacán, México.

Formulación matemática del método propuesto

El comportamiento estocástico de la lluvia ha sido un campo de aplicación de esquemas como N-S (Salsón y García, 1998), sin embargo, en la modelación del consumo doméstico generalmente no se ha realizado este tipo de trabajos, por lo que es ilustrativo establecer las analogías que existen entre ambas acciones dentro de la formulación. En términos generales se establece que los eventos incluidos dentro del esquema de N-S podrán definirse como lluvia o series de pulsos de consumo doméstico, según sea el caso (cuadro 1).

Cuadro 1. Definición de variables del proceso de Neyman-Scott aplicado a lluvia y a consumo de agua potable.

Variable	Tormenta	Consumo de agua potable
$Y(t)$	Intensidad acumulada de la tormenta. Se define como la altura de lluvia total de la tormenta en un tiempo t .	Volumen acumulado. Se define como la suma del volumen de todos los pulsos en un tiempo t .
$X_u(\tau)$	Intensidad aleatoria de un pulso. Un pulso se define por la altura de precipitación y su duración. La altura de precipitación se mide en milímetros y la duración en horas.	Caudal o gasto asociado con un pulso. Se mide en volumen por unidad de tiempo.
$N(t)$	Número de ocurrencias dentro del proceso de Poisson referido al inicio condicional de un evento de tormenta.	Número de ocurrencias dentro del proceso de Poisson referido al inicio condicional del evento.
μ_c	Número de pulsos que se presentan dentro un tiempo t .	Número de pulsos que se presentan dentro un tiempo t .

Básicamente se trata de un proceso de cierta tasa de llegada (frecuencia) de eventos donde el evento por tratar (registros de consumo doméstico o lluvia) se presenta simulando un proceso de Poisson con parámetro λ , que representa el número de ocurrencias por unidad de tiempo y donde existe un número aleatorio de celdas (pulsos de demanda) asociadas con cada evento. La unidad dimensional de la tasa de llegada es $\frac{1}{T}$, siendo T el tiempo.

El tiempo entre el inicio del evento y el origen de cada celda o pulso se encuentra distribuido de forma exponencial, representado con un parámetro β . En otras palabras, este parámetro representa el tiempo promedio entre el origen del evento y cada una de las celdas. De igual forma que la tasa de llegada, el parámetro β se expresa dimensionalmente como $\frac{1}{T}$.

La función de densidad de la distribución exponencial de probabilidad se expresa de la forma siguiente:

$$f(u; \beta) = \beta e^{-\beta u} \quad (1)$$

donde:

u = representa una variable aleatoria (argumento de la función).

β = parámetro; en este caso, el tiempo promedio entre el inicio del evento y las celdas.

Por convención dentro del esquema de N-S, el inicio del primer pulso o celda no obligatoriamente coincide con el origen del evento al que pertenece. Otra consideración del esquema es que el origen de cada celda o pulso rectangular es independiente de la ocurrencia de otra celda dentro del evento, por lo que es posible que exista un traslape entre los pulsos (ilustración 2).

Un argumento adicional del esquema es que la magnitud de la intensidad x y la duración η de los pulsos se gobiernan por una distribución exponencial. Dimensionalmente, dentro del esquema de N-S, la duración η^{-1} se expresa en unidades T y la intensidad x en $\frac{V}{T}$, siendo V el volumen acumulado de lluvia o de consumo (ilustración 3).

Propiedades de segundo orden del esquema de N-S:

Las expresiones analíticas que describe el esquema se expresan a través de momentos teóricos de segundo orden que involucran la media, varianza y covarianza de los pulsos (Rodríguez-Iturbe *et al.*, 1984; Rodríguez-Iturbe *et al.*, 1987; Rodríguez-Iturbe *et al.*, 1988; Cowpertwait *et al.*, 1996a, 1996b).

La derivación de las propiedades de segundo orden del esquema para conocer la altura de precipitación o volumen acumulado parte de la siguiente definición de $Y(t)$ (Rodríguez Iturbe *et al.*, 1987):

Ilustración 2. Representación del esquema de Neyman-Scott (primera parte).

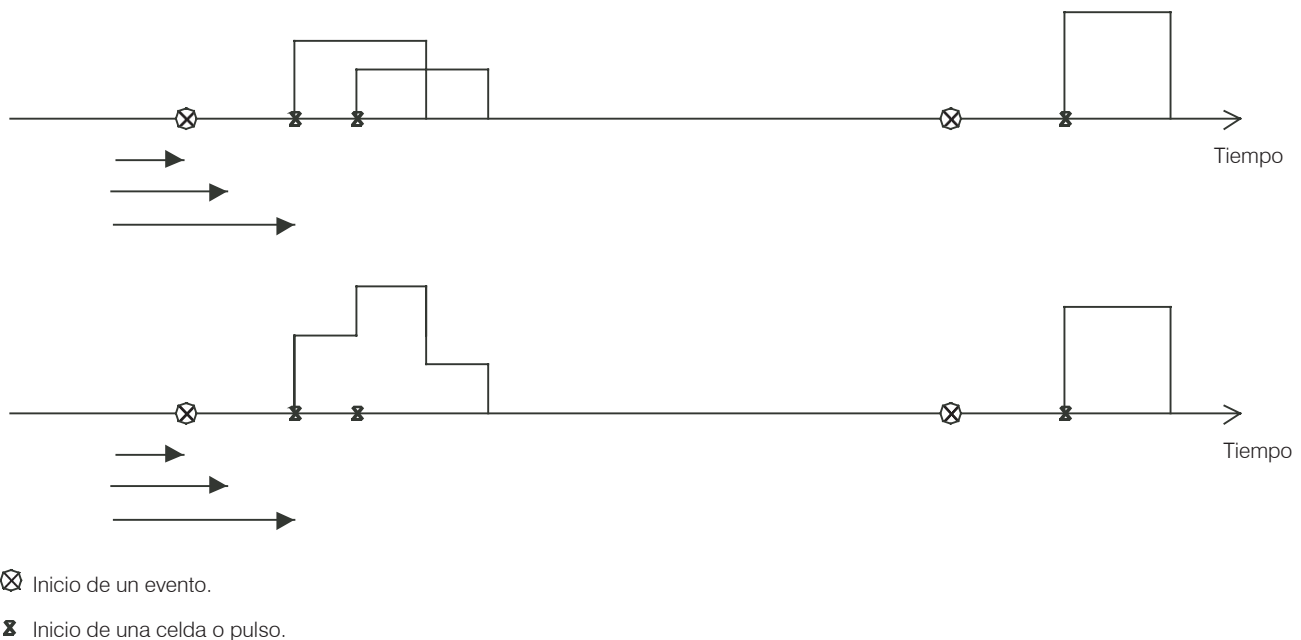
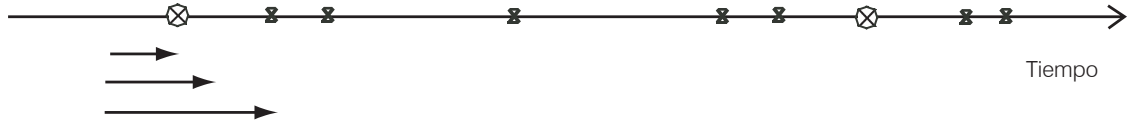


Ilustración 3. Esquemmatización del modelo Neyman-Scott (segunda parte) (Cowpertwait, 1991).

