



**COORDINACIÓN DE DESARROLLO
PROFESIONAL E INSTITUCIONAL**

SUBCOORDINACIÓN DE POSGRADO

T E S I S

**Acoplamiento de modelos de corriente-oleaje aplicando el método
Schwarz Waveform Relaxation (SWR)**

que para obtener el grado de
Doctor en
Ciencias y Tecnología del Agua

presenta

M.I. Miguel Angel Rodríguez Flores

Tutor: Dr. Efraín Mateos Farfán

Con fundamento en los artículos 21 y 27 de la Ley Federal del Derecho de Autor y como titular de los derechos moral y patrimoniales de la obra titulada "Acoplamiento de modelos de corriente-oleaje aplicando el método Schwarz Waveform Relaxation (SWR)", otorgo de manera gratuita y permanente al Instituto Mexicano de Tecnología del Agua, autorización para que fijen la obra en cualquier medio, incluido el electrónico, y la divulguen entre su personal, estudiantes o terceras personas, sin que pueda percibir por tal divulgación una contraprestación.

Miguel Angel Rodríguez Flores



Jiutepec, Morelos | a 16 de Abril de 2019

Resumen

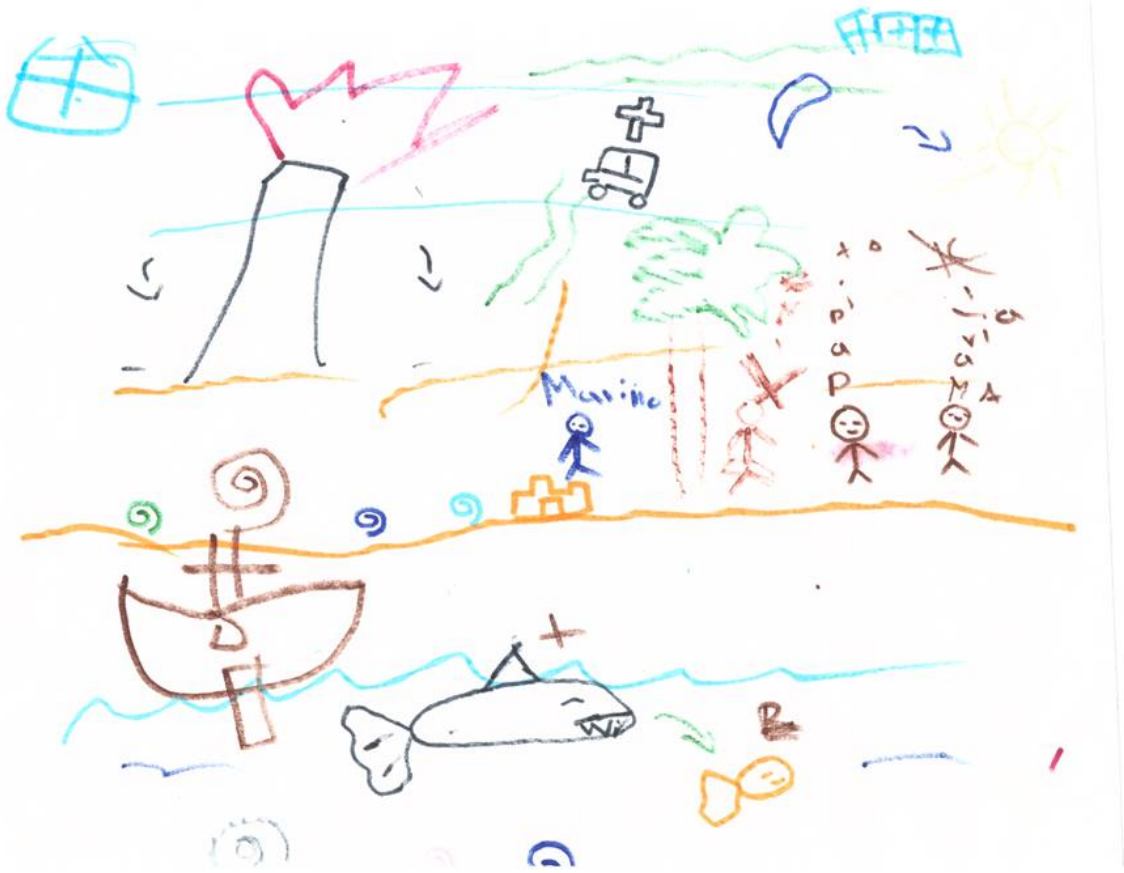
Se presenta una aplicación del método Schwarz Waveform Relaxation (SWR) para modelos hidrodinámicos oceánicos y espectrales de oleaje.

