

Artículo publicado en el Repositorio Institucional del IMTA

<i>Título</i>	Solución analítica aproximada de la ecuación de tránsito de avenidas en vasos.
<i>Autor / Adscripción</i>	Aldo I. Ramírez Álvaro A. Aldama Instituto Mexicano de Tecnología del Agua
<i>Publicación</i>	Ingeniería Hidráulica en México, 16(4): 71-77
<i>Fecha de publicación</i>	2001
<i>Resumen</i>	El tránsito de avenidas en vasos constituye uno de los problemas más simples de la hidrología. Sin embargo, hasta la fecha, la ecuación que describe el fenómeno no tiene una solución analítica conocida, por lo que su solución se obtiene generalmente mediante métodos numéricos. En este trabajo se presenta el desarrollo de una solución analítica aproximada para dicho problema, la cual se obtiene por medio de técnicas perturbatorias. Como parte de los resultados, se proponen ecuaciones generales para el tránsito de hidrogramas arbitrarios y obras de excedencias libres o controladas. Se incluye un ejemplo en el que se realiza el tránsito de la avenida de diseño de la presa El Molinito, en Sonora, México.
<i>Identificador</i>	http://hdl.handle.net/123456789/757

Solución analítica aproximada de la ecuación de tránsito de avenidas en vasos

Aldo I. Ramírez
Álvaro A. Aldama

Instituto Mexicano de Tecnología del Agua

El tránsito de avenidas en vasos constituye uno de los problemas más simples de la hidrología. Sin embargo, hasta la fecha, la ecuación que describe el fenómeno no tiene una solución analítica conocida, por lo que su solución se obtiene generalmente mediante métodos numéricos. En este trabajo se presenta el desarrollo de una solución analítica aproximada para dicho problema, la cual se obtiene por medio de técnicas perturbatorias. Como parte de los resultados, se proponen ecuaciones generales para el tránsito de hidrogramas arbitrarios y obras de excepciones libres o controladas. Para ilustrar la aplicación y bondades del método propuesto se incluye un ejemplo en el que se realiza el tránsito de la avenida de diseño de la presa El Molinito, en Sonora, México. Se ha concluido que una solución perturbatoria de orden uno y aun la de orden cero ofrecen aproximación suficiente para fines prácticos. El método, que representa una solución cerrada del problema, constituye la base para estudios posteriores acerca del comportamiento de los vasos ante avenidas de ingreso.

Palabras clave: tránsito de avenidas, vasos de almacenamiento, solución analítica aproximada, métodos perturbatorios, presa El Molinito.

Introducción

El lago artificial creado aguas arriba de una presa se denomina *embalse*, también llamado en ocasiones *vaso de almacenamiento*, el cual, además de conservar el agua para uso posterior, puede tener cierta capacidad para controlar avenidas, es decir para atenuar los efectos de dichos eventos. Por esta razón, desde el punto de vista hidrológico, la característica física más importante del vaso es su capacidad de almacenamiento.

El procedimiento para la determinación de la magnitud de los gastos de salida de un almacenamiento, así como la evolución de los niveles en el mismo, utilizando hidrogramas de entrada conocidos o supuestos, se llama *tránsito de avenidas en vasos*.

En el tránsito de avenidas en vasos, el enfoque clásico del tránsito se basa en el concepto de almacenamiento y no incluye los efectos de movimiento, por lo cual sólo utiliza la ecuación de continuidad. Las técnicas de tránsito basadas en estos conceptos se denominan métodos de tránsito hidrológicos, mientras que los métodos de tránsito hidráulico utilizan principios de conservación de masa y *momentum* para obtener solu-

ciones detalladas de los gastos y almacenamientos en el vaso (Ponce, 1989).

Para realizar el tránsito de avenidas en vasos se utilizan relaciones fisicomatemáticas para calcular el flujo de salida del embalse, esto siempre y cuando el flujo de entrada, las condiciones iniciales, las características y las políticas de operación del mismo se conozcan previamente. En un vaso, el gasto de entrada depende del flujo en la corriente aguas arriba, mientras que la salida puede ser controlada, no controlada o combinada.