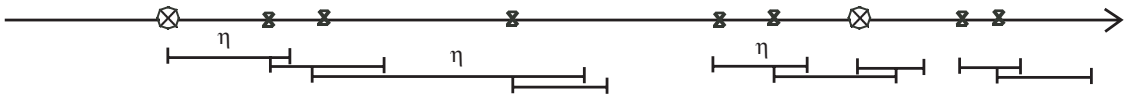
Los orígenes de los eventos ocurren en el tiempo según un proceso de Poisson



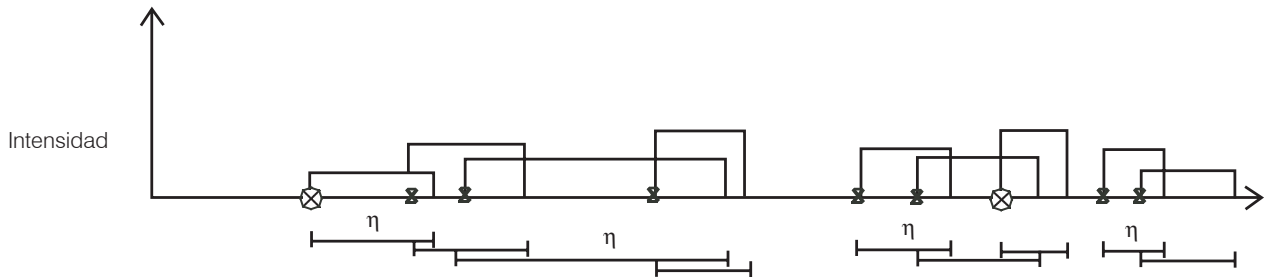
Cada evento genera un número aleatorio de celdas o pulsos



Las celdas tienen una duración distribuida exponencialmente



La intensidad de cada celda/pulso se distribuye exponencialmente



La intensidad del consumo en un instante genérico resulta de la suma de intensidades debidas a los pulsos activos en el momento



⊗ Inicio de un evento ⊗ Inicio de una celda o pulso η Duración total de un pulso

$$Y(t) = \int_{u=0}^{\infty} X_{t-u}(u) dN(t-u) \quad (2)$$

De forma particular, la media de la intensidad del proceso puede estar representada como el producto de la tasa de llegada referida al origen de la celda λ , la duración promedio por celda y la intensidad promedio de cada celda, teniendo lo siguiente (Rodríguez-Iturbe et al., 1987):

$$E\{Y(t)\} = \lambda \mu_c \eta^{-1} \mu_x = \rho \mu_c \mu_x \quad (3)$$

Siendo:

$\rho = \frac{\lambda}{\eta}$, parámetro adimensional, que representa el factor de utilización.

$\mu_x = E(X)$, intensidad promedio de cada pulso (I^3/T).

La covarianza con desplazamiento τ estará dada por:

$$c_Y(\tau) = \text{Cov}\{Y(t), Y(t + \tau)\}$$

$$= \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} E\{X_{t-u}(u) X_{t+\tau-v}(v)\} \text{Cov}\{dN(t-u), dN(t+\tau-v)\} \quad (4)$$

donde $\text{Cov}\{dN(t_1), dN(t_2)\}$ podrá ser expresada (Cox e Isham, 1980) en términos de una función condicional de la intensidad $h(\cdot)$ dentro del proceso de Neyman-Scott como:

$$c(u) = \text{Cov}\{dN(t), dN(t+u)\} = \lambda \mu_c \{\delta(u) + h(u) - \lambda \mu_c\} dt du \quad (5)$$

donde δ denota la función de delta Dirac.

Por lo que para el proceso de Neyman-Scott, la función condicional de la intensidad $h(\cdot)$ estará dada por (Rodríguez-Iturbe et al., 1987):

$$h(u) = \lambda \mu_c + \mu_c^{-1} E\{C(C-1)\} \int_0^{\infty} \beta e^{-\beta x} e^{-\beta(x+u)} dx \quad (6)$$

$$= \lambda \mu_c + \frac{1}{2} \mu_c^{-1} E\{C(C-1)\} \beta e^{-\beta u}$$

De acuerdo con Cox e Isham (1980):

$$c(u) = \lambda \mu_c \left[\delta(u) + \frac{1}{2} \mu_c^{-1} E\{C(C-1)\} \beta e^{-\beta u} \right] \quad (7)$$

donde:

$\mu_c = E(C)$ expresa el valor medio del número de celdas o pulsos por evento.

También:

$$X_{t-u}(u) = \begin{cases} X & \text{con probabilidad } e^{-\eta u} \\ 0 & \text{con probabilidad } 1 - e^{-\eta u} \end{cases}$$

Donde X es una variable aleatoria.

Por lo tanto, a partir de la ecuación (4), y señalando que $\mu_x^2 = E^2(X)$, se tiene:

$$c_Y(\tau) = \rho \left\{ \mu_c E(X^2) + \frac{1}{2} \mu_x^2 E(C^2 - C) \beta^2 / (\beta^2 - \eta^2) \right\} e^{-\eta \tau} \quad (8)$$

$$- \frac{1}{2} \rho \mu_x^2 E(C^2 - C) \times \beta \eta e^{-\beta \tau} / (\beta^2 - \eta^2)$$

Considerando $\tau=0$ en la ecuación (8), se obtendrá la varianza del volumen del proceso:

$$\text{Var}\{Y(t)\} = \rho \mu_c E(X^2) + \frac{1}{2} \rho \mu_x^2 E(C^2 - C) \beta / (\beta + \eta) \quad (9)$$

Dicho lo anterior, podremos ahora emplear la función de covarianza $c_Y(\tau)$ expresada en la ecuación (8) para deducir las propiedades de segundo orden del proceso agregado $Y_i^{(h)}$, donde $Y_i^{(h)}$ representará la intensidad acumulada a través de un intervalo de longitud h . Por lo tanto, el proceso $Y_i^{(h)}$ se define de la forma siguiente (Rodríguez-Iturbe et al., 1987; Enthekabi et al., 1989):

$$E\{Y_i^{(h)}\} = \rho \mu_c \mu_x h \quad (10)$$

$$\text{Var}\{Y_i^{(h)}\} = \lambda \eta^{-3} (\eta h - 1 + e^{-\eta h}) \left\{ 2 \mu_c E(X^2) + E(C^2 - C) \mu_x^2 \frac{\beta^2}{\beta^2 - \eta^2} \right\} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \text{Cov}[Y_i^{(h)}, Y_{i+k}^{(h)}] &= \lambda \eta^{-3} (1 - e^{-\eta h})^2 e^{-\eta(k-1)h} \\ &\cdot \left\{ \mu_c E(X^2) + \frac{1}{2} \frac{E(C^2 - C) \mu_x^2 \beta^2}{\beta^2 - \eta^2} \right\} \\ &- \lambda (1 - e^{-\beta h})^2 \cdot e^{-\beta(k-1)h} \frac{1}{2} \frac{E(C^2 - C) \mu_x^2}{\beta(\beta^2 - \eta^2)} \quad k \geq 1 \end{aligned} \quad (12)$$

Recordar que:

λ^{-1} representa el tiempo promedio entre dos eventos.
 β^{-1} representa el tiempo promedio entre cada pulso individual y el origen del evento.
 η^{-1} representa la duración promedio de los pulsos.
 μ_x representa la intensidad promedio de los pulsos.
 h representa el intervalo agregación/desagregación analizado.

Dado que se consideró una distribución exponencial, se tiene que (Devore, 2000):

$$E(X^2) = 2\mu_x = 2E(X) \quad (13)$$

Para $C \geq 1$, la distribución podrá ser geométrica o de Poisson, según sea el caso (Velgue *et al.*, 1994; Cowpertwait *et al.*, 1996a):

Dado que $E(C) = \mu_c$, se tiene que:

Caso del tipo geométrico

$$E(C^2 - C) = 2\mu_c^2 - 2\mu_c \quad (14)$$

Caso del tipo Poisson

$$E(C^2 - C) = \mu_c^2 - 1 \quad (15)$$

Esta expresión difiere de la expuesta por Rodríguez-Iturbe *et al.* (1987) y Entekhabi *et al.* (1989), donde se expresa que:

$$E(C^2 - C) = \mu_c^2 + 2\mu_c \quad (16)$$

En nuestro caso de validación se asume la expresión (15).

Definidas las expresiones del esquema de N-S, se formula la función objetivo:

$$Z = \left[\left(\frac{F_1(\xi)}{F'_1} - 1 \right)^2 + \left(\frac{F_2(\xi)}{F'_2} - 1 \right)^2 + \dots + \left(\frac{F_n(\xi)}{F'_n} - 1 \right)^2 \right] \quad (17)$$

donde:

F'_1, F'_2, \dots, F'_n son los valores de los momentos observados, es decir, la media, varianza y correlación lag-1, entre otros. Por su parte, $F_1, F_2, F_3, \dots, F_n$ son los momentos teóricos (ecuaciones 10, 11 y 12), funciones del vector de parámetros, $\xi(\lambda, \mu_x, \mu_c, \eta, \beta)$. Para este caso de aplicación en consumos domésticos, se consideró $n=3$, que representa la media, varianza y covarianza en la ecuación (17).