El método SWR permite acoplar modelos geofísicos y consiste en la descomposición de dominio tipo Schwarz y los métodos de relajación de onda, en donde los modelos se dividen en subdominios espacio-temporales. Ésta estrategia permite obtener mejor convergencia en la solución en comparación con el algoritmo asincrónico o también denominado “one-way”.

Con el fin de verificar las ventajas y desventajas de la metodología propuesta se realizan comparaciones con el algoritmo asincrónico y se ilustran con dos experimentos donde se resolvió un modelo idealizado de Corrientes de Retorno incluido en el sistema de acoplamiento COAWST (Coupled Ocean-Atmosphere-Sediment Transport).

Los resultados mostrados contribuyen al conocimiento de los algoritmos Schwarz y su aplicabilidad como método multifísico para el acoplamiento de modelos geofísicos.

A mis hijas, Karen y Ximena.



Agradecimientos

Al Dr. Efraín Mateos Farfán por su apoyo, comentarios y paciencia.

A los investigadores y miembros del Comité tutorial Dr. Julio Sergio Santana Sepúlveda, Dr. Martín José Montero Martínez, Dr. José Antonio Salinas Prieto y Dr. Victor Manuel Arroyo Correa, gracias por sus aportaciones y correcciones hechas al presente trabajo.

Al Posgrado del IMTA por permitir el apoyo económico de la beca de manutención durante los 36 meses del doctorado.

A mis padres Azucena Flores y Miguel Angel Rodríguez, a mi hermano Samuel, gracias por su apoyo incondicional.

A Blanca Elena Pedroza, gracias por tu apoyo en la lejanía y la cercanía, y por todos tus consejos. "Todos están locos..."

A mis compañeros, Lila Gabriela Pérez, Rosario Ayala, Jorge Ibarra, Carlos Adrián Moreno, Joshua Cabello por su apoyo, conocimientos y por su amistad.

A mis amigos en Morelos Coty, Jahir, Yaz, Adrián, Gisel, Diana, Lila, Jorge, gracias por esos Martes de lectura.

A todos los que inconscientemente ayudaron a la realización de este trabajo.

¿Quién es Éste que hasta el viento y el mar obedecen?

Mateo 8,27

Índice

1. Introducción	9
1.1. Generalidades sobre el acoplamiento de modelos geofísicos	11
1.1.1. Generalidades sobre el acoplamiento de modelos de corriente- oleaje	14
1.2. Generalidades sobre el fenómeno de Corrientes de Retorno	15
1.3. Problema del acoplamiento multifísico	20
1.4. Algoritmos actuales para el acoplamiento	21
1.4.1. Algoritmo Sincrónico	22
1.4.2. Algoritmo Asincrónico	24
1.4.3. Acopladores	26
1.5. Algoritmo de descomposición de dominio tipo Schwarz para el aco- plamiento	28
1.5.1. Algoritmo original de Schwarz	29

1.5.1.1.	Convergencia teórica del algoritmo original Schwarz	31
1.5.2.	Schwarz Waveform Relaxation (SWR)	33
1.5.2.1.	Convergencia teórica del algoritmo SWR	35
1.6.	Justificación	38
1.7.	Hipótesis	39
1.8.	Objetivos	39
1.8.1.	Objetivo general	39
1.8.2.	Objetivos particulares	39
2.	Metodología	41
2.1.	Sistema de Acoplamiento COAWST	42
2.1.1.	Modelo hidrodinámico oceánico ROMS	43
2.1.2.	Modelo espectral de oleaje SWAN	48
2.1.3.	Modelo idealizado	51
2.2.	Experimentos	54
2.2.1.	Algoritmo Asíncrono (One-way)	55
2.2.2.	Algoritmo Schwarz Waveform Relaxation (SWR)	55
2.2.2.1.	Acoplamiento	56
2.2.3.	Evaluación de convergencia del modelo acoplado para el método de Schwarz	57