La ecuación del tránsito de avenidas en vasos para un hidrograma de entrada arbitrario no tiene una solución analítica conocida hasta la fecha (Ramírez, 2000). Por esta razón, los enfoques numéricos son muy utilizados en su solución. Los métodos numéricos pueden considerar avenidas de entrada de forma arbitraria y resultan fácilmente programables en una computadora personal. Sin embargo, la conveniencia de una solución analítica para la ecuación de tránsito se pone de manifiesto cuando se pretenden plantear estudios más profundos sobre el comportamiento de los vasos, como por ejemplo, el análisis de sensibilidad ante las avenidas de entrada. Una solución analítica permitiría obte-

ner de manera explícita la relación entre las características del hidrograma de entrada al vaso, la evolución de los almacenamientos y el hidrograma de salida del mismo.

En este documento se presenta el desarrollo de una solución analítica aproximada a la ecuación del tránsito de avenidas en vasos mediante la aplicación de técnicas perturbatorias. La solución analítica aproximada representa una forma alternativa para el tránsito de avenidas y constituye la base para estudios posteriores en el tema, ya que representa una solución cerrada al problema.

Tránsito de avenidas en vasos

En el tránsito de avenidas en vasos, la velocidad del flujo, una vez que entra a un vaso de gran capacidad, es muy baja y la superficie libre del agua puede considerarse horizontal en todo momento. En consecuencia, tanto el almacenamiento como la descarga pueden expresarse en función del nivel medio en el vaso.

Las técnicas para el tránsito hidrológico se basan en la ecuación diferencial del almacenamiento, la cual se expresa como (Ponce, 1989):

$$I - O = \frac{dS}{dt} \quad (1)$$

donde I es el gasto de entrada, O el de salida y S es el volumen almacenado, de tal manera que dS/dt representa el gradiente de cambio en el tiempo de dicho volumen.

En una aplicación típica del tránsito de avenidas por un vaso, el hidrograma de entrada, el gasto de salida inicial y el almacenamiento inicial, además de las características físicas del vaso y su política de operación son conocidos. De acuerdo con esto, el objetivo del tránsito es determinar el hidrograma de salida y la elevación máxima alcanzada dentro del vaso.

En un vaso de almacenamiento ideal, el almacenamiento es sólo función del gasto de salida (Chow *et al.*, 1988). Ya que es muy usual que los almacenamientos reales tengan relaciones almacenamiento-salida no lineales, la relación entre almacenamiento y gasto de salida puede expresarse mediante la relación $S = KO^n$, donde K es un coeficiente de almacenamiento. Si $n = 1$, la relación se reduce a una forma lineal y K se conoce como el coeficiente de almacenamiento lineal.

Para el tránsito en vasos de almacenamiento reales, se deben determinar por adelantado las propiedades no lineales de la relación almacenamiento-salida. Por ejemplo, con base en principios hidráulicos se ha determinado que el gasto de salida de un embalse con

un vertedor de descarga libre está dado por la fórmula (Bureau of Reclamation, 1987):

$$O = \mu L \sqrt{2g} H^{3/2}$$

en donde L es la longitud de la cresta vertedora, H es la carga hidráulica y μ es el coeficiente del vertedor.

Finalmente, el efecto del almacenamiento produce en el hidrograma de salida una atenuación en el gasto pico y un incremento en el tiempo base (Chow *et al.*, 1988).

Ahora bien, la mayoría de los vasos de almacenamiento tiene algún tipo de control de salida, en donde el gasto de salida es regulado, por ejemplo, por vertedores de compuertas. En esa situación, el gasto de salida está determinado tanto por las condiciones hidráulicas como por las reglas de operación, las cuales toman en cuenta los usos del agua almacenada. Por ejemplo, la operación para el control de avenidas puede requerir que se mantenga un cierto volumen libre en época de lluvias para el control de las avenidas. Para generación de electricidad, por otro lado, el nivel en el almacenamiento debe mantenerse en un rango estrecho, usualmente cercano al nivel de operación óptimo para las instalaciones. Los requerimientos para riego, por su parte, pueden variar dependiendo de la evapotranspiración de los cultivos manejados, mientras que para navegación, el gasto de salida debe mantenerse de tal manera que garantice un nivel mínimo en el cauce aguas abajo de la presa. Para todos estos casos, se puede utilizar la ecuación diferencial del almacenamiento para transitar avenidas a través de vasos, incluyendo simplemente la política de operación (Ponce, 1989).