Metodología

En la realización del proceso de desagregación se abordan diferentes etapas como el análisis de datos, formulación del modelo propuesto, estimación de parámetros y su validación (ilustración 4).

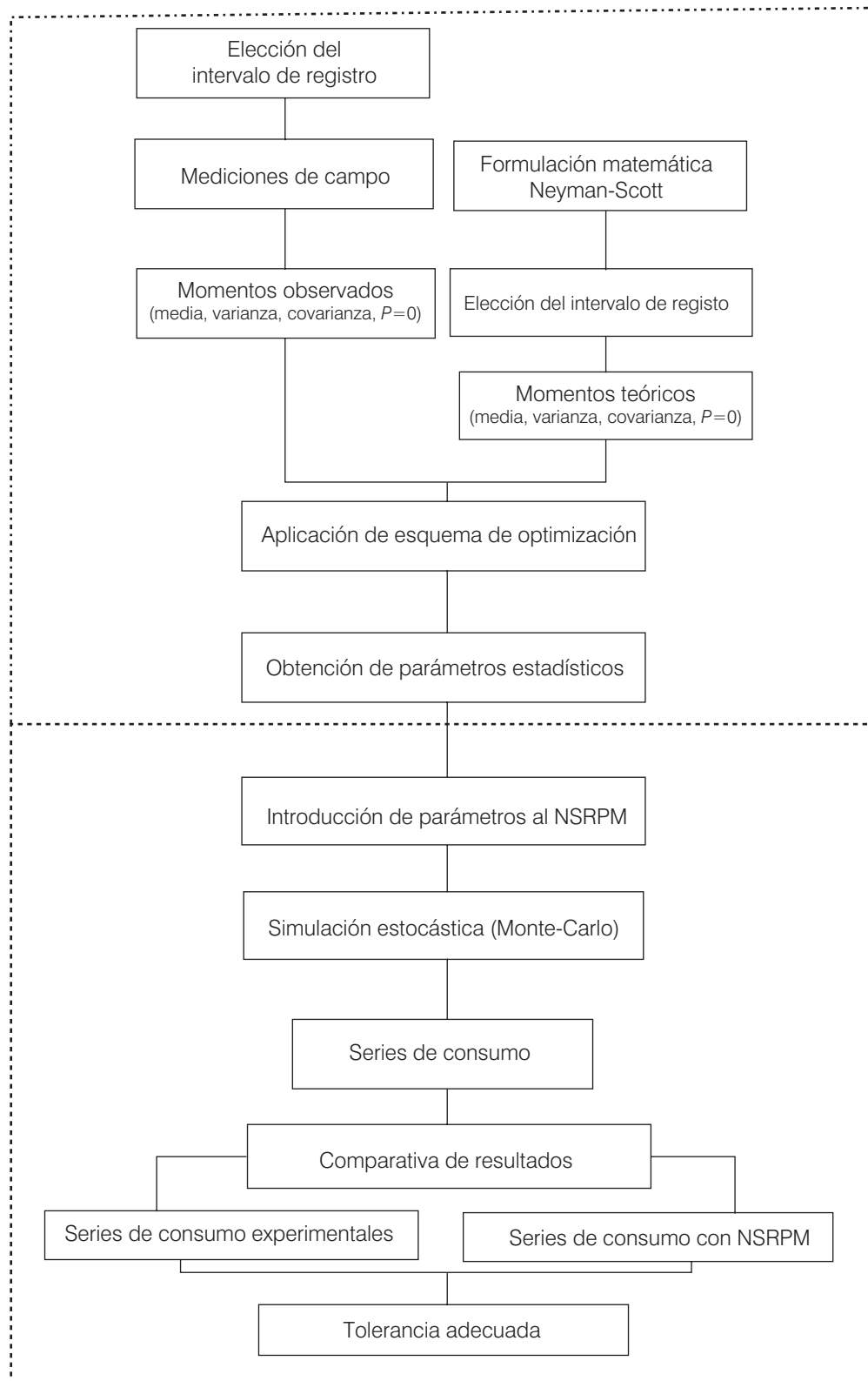
Dentro de la estimación de parámetros se considera una técnica de optimización que emplea dos tipos de momentos: teóricos y observados. Los momentos observados se calculan a partir de los registros de consumo en campo.

Posteriormente estos momentos se introducen dentro de la función objetivo formulada en el esquema de Neyman-Scott (ecuación 17).

En la formulación del esquema de Neyman-Scott se deberá establecer el intervalo de análisis, que para este caso en particular será de un minuto, debido a que las mediciones en campo se realizaron con ese intervalo de registro. Enseguida se realiza a través de técnicas de programación matemática no lineal, NLP (método de gradiente conjugado con derivadas centrales y estimación cuadrática), la minimización de la función objetivo.

A partir de la solución del esquema de optimización se obtienen los parámetros estadísticos necesarios $\{\lambda, \mu_x, \mu_c, \eta, \beta\}$ para su introducción en un modelo computacional de generación de series de consumo aleatorio, como lo es el modelo Neyman-Scott de Pulsos Rectangulares de Poisson (NSRPM). Dado que se trata de un evento estocástico, es importante señalar que se deberá realizar cierto número de simulaciones dentro del NSRPM, considerando una semilla de generación de números aleatorios diferente entre una simulación y otra. Por último, con fines de comprobación se comparan las series sintéticas obtenidas a partir del NSRPM con la serie original medida en campo. Es importante señalar que la generación de las series fue realizada con base

Ilustración 4. Metodología empleada en el desarrollo del trabajo.



en el modelo de dominio público contenido en el Rainfall Data Modelling Portal, RDMP (<http://www.rdmp.org/>).

Validación

El esquema se validó con una base de datos generada como producto de mediciones realizadas en nueve casas habitación de la zona Humaya en Culiacán, Sinaloa, México (Alcocer y Tzatchkov, 2004; Alcocer y Tzatchkov, 2005). El equipo de medición empleado se compone de tres partes: 1) sensor de pulsos magnético, 2) unidad de almacenamiento de registros y, 3) micromedidor nuevo calibrado (ilustración 5).

Por su parte, las características del micromedidor domiciliario son (Tzatchkov *et al.*, 2005):

Rango de operación típico:	0.5 - 25 GPM (1.90 a 95 l/min) (100% \pm 1.5%).
Gasto mínimo:	0.25 GPM (1.0 l/min).
Gasto máximo continuo:	15 GPM (57 l/min).
Pérdida de presión:	3.5 PSI a 15 GPM (0.24 bar a 57 l/min).

Momentos observados

Con el objetivo de demostrar la metodología planteada de forma inicial, se tomaron los registros de cada minuto durante siete días en una casa habitación. Cabe aclarar que el esquema de Neyman-Scott es estadísticamente

Ilustración 5. Instalación, programación y almacenamiento de datos en campo.



estacionario en el tiempo, lo que obliga, por lo tanto, a aplicar el modelo en lapsos concretos y no a lo largo de todo el día. Lo anterior se debe a que el proceso diario de consumo de agua para una vivienda dada sigue patrones temporales claramente no estacionarios, con distintas probabilidades de eventos entre unas horas y otras.

Por lo anterior se seleccionó una casa habitación de la zona "Humaya", con domicilio particular en la calle Seres # 2084, con un horario de siete a ocho de la mañana debido a que presenta una actividad elevada en los consumos de las casas monitoreadas (ilustración 6).

Esta misma metodología se aplicó posteriormente a las nueve casas habitación restantes, a fin de realizar un análisis comparativo, considerando el mismo horario, esto es, de siete a ocho de la mañana.

Posteriormente se obtienen los momentos observados que se componen de la media, varianza y covarianza de los registros seleccionados en este horario. En el cuadro 2 se presentan sus parámetros estadísticos.

Aplicación del esquema de Neyman-Scott (momentos teóricos)

Considerando las expresiones (10, 11, 12 y 17) para los parámetros teóricos y tomando los valores calculados en el cuadro 2 para los parámetros observados, se aplica programación matemática no lineal (NLP).