2.2.3.1. Normas	57
2.2.3.2. Orden de convergencia	59
2.2.3.3. Consideraciones de la Evaluación	59
2.2.4. Evaluación del desempeño de los experimentos	60
2.2.4.1. Error cuadrático medio	61
2.2.4.2. Desviación Estándar	61
2.2.4.3. Correlación	61
2.2.4.4. Error relativo porcentual	62
3. Resultados	63
3.1. Análisis de estabilidad de los modelos	64
3.2. Algoritmo Asíncronico	64
3.3. SWR con 2 iteraciones (SWR-2)	69
3.3.1. Análisis de Convergencia	69
3.4. SWR con 4 iteraciones(SWR-4)	72
3.4.1. Análisis de Convergencia	74
3.5. Desempeño de los experimentos	77
4. Discusiones y conclusiones	83
4.1. Discusiones	83
4.2. Conclusiones	85

Anexo 87

A. Acoplador Asíncrono y Método de Schwarz 89

B. roms2swan 101

C. swan2roms 105

Referencias 119

Índice de figuras

1.1. Definición clásica de corrientes de retorno	16
1.2. Tipos de Corrientes de retorno	18
1.3. Esquema del problema de acoplamiento para modelos multifísicos	20
1.4. Esquema de acoplamiento sincrónico	24
1.5. Esquema de acoplamiento asincrónico	25
1.6. Esquema del algoritmo Schwarz	30
1.7. Convergencia del algoritmo de Schwarz original	32
1.8. Esquema de descomposición de dominio temporal	34
1.9. Descomposición espacio-temporal para el método SWR en dos di- mensiones	36
2.1. Batimetría del modelo idealizado de Corrientes de Retorno	52
2.2. Esquema de acoplamiento SWAN-ROMS	57
3.1. Energía Cinética del modelo	65

3.2. Energía cinética para el tiempo de modelado considerado	65
3.3. Corrientes de Retorno, experimento asincrónico	67
3.4. Transectos	68
3.5. Estructura vertical de las velocidades Eulerianas, algoritmo asincrónico	68
3.6. Estructura vertical de las velocidades Eulerianas, SWR= 2 iteraciones	69
3.7. Corrientes de Retorno, SWR-2	70
3.8. Estructura vertical de las velocidades Eulerianas, SWR= 4 iteraciones	72
3.9. Corrientes de Retorno, SWR-4	73
3.10. Error del experimento SWR-4	75
3.11. Tasa de convergencia del experimento SWR-4	76
3.12. Orden del orden de convergencia del Experimento SWR-4	76
3.13. Error cuadrático medio(RMSE) de los experimentos.	78
3.14. Error relativo porcentual experimento SWR4	81
3.15. Altura significativa de los experimentos	82

Índice de tablas

2.1. Características de los Experimentos	54
3.1. Normas matriciales Experimento SWR-2,t=600 seg.	71
3.2. Normas matriciales Experimento SWR-2,t=1200 seg.	71
3.3. Normas matriciales Experimento SWR-2,t=1800 seg.	71
3.4. Norma matriciales Experimento SWR-4, t=600 seg.	74
3.5. Norma matriciales experimento SWR-4, t=1200 seg	74
3.6. Norma matriciales Experimento SWR-4, t=1800 seg	74
3.7. Parámetros estadísticos de los experimentos para la variable altura significante de ola	79
3.8. Parámetros estadísticos de los experimentos para la variable u ba- rotrópica	80
3.9. Parámetros estadísticos de los experimentos para la variable v ba- rotrópica	80

Introducción

Los modelos numéricos tratan de representar los procesos que suceden en la naturaleza a través de un conjunto de ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento físico de los fenómenos e incluyen balances de momento, masa y energía principalmente; algunos también incluyen procesos químicos y biológicos.

La forma de organizar los términos de las ecuaciones diferenciales en los modelos numéricos, para el caso de fenómenos geofísicos, es en dos grupos: dynamical core y physics. El primero consiste en un conjunto que permite representar y caracterizar la dinámica del fluido a escalas mayores usando las denominadas ecuaciones primitivas. El segundo grupo incluye a los procesos que están en una escala mucho más pequeña e incluso a nivel molecular y son resueltas a través de parametrizaciones o con funciones matemáticas.

Dado que los procesos físicos que representan los modelos no son fenómenos aislados y muchos de ellos están en contacto en sus fronteras (por ejemplo interacción océano-atmósfera, atmósfera-continente, continente-océano) existe cierta

dependencia entre ellos. La forma de interacción entre los modelos se denomina acoplamiento y consiste en conectar de cada modelo a utilizar los “dynamical core” y “physics”. Cabe resaltar que cada modelo puede tener diferentes escalas, temporales y espaciales, y esquemas numéricos para la resolución de ecuaciones.