Ecuaciones adimensionales

Para el desarrollo de una solución analítica aproximada resulta conveniente usar la versión adimensional de la ecuación de continuidad que describe el tránsito de avenidas en un vaso (ecuación 1).

Considérese, como primer paso, adimensionalizar la relación elevaciones-capacidades para el vaso (ilustración 1) a través de la siguiente función de potencia:

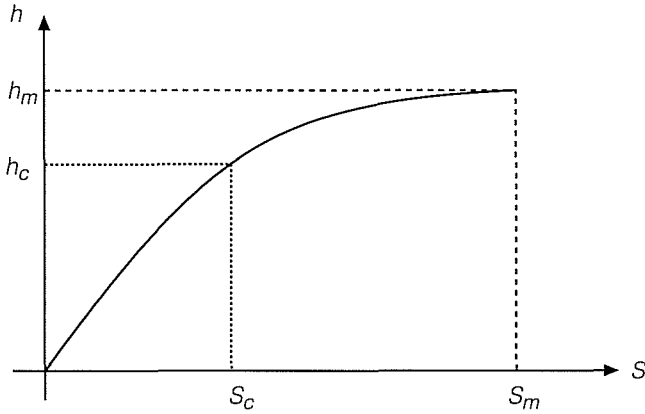
$$\frac{S - S_c}{S_m - S_c} = \left(\frac{h - h_c}{h_m - h_c} \right)^\alpha$$

donde:

h_m es una elevación de referencia

h_c es la elevación a la cresta vertedora o una elevación de referencia

Ilustración 1. Relación elevaciones-capacidades.



S_m es el almacenamiento correspondiente a h_m
 S_c es el almacenamiento correspondiente a h_c
 α es un exponente de ajuste

Introduciendo $\beta = 1/\alpha$ se tiene que:

$$\frac{h-h_c}{h_m-h_c} = \left(\frac{S-S_c}{S_m-S_c} \right)^\beta \quad (2)$$

Con esto, la ley de descarga libre de un vertedor en un depósito de este tipo está dada por:

$$O = \mu L \sqrt{2g} (h-h_c)^{3/2} \quad (3)$$

Se definen las escalas características siguientes:

Escala de almacenamientos: $S_e = S_m - S_c$

Escala de gastos: $Q_e = \mu L \sqrt{2g} (h_m - h_c)^{3/2}$

Escala de elevaciones: $h_e = h_m - h_c$

Escala de tiempos: $t_e = \frac{S_e}{Q_e}$

Las variables adimensionales (todas de orden uno), que se denotarán por un asterisco, resultan:

$$S^* = \frac{S-S_c}{S_e}; \quad h^* = \frac{h-h_c}{h_e}; \quad I^* = \frac{I}{Q_e}; \quad t^* = \frac{t}{t_e} = \frac{Q_e}{S_e} t \quad (4)$$

Con esto, la ecuación de elevaciones-capacidades (ecuación 2) se reduce a:

$$h^* = S^{*\beta} \quad (5)$$

y la ecuación adimensional de descarga del vertedor resulta:

$$O = \mu L \sqrt{2g} [h_e S^{*\beta}]^{3/2} \quad (6)$$

En el caso particular en el que $\beta = 2/3$, al sustituir las ecuaciones 4, 5 y 6 en la ecuación 1, el problema se linealiza, resultando la ecuación de continuidad linealizada adimensional:

$$\frac{dS^*}{dt^*} = I^* - S^* \quad (7)$$

Si se supone que α es muy cercano a $3/2$, con lo cual

β sería muy cercano a $2/3$, se puede tomar $\beta = \frac{2}{3} + \delta$,

en donde $\delta \ll 1$. Si llamamos $\epsilon = \frac{3}{2}\delta$, se obtiene la si-

guiente ecuación adimensional de continuidad general para el tránsito de avenidas en vasos:

$$\frac{dS^*}{dt^*} + S^{*1+\epsilon} = I^* \quad (8)$$

en donde $I^* = I^*(t^*)$ y $S^* = S^*(t^*; \epsilon)$ y $\epsilon \ll 1$.