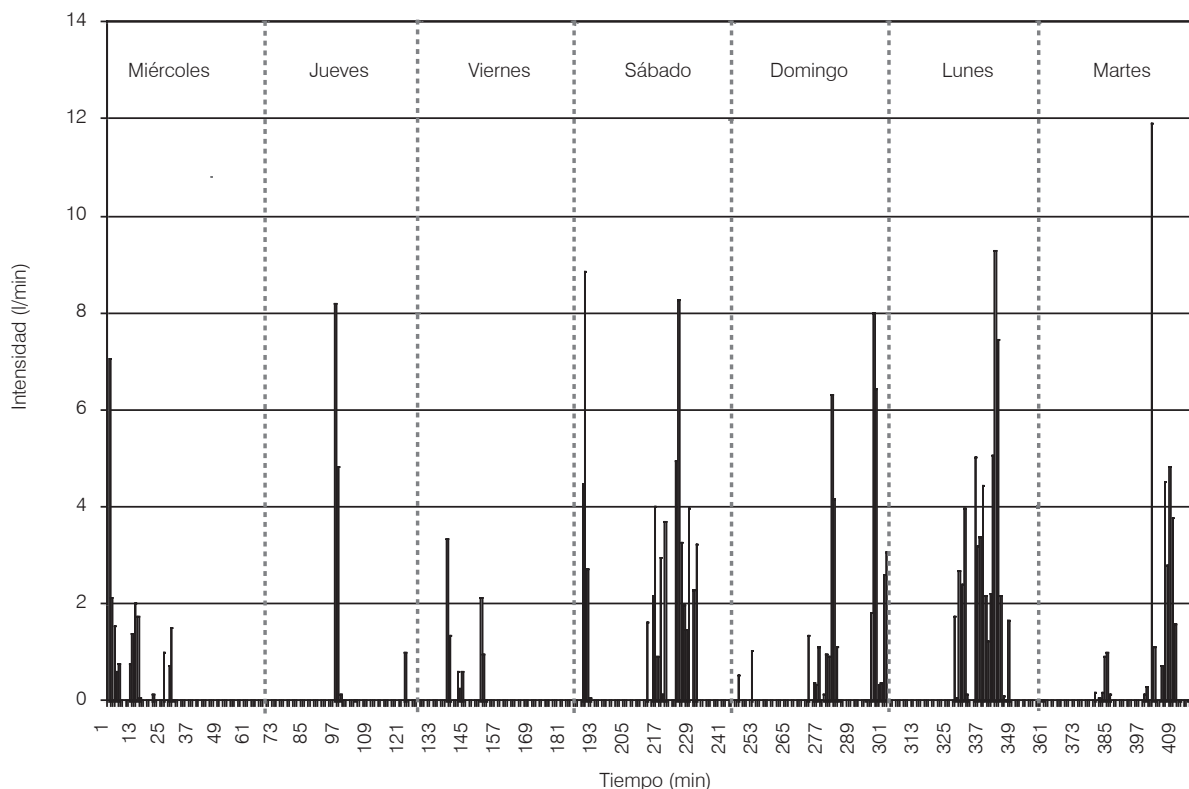
Los resultados derivados de la optimización son los que se presentan en el cuadro 3.

Los resultados reflejan que el tiempo promedio entre la ocurrencia de dos eventos durante las siete y las ocho de la mañana es de $\lambda_1 = 19.20$ minutos. Asimismo, es importante mencionar que a diferencia de Alvisi *et al.* (2003), en la solución del problema de optimización no fue necesario introducir pesos a la función objetivo y tampoco establecer valores fijos a ciertos parámetros para garantizar valores razonables de los parámetros en la solución óptima.

Generación estocástica del consumo

Los valores de los parámetros obtenidos por el esquema de N-S son introducidos dentro del modelo de generación de consumo NSRPM. Dado que el esquema de N-S basa la ocurrencia de los eventos siguiendo una distribución de probabilidades de tipo exponencial (ilustración 3), por definición el valor de la varianza será igual al cuadrado del valor medio (Devore, 2000). Esta situación se aplicará en el cálculo de las varianzas de la duración e intensidad de los pulsos.

Ilustración 6. Variación semanal del consumo en una casa-habitación con domicilio particular calle Seres # 2084, durante las siete y ocho de la mañana.



Cuadro 2. Parámetros estadísticos de la serie observada.

Horario	$E[Y_i^{(h)}]$ (l/min)	$Var[Y_i^{(h)}]$ (l/min) ²	$Cov[Y_i^{(h)}, Y_{i+k}^{(h)}]$
7 a 8 a.m.	0.572	2.455	1.230

Cuadro 3. Parámetros teóricos obtenidos a partir del esquema de Neyman-Scott. Horario de 7 a 8 a.m.

λ_1 (min-1)	μ_{c1} (número)	η_1 (min-1)	β_1 (min-1)	μ_{x1} (l/min)
0.052	5.376	3.884	0.7804	7.935

Simulación de series de consumo empleando el modelo NSRPM

Una vez obtenidos los cinco parámetros necesarios (λ , μ_x , μ_c , η y β), además del caudal promedio, se realizan las simulaciones para generar series de consumo empleando el modelo NSRPM. Recordar que el intervalo analizado es de siete horas (420 minutos), que es equivalente a la medición realizada de una hora, en cada uno de los siete días de la semana analizados (ilustración 6).

Se hicieron cincuenta simulaciones a través del NSRPM, considerando diferente semilla de generación de números aleatorios en cada una de ellas (método de Monte-Carlo). En la ilustración 7 se muestran las series generadas a partir del modelo NSRPM en el horario de siete a ocho horas y se comparan con la serie original. El cuadro 4, por su parte, muestra los parámetros estadísticos obtenidos a partir de las series generadas por el NSRPM.

La comparación entre los cuadros 2 y 4 demuestra que la media y covarianza de la serie original y de las

cincuenta series generadas son similares en orden de magnitud.

Implicaciones en la modelación hidráulica de la red de distribución

Actualmente, en los modelos de simulación de redes de distribución de agua comerciales (WATERCAD®, InfoWorks®, etcétera) o de dominio público (EPANET), las demandas se asignan por medio de valores constantes o por un patrón con la variación horaria durante el día, para el caso de simulaciones con periodos extendidos.

Esta situación es poco realista en el nivel de toma domiciliaria, dado que el consumo se expresa mediante pulsos instantáneos de duración corta. En la ilustración 8 se realiza una comparación entre el consumo promediado e introducido posteriormente al programa EPANET (0.572 l/min), la variación del consumo doméstico medida en campo y la serie generada a partir de las simulaciones realizadas a través del modelo NSRPM.

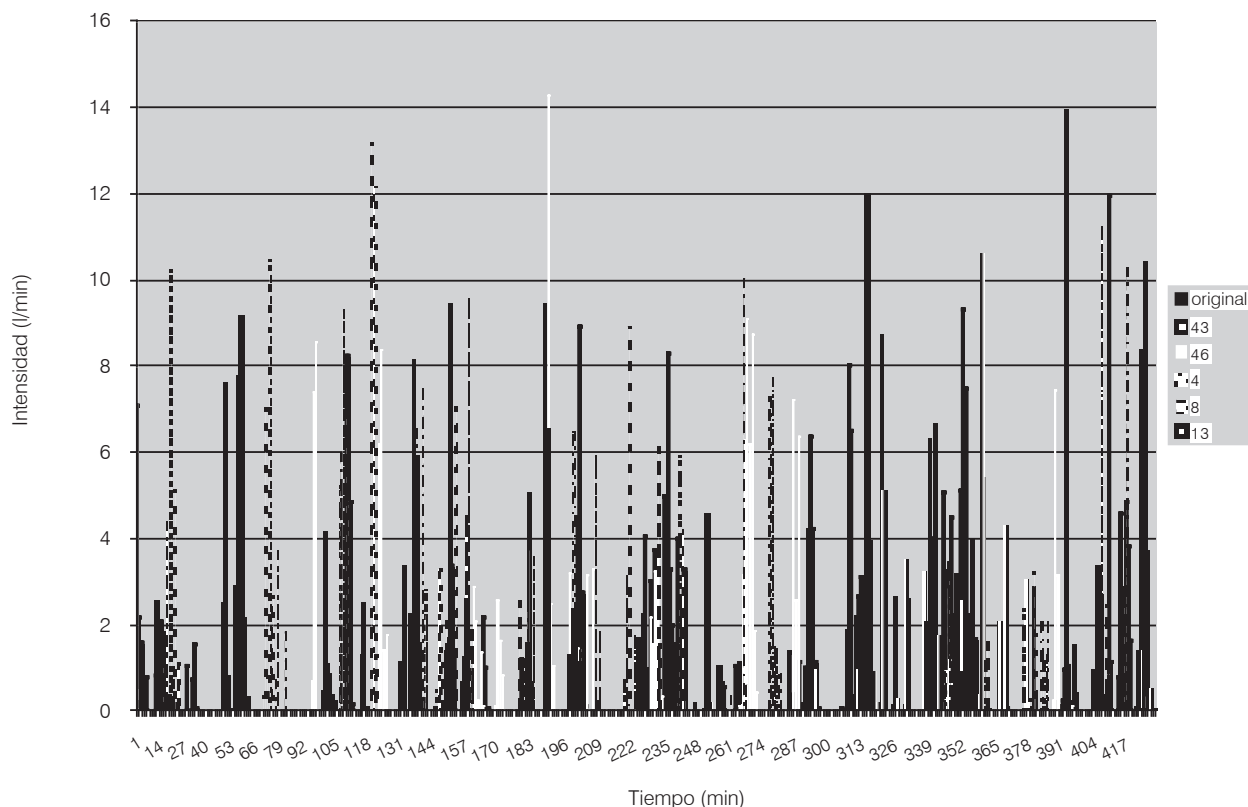
Este procedimiento, que involucra estimación de parámetros y generación de series sintéticas, se repite