La solución del conjunto de ecuaciones diferenciales para cada modelo puede ser realizada por medio de esquemas como son diferencias finitas o elemento finito, para ambos casos a través de discretizaciones. El problema se convierte en un sistema de ecuaciones algebraicas cuyo limitante importante, hasta hace menos de 50 años, eran los recursos computacionales. La forma tradicional de resolver éstos sistemas de ecuaciones puede plantear una serie de pasos secuenciales.

En la actualidad, se utilizan técnicas matemáticas como la descomposición de dominio, que permite resolver los sistemas algebraicos a través de la separación del problema y el uso del computeo en paralelo. El método de Schwarz es considerado como uno de los métodos de descomposición más antiguos (Schwarz, 1870) que se ha retomado para resolver sistemas actuales y complejos.

La estructura de este trabajo en la parte introductoria describe los generalidades sobre el acoplamiento, algoritmos de acoplamiento de modelos y método Schwarz Relaxation Waveform (SWR). En el capítulo de *Metodología* se describen los modelos, herramientas y experimentos numéricos realizados. Se reporta lo obtenido de los experimentos numéricos, en el capítulo de *Resultados*. Finalmente se discuten y se concluyen los resultados.

1.1. Generalidades sobre el acoplamiento de modelos geofísicos

Los Modelos de Circulación General (MCG) representan procesos físicos de la atmósfera, océano, criósfera y a la superficie terrestre. Se utilizan principalmente para la predicción numérica del tiempo, la predicción climática, y como herramienta para entender mejor procesos físicos aislados dentro del sistema climático; consideran a todo el planeta para realizar las simulaciones. Este tipo de modelos resuelven numéricamente las ecuaciones de conservación de energía, conservación de momentum, conservación de masa y la ley de gas ideal. Además, debido a la complejidad de los procesos parametrizan la radiación atmosférica, la interacción superficie-tierra, microfísica de nubes, entre otros.

El primer acoplamiento puede ser considerado a partir del desarrollo del Modelo de Circulación General Atmosférica (MCGA), a finales de la década de 1960 e impulsado por el Geophysical Fluid Dynamics Laboratory (GFDL), al cuál posteriormente se le incluyó un modelo oceánico. Inicialmente el modelo oceánico era muy simplificado, después se logró utilizar un modelo de 2 capas, sin embargo utilizaba una configuración idealizada para continente-océano (Manabe y Bryan, 1969). Fue hasta 1975 cuando se publicaron los primeros resultados con configuraciones y condiciones más reales (Manabe et al., 1975). En esta etapa de la historia el problema del acoplamiento de modelos involucraba los recursos computacionales.

En los años siguientes y con el desarrollo de sistemas de computo más eficientes, se tuvo la capacidad de trabajar con modelos más sofisticados (transformadas espectrales, esquemas químicos, esquemas de turbulencia) y la posi-

bilidad de obtener, guardar y trabajar con muchos más información. Esto derivó a que se acoplaran más modelos y que el acoplamiento incluyera más procesos físicos.

Sin embargo los MCG no resuelven los procesos que ocurren a escalas más pequeñas, por ejemplo en procesos costeros (brisa marina, sedimentos en la playas). Una alternativa al modelado global, son los Modelados Climático Regional (MCR) que surgen a finales de los década de 1980 (Dickenson et al., 1989; Giorgi y Bates, 1989) cuyo principio es obtener un descripción detallada de los procesos físicos a una mayor resolución espacial y que fueran consistentes con los MCG. En este caso no se intenta simular todo el planeta, sino una parte del mismo. Utilizan las mismas leyes físicas que los modelos globales y los mismos procesos matemáticos. La ventaja en utilizar estos modelos es que se puede tener una mayor resolución espacial en áreas mucho más pequeñas. La principal desventaja es debido a que el campo de estudio no abarca a todo el mundo por lo que se debe contar con información en las fronteras del modelo para poder simular el dominio interior.

Los primeros acoplamientos de MCR incluían el modelo atmosféricos, procesos hidrológicos (Leung et al., 1996), modelos oceánicos (Doscher et al., 2002). Algunos otros se enfocaron a regiones y procesos particulares como la modelación de hielo-océano (Lynch et al., 1995).

En los últimos años se han incrementado el desarrollo de MCR, que además de ser atmósfera-océano, se han desarrollado algunos que incluyen oleaje, transporte de sedimentos, vegetación acuática, etc.