En este mismo sentido, Akan (1989, 1990), Kessler y Diskin (1991), y Basha (1994, 1995) han obtenido otras ecuaciones adimensionales. Básicamente, dichas ecuaciones se han utilizado en la solución de problemas de tránsito en vasos para el control de avenidas.

Aunque la idea fundamental es análoga a la desarrollada en este trabajo, las escalas características que aquí se manejan son distintas y, por lo tanto, generan ecuaciones adimensionales diferentes.

Es de particular importancia hacer notar que, a diferencia de otros autores, la adimensionalización propuesta en este trabajo conduce a una ecuación más simple, en la cual no se ven involucradas explícitamente las características del pico del hidrograma.

Solución analítica aproximada de la ecuación de tránsito

La ecuación adimensional de continuidad dada por la expresión 8 es:

$$\frac{dS^*}{dt^*} + S^{*1+\epsilon} = I^*(t^*); \quad \epsilon \ll 1$$

Supongamos que la ecuación 8 está sujeta a la condición inicial: $S^* = S_0^*$, en donde, en general, $S_0^* = 0$ (1). Para el caso de un vertedor de descarga libre $S_0^* = 0$, pero cuando existe un vertedor con política de opera-

ción escalonada, éste podría tomar cualquier valor dentro de un rango dado.

Utilizando las leyes de los exponentes y una expansión en serie de Taylor para $S^{*\varepsilon}$, la ecuación 8 resulta:

$$\frac{dS^*}{dt^*} + S^* + \varepsilon S^* \ln S^* + \frac{\varepsilon^2}{2} S^* \ln^2 S^* + O(\varepsilon^3) = I^*(t^*) \quad (9)$$

Con un enfoque perturbatorio, la solución de la ecuación 9 se puede expresar mediante una expansión del tipo (Nayfeh, 1981):

$$S^*(t^*; \varepsilon) = S_0^*(t^*) + \varepsilon S_1^*(t^*) + \varepsilon^2 S_2^*(t^*) + O(\varepsilon^3) \quad (10)$$

en donde:

$$S_0^*(t^*) = \left[\mathbf{S}_0^* + \int_0^{t^*} e^{\tau} I^*(\tau) d\tau \right] e^{-t^*} \quad (11)$$

$$S_1^*(t^*) = -e^{-t^*} \int_0^{t^*} \left[\mathbf{S}_0^* + \int_0^{\tau} e^{\tau'} I^*(\tau') d\tau' \right] \left\{ -\tau + \ln \left[\mathbf{S}_0^* + \int_0^{\tau} e^{\tau'} I^*(\tau') d\tau' \right] \right\} d\tau \quad (12)$$

$$S_2^*(t^*) = -e^{-t^*} \int_0^{t^*} e^{\tau} \left\{ \frac{1}{2} S_0^*(\tau) \ln^2 S_0^*(\tau) + S_1^*(\tau) \left[1 + \ln S_0^*(\tau) \right] \right\} d\tau \quad (13)$$

Las ecuaciones 10 a 13 proporcionan la solución analítica aproximada de segundo orden de la ecuación adimensional del tránsito de avenidas en vasos.

A fin de evaluar el comportamiento de esta solución, se planteó el tránsito de una avenida con un hidrograma triangular (ilustración 2), el cual da origen al hidrograma triangular adimensional mostrado en la ilustración 3.

Ilustración 2. Avenida con hidrograma triangular.

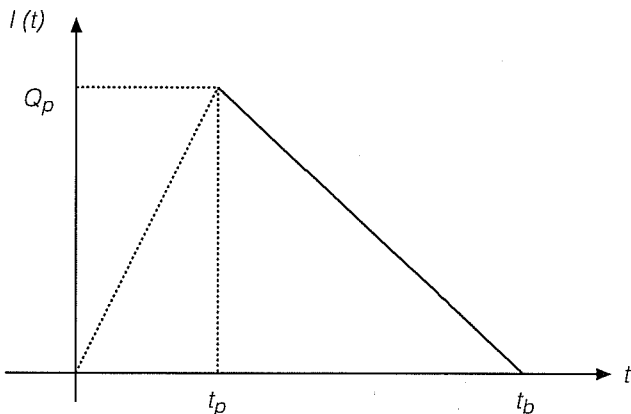
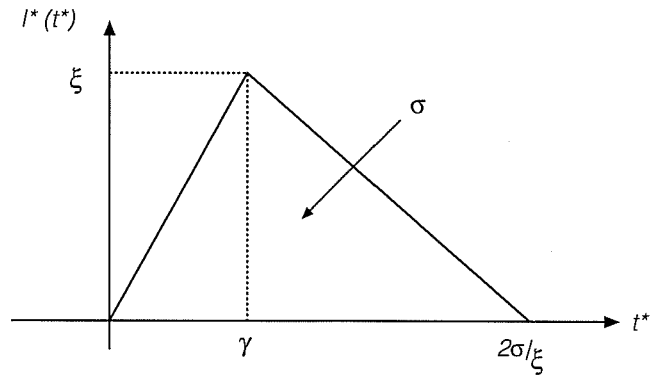