en cada una de las horas de interés de la casa habitación analizada.

Por lo anterior, con el objetivo de ampliar la validación del método, se consideraron nueve casas habitación y un horario de interés de siete a ocho horas. Una vez aplicado el método de NSRPM, en la ilustración 9 se tiene que la periodicidad (inverso de la tasa de llegada) de cada evento en la muestra seleccionada resultó de $\lambda=38.83$ minutos en promedio.

Posteriormente se obtiene el número de pulsos μ_c . Para el caso específico de las nueve casas, se obtuvo un promedio en el número de pulsos en el horario de siete a ocho horas de 7.30 pulsos por evento. Por estudios previos (Alcocer *et al.*, 2004; Alcocer y Tzatchkov, 2005) se tiene que el número de usos del agua durante el día en la zona de "Humaya" de la ciudad de Culiacán es de aproximadamente 87 usos. Por tanto, considerando 18 horas de actividad, se obtienen aproximadamente cinco usos por hora. Con ello, el número de pulsos obtenido a través del esquema de NSRPM, teniendo en cuenta que es una hora de una actividad elevada, resulta de un orden de magnitud similar (ilustración 10).

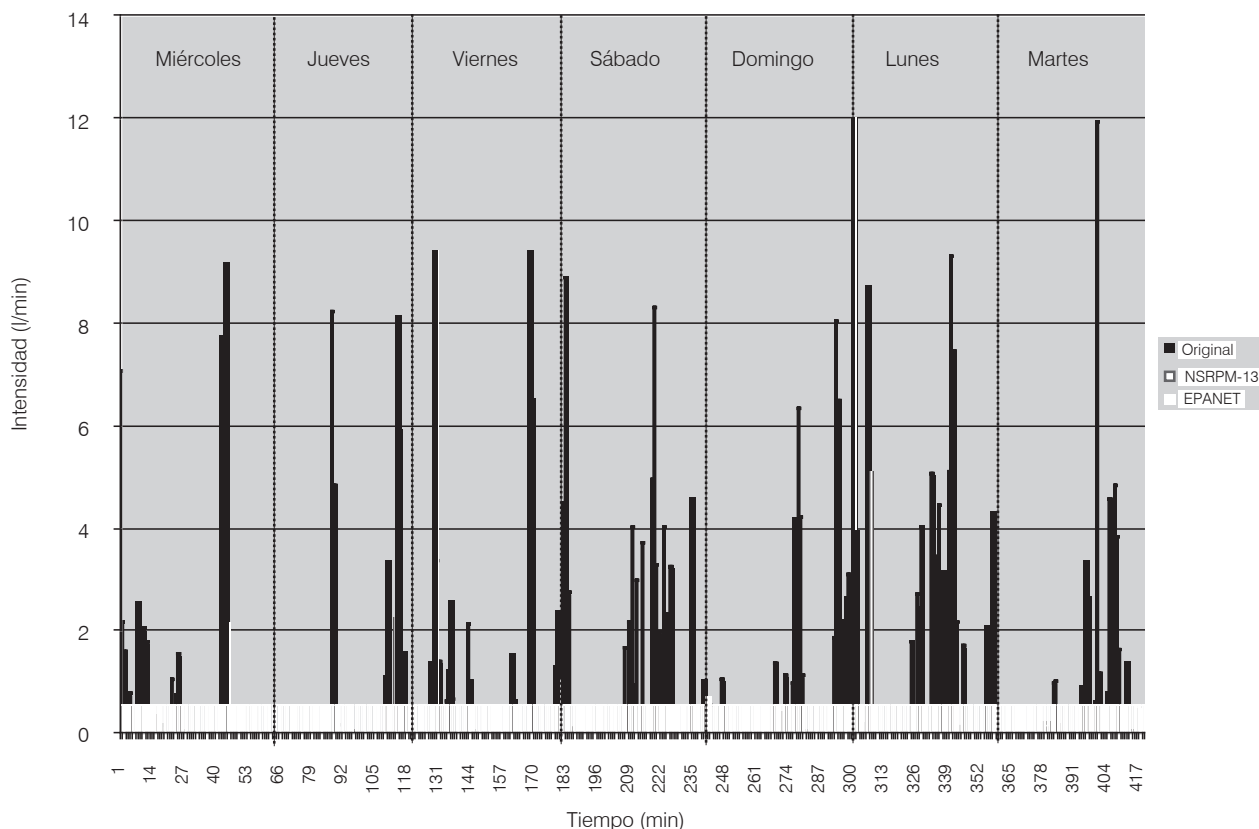
Ilustración 7. Comparación de series de consumo generadas con diferentes semillas (horario de siete a ocho horas), empleando el método NSRPM y la serie original medida en campo.



Cuadro 4. Parámetros estadísticos de las series generadas.

Horario	$E[Y_i^{(h)}]$ (l/min)	$Var[Y_i^{(h)}]$ (l/min) ²	$Cov[Y_i^{(h)}, Y_{i+k}^{(h)}]$
7 a 8 a.m.	0.516	3.95	1.20

Ilustración 8. Comparación de resultados entre los consumos generados por el método NSRPM, la demanda promedio (EPANET) y la serie original medida en campo.



Finalmente se tiene la duración η e intensidad μ_x de los pulsos de consumo. La duración promedio de los pulsos resultante en las nueve casas habitación es de 35.32 segundos (ilustración 11).

Ambos valores son del mismo orden de magnitud que los obtenidos por Feliciano (2005), que reporta una duración promedio de los pulsos de 44.61 segundos en una casa habitación con nivel socioeconómico medio y de 54.35 segundos en una vivienda con nivel clasificado como alto o residencial.

En el caso de la intensidad μ_x , el valor promedio resultó de 6.10 l/min. Este resultado es del mismo orden de magnitud que el intervalo de valores comprendido entre 5.18 y 7.54 l/min, previamente obtenidos en estudios realizados en la zona "Humaya" (Alcocer et al., 2004; Alcocer y Tzatchkov, 2005) (ilustración 12).

Los valores de los parámetros (λ , β , μ_x , η , μ_c) en las nueve casas habitación, obtenidos a través del esquema de NSRPM, presentan similitudes con respecto a trabajos de caracterización de consumos domésticos previamente realizados. Esto genera confiabilidad al momento de aplicar el método.

Asimismo, el esquema permite representar adecuadamente los consumos en intervalos de registros menores, comparados al originalmente medido.

Con el empleo de la técnica de estimación propuesta en este trabajo será posible lograr lo siguiente: 1) medir con intervalos de registro mayores a un segundo para obtener los parámetros del consumo instantáneo, 2) ampliar la aplicabilidad de métodos de generación de consumo, 3) reducir considerablemente el esfuerzo asociado con la medición del consumo doméstico

Ilustración 9. Periodicidad por evento de consumo (λ) expresado en minutos.