Algunos ejemplos actuales de estos MCR que incluyen acoplamiento son: Scripps Coupled Ocean-Atmosphere Regional (Seo et al., 2007); la marina de Es-

tados Unidos de América desarrolló Coupled Ocean/Atmosphere Mesoscale Prediction System (COAMPS), el cual incluye acoplamiento de atmósfera-océano-oleaje en escalas regionales para pronóstico operacional, así como para simulaciones de reanálisis; Coupled Ocean–Atmosphere–Wave–Sediment Transport (Warner et al., 2010) es uno de los sistemas de acoplamiento mas utilizados por la comunidad científica.

Con respecto a problemas en el acoplamiento atmósfera-océano, se han hecho estudios sobre las parametrizaciones y la dinámica del modelo, efectos de las escalas temporales y parametrizaciones, resolución de las parametrizaciones físicas, dinámica de las parametrizaciones, uso de predictores y condiciones iniciales (Lander y Hoskins, 1997; Caya et al., 1998; Molod, 2009; Wedi, 1999; Ploshay y Anderson, 2002)

En la búsqueda de una mejor representación de los fenómenos además de las parametrizaciones de los modelos algunos estudios se centraron en la variación de los parámetros de acoplamiento y su influencia en la representación del fenómeno (Williamson, 1999), en la frecuencia de acoplamiento (Lebeaupin-Brossier et al., 2009; Reed y Jablonowski, 2012) y en la modificación de diferentes tipos de mallas (Molod, 2009). Otro estudio demostró que no necesariamente se obtienen mejores resultados en todos los campos modelados al aumentar la resolución espacial; las simulaciones que fueron realizadas presentaron una fuerte sensibilidad al paso de tiempo para pequeñas escalas, y a la resolución horizontal para escalas grandes (Williamson, 2008).

En cuestiones numéricas, los estudios se han enfocado por ejemplo en la comparación de resultados con diferentes esquemas como explícito, implícito, semi-implícito (Staniforth et al., 2002).

De manera simple el concepto de convergencia numérica es aplicado cuando el método iterativo utilizado en los modelos produce una sucesión de aproximaciones más cercanas a la solución analítica a medida que el paso de tiempo se acerca a valores cercanos de cero, sin embargo para los modelos geofísicos no existe una solución analítica; en estudios recientes se ha experimentado con diversos pasos de tiempo (Teixeira et al., 2007) y con paso de tiempo cortos (Wan et al., 2015).

1.1.1. Generalidades sobre el acoplamiento de modelos de corriente-oleaje

Respecto al acoplamiento de modelos de corrientes-oleaje, los estudios comienzan a partir de modelos de circulación oceánica en una sola dimensión (Longuet-Higgins y Stewart, 1964; Longuet-Higgins, 1970), después se utilizaron modelos unidimensionales y bidimensionales (Ruessink et al., 2001; Yu y Slinn, 2003; Özkan Haller y Li, 2003; Reniers et al., 2004; Uchiyama et al., 2009), en los cuales se estudió la dinámica principalmente costera y basados en ecuaciones integradas verticalmente.

Los modelos cuasi- tridimensionales y modelos acoplados tridimensionales (Svendsen y Putrevu, 1994; Putrevu y Svendsen, 1999; Haas y Warner, 2009; Uchiyama et al., 2010; Michaud et al., 2012) son considerados de última generación ya que representan de mejor manera la dinámica costera.

Respecto a convergencia en modelos tridimensionales de corriente-oleaje hasta el momento de la escritura de ésta investigación doctoral no se encontraron

estudios disponibles o aún están en desarrollo.

Los modelos de corrientes-oleaje se han utilizado para estudiar fenómenos costeros como la corriente de Agujas en el suroeste del océano Índico, desembocaduras de ríos en el mar (estuarios), mareas, y corrientes de retorno (Gonzalez, 1984; Lavrenov, 1998; Mori et al., 2002; Macmahan et al., 2006)

Para el estudio de los modelos de corrientes-oleaje se describirá el fenómeno de corrientes de retorno, sus características físicas y su formación. En la sección de métodos se detalla las ecuaciones utilizadas, modelos y acoplamiento utilizados en ésta investigación.

1.2. Generalidades sobre el fenómeno de Corrientes de Retorno

Las corrientes de retorno son movimientos de flujo rápidos que se mueven hacia afuera en casi ángulos rectos desde la costa (Shepard, 1936); son corrientes similares a un chorro de agua que van desde la línea de costa hasta más allá de la zona de rompientes (Macmahan et al., 2006).