Ilustración 3. Hidrograma triangular adimensional.



De la ilustración 3, el gasto pico adimensional se ha expresado como $\xi = Q_p/Q_e$, el tiempo pico adimensional como $\gamma = t_p/t_e$ y ya que el volumen de escurrimiento adimensional es $\sigma = V_e/S_e$, el tiempo base está dado por $2\sigma/\xi$.

De acuerdo con lo anterior, el hidrograma de entrada queda descrito por las siguientes expresiones:

$$\text{para } 0 \leq t^* \leq \gamma: \quad I^*(t^*) = \frac{\xi}{\gamma} t^*$$

$$\text{para } \gamma \leq t^* \leq \frac{2\sigma}{\xi}: \quad I^*(t^*) = \xi \left(\frac{2\sigma - \xi t^*}{2\sigma - \xi \gamma} \right)$$

$$\text{para } t^* > \frac{2\sigma}{\xi}: \quad I^*(t^*) = 0$$

Con lo anterior, la solución del tránsito está dada por las expresiones siguientes:

para $0 \leq t^* \leq \gamma$:

$$S^*(t^*; \varepsilon) = \left[\mathbf{S}_0^* + \frac{\xi}{\gamma} \left\{ e^{t^*} (t^* - 1) + 1 \right\} \right] e^{-t^*} - \varepsilon e^{-t^*} \int_0^{t^*} \left[\mathbf{S}_0^* + \frac{\xi}{\gamma} \left\{ e^{\tau} (\tau - 1) + 1 \right\} \right] \left\{ -\tau + \ln \left[\mathbf{S}_0^* + \frac{\xi}{\gamma} \left\{ e^{\tau} (\tau - 1) + 1 \right\} \right] \right\} d\tau - \varepsilon^2 e^{-t^*} \int_0^{t^*} \left\{ \frac{1}{2} \left[\mathbf{S}_0^* + \frac{\xi}{\gamma} \left\{ e^{\tau} (\tau - 1) + 1 \right\} \right]^2 \left\{ -\tau + \ln \left[\mathbf{S}_0^* + \frac{\xi}{\gamma} \left\{ e^{\tau} (\tau - 1) + 1 \right\} \right] \right\} \right\} d\tau - \int_0^{\tau} \left[\mathbf{S}_0^* + \frac{\xi}{\gamma} \left\{ e^{\tau'} (\tau' - 1) + 1 \right\} \right] \left\{ -\tau' + \ln \left[\mathbf{S}_0^* + \frac{\xi}{\gamma} \left\{ e^{\tau'} (\tau' - 1) + 1 \right\} \right] \right\} d\tau' \cdot \left\{ 1 - \tau + \ln \left[\mathbf{S}_0^* + \frac{\xi}{\gamma} \left\{ e^{\tau} (\tau - 1) + 1 \right\} \right] \right\} d\tau \quad (14)$$

para $\gamma \leq t^* \leq \frac{2\sigma}{\xi}$:

$$\begin{aligned}
 S(t^*; \varepsilon) = & \left[\mathbf{S}_0 + \left\{ m_1 + m_2 \left[e^{t^*} - m_5 \right] - m_3 \left[e^{t^*} (t^* - 1) - m_4 \right] \right\} \right] e^{-t^*} \\
 & - \varepsilon e^{-t^*} \int_0^{t^*} \left[\mathbf{S}_0 + \left\{ m_1 + m_2 \left[e^{\tau} - m_5 \right] - m_3 \left[e^{\tau} (\tau - 1) - m_4 \right] \right\} \right] \\
 & \left\{ -\tau + \ln \left[\mathbf{S}_0 + \left\{ m_1 + m_2 \left[e^{\tau} - m_5 \right] - m_3 \left[e^{\tau} (\tau - 1) - m_4 \right] \right\} \right] \right\} d\tau \\
 & - \varepsilon^2 e^{-t^*} \int_0^{t^*} \left\{ \frac{1}{2} \left[\mathbf{S}_0 + \left\{ m_1 + m_2 \left[e^{\tau} - m_5 \right] - m_3 \left[e^{\tau} (\tau - 1) - m_4 \right] \right\} \right] \right\}^2 \\
 & \left\{ -\tau + \ln \left[\mathbf{S}_0 + \left\{ m_1 + m_2 \left[e^{\tau} - m_5 \right] - m_3 \left[e^{\tau} (\tau - 1) - m_4 \right] \right\} \right] \right\}^2 \\
 & - \int_0^{t^*} \left[\mathbf{S}_0 + \left\{ m_1 + m_2 \left[e^{\tau} - m_5 \right] - m_3 \left[e^{\tau} (\tau - 1) - m_4 \right] \right\} \right] \bullet \quad (15) \\
 & \left\{ -\tau' + \ln \left[\mathbf{S}_0 + \left\{ m_1 + m_2 \left[e^{\tau'} - m_5 \right] - m_3 \left[e^{\tau'} (\tau' - 1) - m_4 \right] \right\} \right] \right\} d\tau' \\
 & \left(1 - \tau + \ln \left[\mathbf{S}_0 + \left\{ m_1 + m_2 \left[e^{\tau} - m_5 \right] - m_3 \left[e^{\tau} (\tau - 1) - m_4 \right] \right\} \right] \right) \left. \right\} d\tau
 \end{aligned}$$

donde:

$$m_1 = \frac{\xi}{\gamma} \left[e^{\gamma} (\gamma - 1) + 1 \right]$$

$$m_2 = \frac{2\sigma\xi}{2\sigma - \gamma\xi}$$

$$m_3 = \frac{\xi^2}{2\sigma - \gamma\xi}$$

$$m_4 = e^{\gamma} (\gamma - 1)$$

$$m_5 = e^{\gamma}$$

para $t^* > \frac{2\sigma}{\xi}$:

$$S(t^* > t_b^*; \varepsilon) = \frac{1}{\left[\varepsilon \left(t^* - \frac{2\sigma}{\xi} + \frac{1}{S_b^{\varepsilon}} \right) \right]^{\frac{1}{\varepsilon}}} \quad (16)$$

donde: $S_b^{\varepsilon} = S^* \left(\frac{2\sigma}{\xi}; \varepsilon \right)$

Las ecuaciones 14 a 16 proporcionan una solución cerrada, en términos de cuadraturas, al problema de tránsito y pueden tomarse para análisis posteriores del comportamiento de las avenidas en vasos.

Ejemplo de aplicación

Con el fin de determinar si el parámetro ε es en realidad lo suficientemente pequeño como para satisfacer la hipótesis de $\varepsilon \ll 1$, se realizaron ajustes de la ecuación de elevaciones capacidades para diferentes vasos de almacenamiento con los resultados mostrados en el cuadro 1.

Para evaluar la solución encontrada, ésta se aplicó al caso del tránsito de la avenida de diseño de la presa *El Molinito*, ubicada en la cuenca del río Sonora, en el norte de la república mexicana. La avenida de diseño se simplificó a un hidrograma triangular, conservando el gasto pico y el volumen de escurrimiento; mientras que el tiempo pico se calculó como 3/8 partes del tiempo base.

De acuerdo con el cuadro 1, este embalse tiene un parámetro $\varepsilon = 0.237587$, el cual es uno de los valores más altos encontrado en las presas consideradas. El

Cuadro 1. Valor de ε para diferentes vasos.

Embalse	Valor absoluto de ε
Villa Victoria	0.105881
Trigomil	0.135581
Huites	0.059296
<i>El Molinito</i>	0.237587
Abelardo L. Rodríguez	0.192250
El Infiernillo	0.071361
Álvaro Obregón	0.271386
Benito Juárez	0.255562

Ilustración 4. Hidrograma de entrada a la presa *El Molinito*, Sonora.