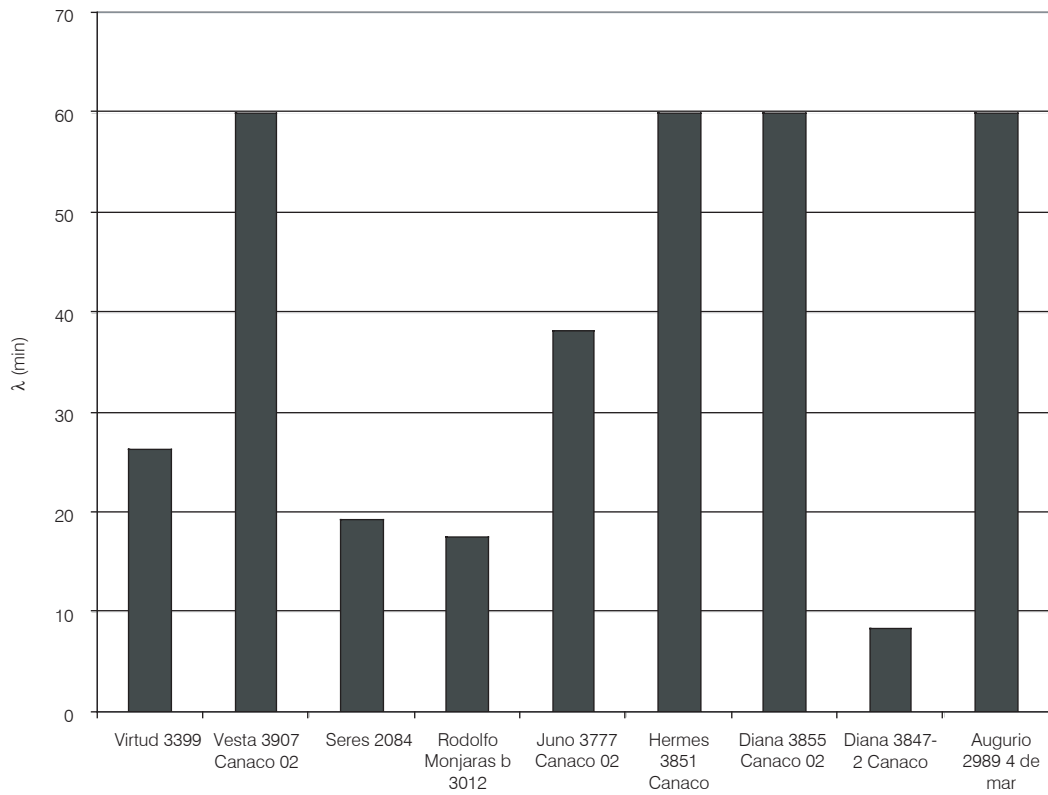


Ilustración 10. Número promedio de pulsos por evento, μ_c en las nueve casas.

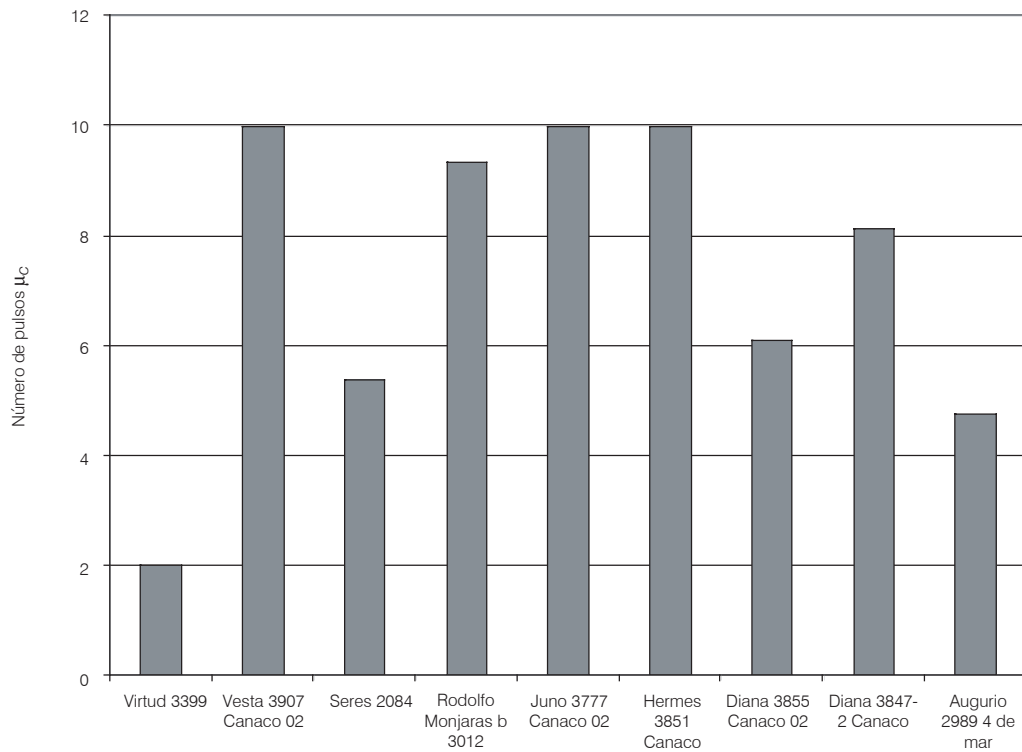


Ilustración 11. Duración promedio de los pulsos en las casas habitación seleccionadas.

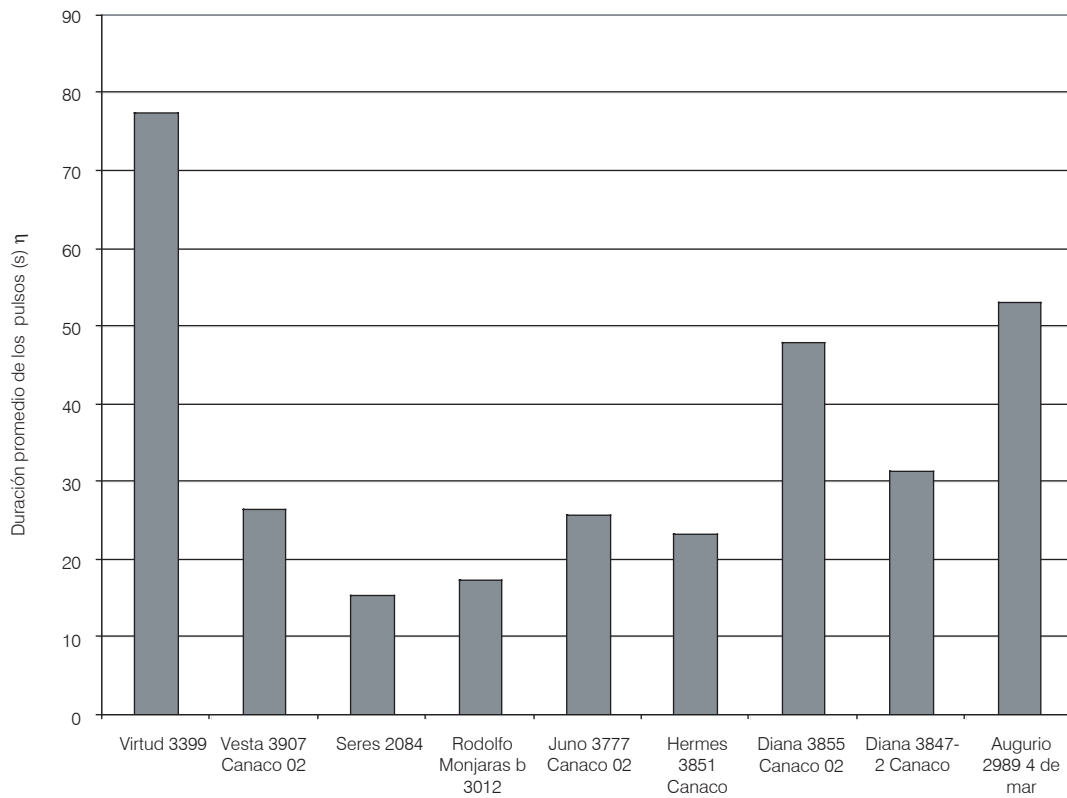
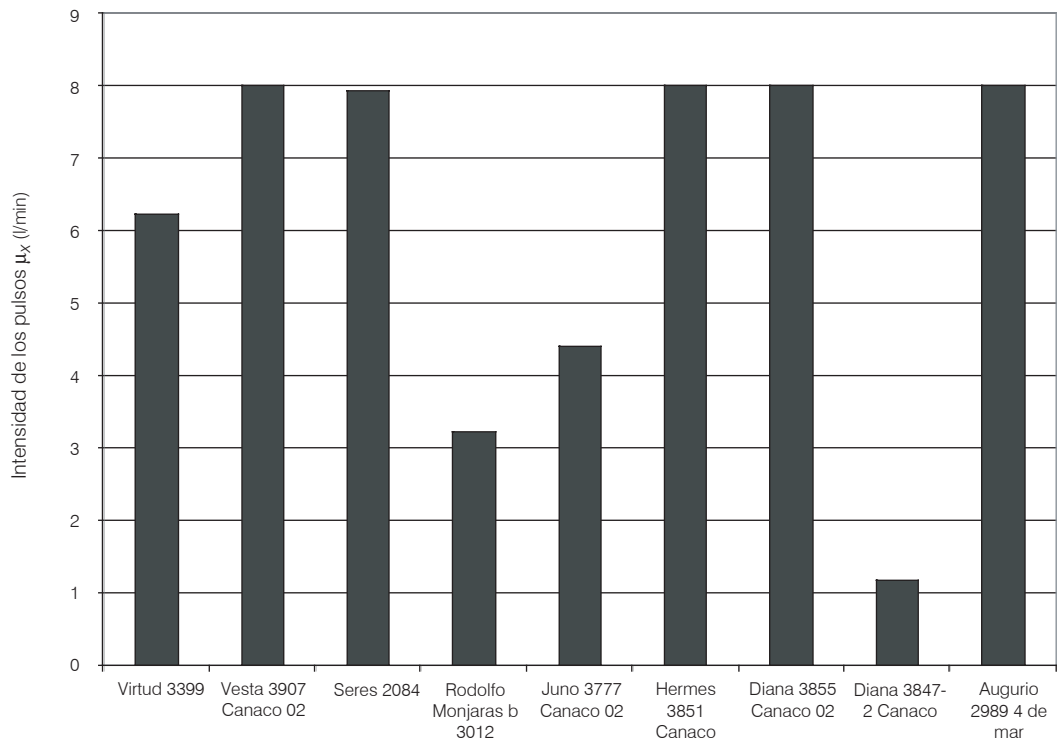