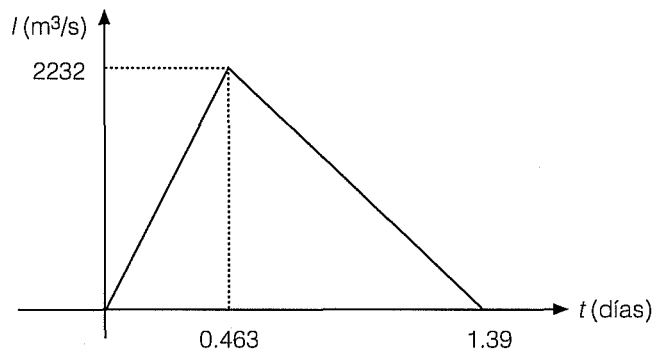
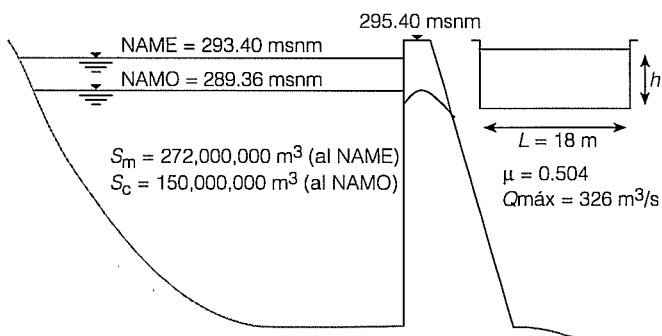


Ilustración 5. Características de la presa El Molinito, Sonora.

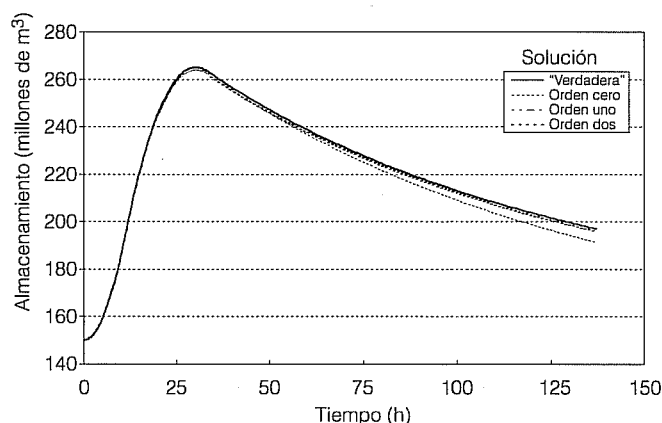


hidrograma de entrada que se tomó en cuenta se muestra en la ilustración 4, mientras las características físicas del vaso se observan en la ilustración 5.

De manera explícita se obtuvieron las soluciones de orden cero, uno y dos, así como la solución numérica por medio de la aplicación del método de Runge-Kutta de 4° orden a la ecuación diferencial original, empleando un valor muy pequeño del incremento de tiempo, $\Delta t^* = 0.001$, la cual fue tomada como "solución verdadera" para evaluar el comportamiento de las diferentes soluciones perturbatorias. La reducción de Δt^* a la mitad del valor citado no modifica la solución en cinco cifras significativas.

La evolución de los almacenamientos para las distintas soluciones se muestra en la ilustración 6. Como se observa, la diferencia entre la solución "verdadera", de orden uno y de orden dos es prácticamente inapreciable, a pesar de que el valor de ϵ no es tan pequeño. Con esto se considera que el enfoque perturbatorio utilizado reproduce en forma adecuada los resultados del tránsito.

Ilustración 6. Evolución de los almacenamientos. Presa El Molinito, Sonora.



Cuadro 2. Resultados del tránsito.

Método aplicado	Almacenamiento máximo (millones de m ³)	Desviación con respecto a la solución "verdadera" (%)
Numérica RK-4	265.21	0.00
Perturbatorio de orden cero	263.96	0.47
Perturbatorio de orden uno	264.89	0.11
Perturbatorio de orden dos	264.98	0.08

Cuadro 3. Error medio hasta $t^* = 1$.