Ilustración 12. Intensidad promedio de los pulsos, μ_x , en las casas habitación seleccionadas.



instantáneo, 4) realizar cálculos hidráulicos y de calidad del agua con mayor exactitud a través de la introducción de las series generadas de consumo en los modelos de redes.

Finalmente, con la generación de los parámetros de los pulsos de consumo instantáneos y acumulados se pueden generar las series de consumo que podrán emplearse para diferentes objetivos como: 1) integración con un modelo de simulación hidráulica, como EPANET y WATERCAD, entre otros, 2) obtención de los patrones de consumo reales en la zona, 3) análisis indirecto del porcentaje de fugas (Alcocer *et al.*, 2004), 4) comparación entre las series estocásticas y la curva tradicional de la demanda (CNA, 2004).

Comentarios finales

Las técnicas descritas han sido desarrolladas y probadas para redes con servicio continuo. A pesar de que en principio la metodología que se propone es general, su aplicación tendría que validarse aparte en servicios con discontinuidad, dado que los patrones de demanda o consumo serían muy diferentes a los que sí presentan continuidad en el servicio de agua. Sin embargo eso sería motivo de trabajo futuro y otro estudio.

Otro punto importante es la relación entre el consumo promedio total (mensual, por ejemplo) y el tipo de vivienda. Por estudios previos (SRH, 1978) se sabe que el consumo es muy diferente, dependiendo si la vivienda es residencial (hasta 62 m³/vivienda. mes en promedio), media (hasta 40 m³/vivienda. mes) o popular (12 m³/vivienda. mes en promedio). En la metodología que se propone en este artículo, el consumo total en una vivienda se obtiene por medio de medición, por lo que es independiente del tipo de vivienda. No obstante, en el proceso subsiguiente de *agregación* de la demanda de un grupo de usuarios (que no se trata en este artículo) hay que considerar los tipos de vivienda con su distribución porcentual y demanda promedio.

Conclusiones

El método propuesto, basado en el esquema de NSRPM, tuvo resultados satisfactorios, comparados con las mediciones realizadas en campo (cuadros 2 y 4). Esta situación manifiesta que con el método propuesto es posible obtener los parámetros del consumo estocástico a partir de mediciones con intervalo de registro mayor a un segundo, sin perder exactitud en el cálculo de las series de consumo. Además, se reduce de forma

considerable el esfuerzo asociado con la medición, recolección y procesamiento de los datos.

A través de este tipo de métodos, que involucren la desagregación temporal y el NSRPM, se tendrá la oportunidad de acoplarlos con programas de simulación comerciales o de dominio público, como EPANET, y así poder realizar cálculos hidráulicos y de calidad del agua dentro de las redes de distribución con mayor certeza.

La desagregación temporal podrá acoplarse en un futuro con esquemas de agregación espacial (Tzatchkov *et al.*, 2006) y así generar guías que definan el intervalo de medición, al igual que el grado de esqueletización más adecuado, dependiendo del tipo de estudio, vivienda y simulación que se aborde dentro de las redes de distribución, incluyendo modelos que requieren de mayor detalle hasta el nivel de tuberías con las tomas domiciliarias.

Finalmente se concluye que para este tipo de aplicaciones no será necesario medir con un intervalo de registro ultrafino (p.e. 1 s), dado que es posible medir en una escala mayor y posteriormente realizar la desagregación temporal.

Agradecimientos

Se reconoce la colaboración de la maestra en ciencias Ms. Gayatri Nadimpalli de la Universidad de Cincinnati, EUA, al facilitarnos su informe técnico sobre la estimación de parámetros.

Recibido: 26/07/2006

Aprobado: 18/10/2007

Referencias

- ALCOCER, V., TZATCHKOV, V., BUCHBERGER, S., ARREGUÍN, F. and FELICIANO, G. *Stochastic Residential Water Demand Characterization*. World Water & Environmental Resources Congress - 6th. Annual Symposium on Water Distribution System Analysis, June 2004, Salt Lake City.
- ALCOCER, V. y TZATCHKOV, V. *Estudio de la variación espacial y temporal de la demanda en redes de agua potable*. Informe técnico. Jiutepec, México: Instituto Mexicano de Tecnología del Agua, 2004, 272 pp.
- ALCOCER, V. y TZATCHKOV, V. *Estudio de la variación espacial y temporal del consumo intradomiciliario*. Informe técnico. Jiutepec, México: Instituto Mexicano de Tecnología del Agua, 2005, 99 pp.
- ALCOCER, V., TZATCHKOV, V. and BUCHBERGER, S. *Instantaneous water demand parameter estimation from coarse meter readings*. 8th. Annual Water Distribution

- System Analysis, Symposium. Department of Civil and Environmental Engineering, University of Cincinnati, 2006.
- ALVISI, S., FRANCHINI, M. and MARINELLI, A. A Stochastic Model for Representing Drinking Water Demand at Residential Level. *Water Resources Management*. Vol. 17, no. 3, 2003, pp. 197-222.
- BUCHBERGER, S. and WU, L. A model for instantaneous residential water demands. *Journal of Hydraulics Engineering*. ASCE, Vol. 121, no. 3, 1995, pp. 232-246.
- BUCHBERGER, S.G. CARTER, J.T., LEE, Y. and SCHADE, T.G. *Random Demands, Travel Times, and Water Quality in Deadends*. AWWA Research Foundation, 2003.
- CNA. *Datos Básicos (2a. edición). Manual de Agua Potable, Alcantarillado y Saneamiento*. México, D.F.: Subdirección General Técnica-Comisión Nacional del Agua, 2004.
- COWPERTWAIT, P. Further Developments of the Neyman-Scott Clustered Point Process for Modeling Rainfall. *Water Resources Research*. Vol. 27, no. 7, July, 1991, pp. 1431-1438.
- COWPERTWAIT, P., O'CONNELL, P., METCALFE, A. and MAWDSLEY, J. Stochastic point process modeling of rainfall, I. Single-site fitting and validation. *Journal of Hydrology*. Vol. 175, 1996a, pp. 17-46.
- COWPERTWAIT, P., O'CONNELL, P., METCALFE, A. and MAWDSLEY, J. Stochastic point process modeling of rainfall, II. Regionalization and desegregation. *Journal of Hydrology*. Vol. 175, 1996b, pp. 47-65.
- COX, D.R. and ISHAM, V. *Point Process*. London: Chapman and Hall, 1980.
- DEVORE, J. *Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias*. 5th edition. México, D.F.: Thomson Learning, 2000.
- ENTEKHABI, D., RODRÍGUEZ-ITURBE, I. and EAGLESON, P. Probabilistic Representation of the Temporal Rainfall Process by a Modified Neyman-Scott Rectangular Pulses Model: Parameter Estimation and Validation. *Water Resources Research*. Vol. 25, no. 2, February, 1989, pp. 295-302.
- FELICIANO, D. *Análisis y caracterización estocástica del consumo de agua potable en viviendas de Culiacán, Sinaloa*. Tesis de maestría. México, D.F.: Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ingeniería, 2005.
- GUERCIO, R., MAGINI, R. and PALLAVICINI, I. Instantaneous residential water demand as stochastic point process. *Water Resources Management*. Southampton, UK: Eds. Brebbia et al., WIT Press, 2001, pp. 129-138.
- KIYA, F. and MURAKAWA, S. *Design Load for Water Supply in Buildings*. Tokyo: A.A. Balkema/Rotterdam, 1989.
- LEWIS, P.A. Recent results in the statistical analysis of univariate point process. *Stochastic Point Processes: Statistical Analysis, Theory and Applications*. P.A.W. Lewis, editor. New York: Wiley-Interscience, 1972, pp. 199-256.
- NADIMPALLI, G. and BUCHBERGER, S. *Estimation of Parameters for Poisson Pulse Model of Residential Water Demands*. Informe técnico. Cincinnati: Department of Civil and Environmental Engineering, University of Cincinnati, August, 2003, pp. 43.
- NEYMAN, J. and SCOTT, E.L. A statistical approach to problems of cosmology. *J. Royal Stat. Soc., Ser. B*. Vol. 20, 1958, pp. 1-43.
- RODRÍGUEZ-ITURBE, I., GUPTA, V. and WAYMIRE, E. Scale considerations in the modelling of temporal rainfall. *Water Resources Research*. Vol. 20, no. 11, 1984, pp. 1611-1619.
- RODRÍGUEZ-ITURBE, I. Scale of Fluctuation of Rainfall Models. *Water Resources Research*. Vol. 22, no. 9, 1986, pp. 15S-37S.
- RODRÍGUEZ-ITURBE, I., COX, D. e ISHAM, V. Some models for rainfall based on stochastic point process. *Proc. R. Soc. London*. A 410, 1987, pp. 269-288.
- RODRÍGUEZ-ITURBE, I. and EAGLESON, P. Mathematical Models of Rainstorm Events in Space and Time. *Water Resources Research*. Vol. 23, no. 1, January, 1987, pp. 181-190.
- RODRÍGUEZ-ITURBE, I., COX, D. and ISHAM, V. A point process model for rainfall: further developments. *Proc. R. Soc. London*. A 417, 1988, pp. 283-298.
- ROSSMAN, L.A. *EPANET Users Manual*. Cincinnati: US Environmental Protection Agency, National Risk Management Research Laboratory, Office of Research and Development, 2000.
- SALSÓN, S. y GARCÍA, R. Desagregación de lluvias para aplicaciones en simulación de sistemas de recursos hidráulicos. *Revista Obras Públicas*. No. 3.378, julio-agosto, 1998, pp. 25-35.
- SRH. *Uso del agua en ciudades*. México, D.F.: Secretaría de Recursos Hidráulicos, 1978.
- TZATCHKOV, V., ALCOCER, V., ARREGUÍN, F. y FELICIANO, G. Medición y caracterización estocástica de la demanda instantánea de agua potable. *Ingeniería hidráulica en México*. Vol. XX, núm.1, enero-marzo de 2005, pp. 67-76.
- TZATCHKOV, V., ALCOCER, V. and BUCHBERGER, S. *Stochastic demands generated unsteady flow in water distribution networks*. 8th Annual Water Distribution System Analysis, Symposium. Department of Civil and Environmental Engineering, University of Cincinnati, 2006.
- TZATCHKOV, V. e IZURIETA, J. Sistema de cómputo para el análisis y diseño óptimo de redes de distribución de agua potable. *Ingeniería hidráulica en México*. Vol. XI, enero-abril de 1996, pp. 55-63.
- VELGUE, T., TROCH, A., DE TROCH, P. and VAN DE VELDE, J. Evaluation of cluster-based rectangular pulses point process models for rainfall. *Water Resources Research*. Vol. 30, no. 10, October, 1994, pp. 2847-2857.

Abstract

ALCOCER-YAMANAKA, V.H., TZATCHKOV, V., GARCÍA-BARTUAL, R., BUCHBERGER, S., ARREGUÍN-CORTÉS, F.I. & LEÓN-RODRÍGUEZ, T. Stochastic modeling of residential drinking water demand using the Neyman-Scott scheme. Hydraulic engineering in Mexico (in Spanish). Vol. XXIII, no. 3, July-September, 2008, pp. 105-121.

Residential water demand is highly unsteady and stochastic. This has motivated the development, in the last few years, of methods that model it as series of rectangular pulses following a Poisson process (PRP methods). In order to generate the demand series, these methods require several basic parameters of the instantaneous water demand, such as frequency of water use, and intensity and duration of stochastic demand pulses, each of them defined by its mean, variance, and probability distribution. Known procedures for obtaining those parameters are generally based on direct observation of the instantaneous water demand by registering it every second at selected homes during periods of at least several days. That direct technique turns out to be impractical, however, because of the enormous amount of data generated and processed, plus the need of special equipment for carrying out water demand studies. A new method for estimating the necessary parameters for simulating instantaneous water demand from (e.g. one minute) meter readings at time intervals that are greater than 1 second is presented in this paper. The proposed method considers some principles from the Neyman-Scott (N-S) process, such as the disaggregation of the accumulated water volume, based on a comparison between the statistical moments of the observed greater interval demand series and the theoretical moments of the instantaneous water demand. An objective function expressing the relation between both the theoretical and the observed moments is formulated and minimized by a non linear programming technique. The intensity, duration and frequency or arrival rate of the instantaneous demand pulses are thus obtained. Using these results, instantaneous water demand series, or demand series with any averaging interval, can be generated. The method is validated by comparing the generated demand series with observed demand series.

Keywords: stochastic drinking water consumption, drinking water consumption modeling, parameter estimation, water consumption series, temporal desegregation, Neyman-Scott method.

Dirección institucional de los autores:

Dr. Víctor Hugo Alcocer-Yamanaka
Dr. Velitchko Tzatchkov

Instituto Mexicano de Tecnología del Agua
Paseo Cuauhnáhuac 8532
Colonia Progreso
Jiutepec, Morelos, México
C.P. 62550
yamanaka@tlaloc.imta.mx
velitchk@tlaloc.imta.mx

Dr. Rafael García-Bartual

ETSI Caminos-Depto. Ingeniería Hidráulica y M.A.
Universidad Politécnica de Valencia
Camino de Vera s/n
46022 Valencia, España
rgarciab@hma.upv.es

Dr. Steven Buchberger

University of Cincinnati
Cincinnati, OH, EUA

765F Baldwin Hall
steven.buchberger@uc.edu

Dr. Felipe I. Arreguín-Cortés

Comisión Nacional del Agua
Insurgentes Sur 2416, Colonia Copilco El Bajo
Delegación Coyoacán
04340 México, D. F.
felipe.arreguin@cna.gob.mx

M.I. Telly León-Rodríguez

Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Ingeniería. Sección Posgrado
Campus Morelos
Instituto Mexicano de Tecnología del Agua
Paseo Cuauhnáhuac 8532
Colonia Progreso
Jiutepec, Morelos, México
C.P. 62550
tsaithl@gmail.com