Método aplicado	Error medio (%)
Perturbatorio de orden cero	0.60
Perturbatorio de orden uno	0.18
Perturbatorio de orden dos	0.20

Los almacenamientos máximos, así como la desviación en porcentaje con respecto al método de referencia (solución "verdadera") se consignan en el cuadro 2. El error medio obtenido hasta $t^* = 1$ ($t = 1.321$ días) se observa en el cuadro 3.

Como puede observarse, los errores correspondientes a las soluciones de orden uno y dos son comparables, por lo que, en vista de su relativa sencillez, se recomienda emplear la solución de orden uno.

Conclusiones

Se desarrolló un método analítico aproximado para la solución del tránsito de avenidas en vasos de almacenamiento, aplicando un enfoque perturbatorio. Se presentaron expresiones generales, de tal forma que éstas pueden utilizarse para cualquier hidrograma de entrada. De los resultados obtenidos al aplicar el método al caso real de la avenida de diseño de la presa El Molinito en Sonora, México, se desprende que la solución perturbatoria de orden uno resulta adecuada para fines prácticos. Además, en términos del almacenamiento máximo o la elevación máxima de la superficie libre del agua (que son los parámetros de diseño más importantes de un vaso), aún la solución de orden cero es muy buena incluso para valores "grandes" del parámetro ϵ .

Finalmente, la solución presentada constituye un medio para estudiar el comportamiento de los embalses sujetos a avenidas arbitrarias.

Recibido: 01/08/2001
Aprobado: 28/08/2001

Referencias

- Akan, A.O., "Detention Pond Sizing for Multiple Return Periods", *Journal of Hydraulic Engineering*, vol. 115, núm. 5, 1989, pp. 650-664.
- Akan, A.O., "Single-Outlet Detention-Pond Analysis and Design", *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, vol. 116, núm. 4, 1990, pp. 527-536.
- Basha, H.A., "Nonlinear Reservoir Routing: Particular Analytical Solution", *Journal of Hydraulic Engineering*, vol. 120, núm. 5, 1994, pp. 624-632.
- Basha, H.A., "Routing Equations for Detention Reservoirs", *Journal of Hydraulic Engineering*, vol. 121, núm. 12, 1995, pp. 885-888.
- Bureau of Reclamation, *Design of Small Dams*, Water Resources Technical Publications, Denver, Colorado, 1987, 830 p.
- Chow, V.T., D.R. Maidment y L.W. Mays, *Hidrología aplicada*, McGraw-Hill, Bogotá, 1994, 571 pp.
- Kessler, A. y M.H. Diskin, "The Efficiency Function of Detention Reservoirs in Urban Drainage Systems", *Water Resources Research*, vol. 27, núm. 3, 1991, pp. 253-256.
- Nayfeh, A.H., *Introduction to Perturbation Techniques*, John Wiley & Sons, Nueva York, 1981, 505 p.
- Ponce, V.M., *Engineering Hydrology: Principles and Practices*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1989, 627 pp.
- Ramírez, A.I., "Nuevas metodologías en la estimación de avenidas de diseño", tesis doctoral, DEPI-UNAM, México, 2000, 115 pp.

Abstract

Ramírez, A.I. & A.A. Aldama, "Approximate Analytical Solution of the Flood Routing Equation in Reservoirs", *Hydraulic Engineering in Mexico (in Spanish)*, pages 71-77, vol. XVI, num. 4, October-December, 2001.

Flood routing through storage reservoirs is one of the simplest problems of hydrology. However, until now, the equation that describes the phenomenon has no known analytical solution, it is solved by numerical methods. The development of an approximate analytic solution to the problem, which has been reached through a perturbation approach, is presented in this paper. General equations for arbitrary inflow hydrographs are shown. The proposed method has been applied to the design flood routing for the El Molinito dam (Sonora, Mexico) with good results. It is concluded that, for practical purposes, a perturbatory first order solution and even the zero order solution are good approximations to the problem, and that the proposed method could represent the basis for further studies regarding the behavior of dams related to arbitrary inflow hydrographs.

Key words: flood routing, storage reservoirs, analytical approximate solution, perturbation techniques, El Molinito dam.

Dirección institucional de los autores:

Aldo I. Ramírez
Álvaro A. Aldama

Instituto Mexicano de Tecnología del Agua
Paseo Cuauhnáhuac 8532
62550 Progreso, Morelos, México