Las olas incidentes desde el océano transportan energía, masa y momentum y se disipan en la zona de surf donde toda su energía se libera en la playa (Munk, 1949a, 1949b; Aagaard et al., 1997). Las corrientes existentes en la costa y el oleaje incidente elevan el nivel medio del agua y generan gradientes de presión. Estos gradientes de presión crean corrientes que salen de la costa hacia fuera de la misma.

Basado en esquema clásico (figura 1.1) la estructura de una corriente de re-

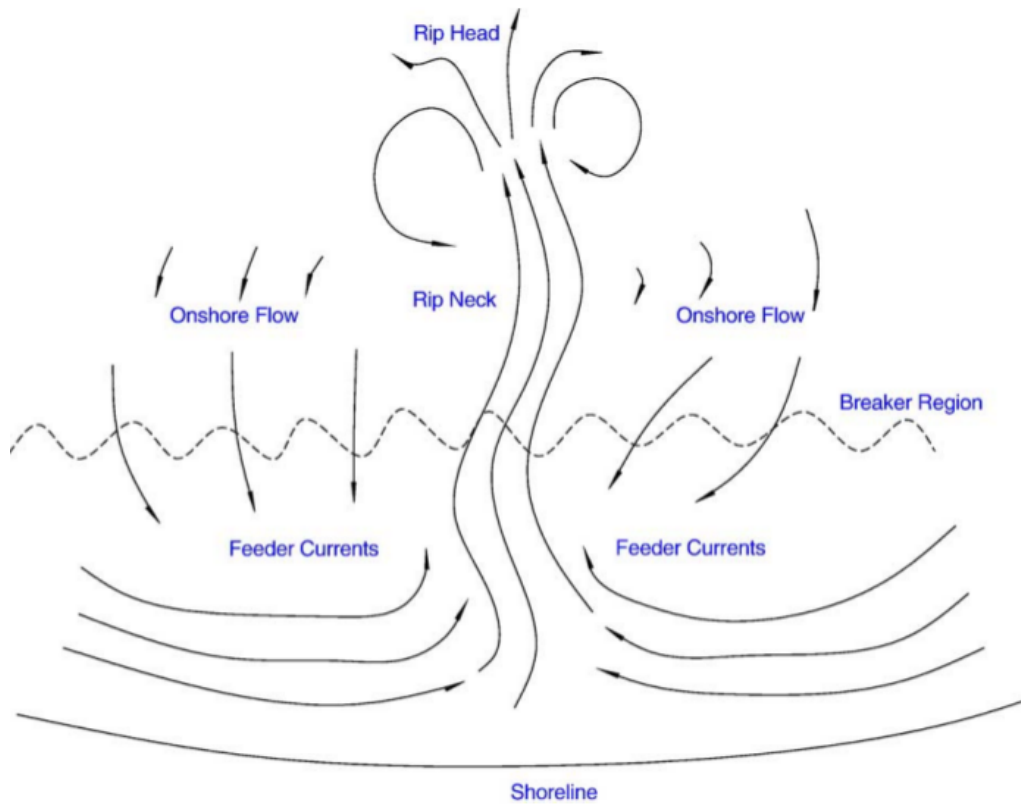


Figura 1.1: Esquema de la definición clásica de corrientes de retorno (Shepard et al., 1941)

torno es:

- Canal de Entrada(feeder)
- Cuello de Corriente (rip neck)
- Cabeza de Corriente de Retorno (rip header)

En el canal de entrada que está la surf zone y se determina visualmente con la diferencia de color del agua y la ruptura del patrón de las olas entrantes. El cuello de corriente inicia desde una sección de la surf zone hasta la break zone y se caracteriza por la diferencia en el color del agua debido a la suspensión de sedimentos que son transportados hacia el mar. La parte final de la corriente es la cabeza donde visualmente es espumosa y de un color en la gama de los marrones.

Existen algunos estudios que estiman que las velocidades de las corrientes de retorno son de 1 cm s^{-1} (Shepard y Inman, 1950), 0.50 cm s^{-1} (Sonu, 1972), 0.30 cm s^{-1} (Huntley et al., 1988), 0.70 cm s^{-1} (Short y Hogan, 1994) y otras denominadas como “mega-rips” con velocidades que exceden los 2 cm s^{-1} (Short, 1999).

Generalmente, las corrientes de retorno son generadas por variaciones a lo largo de la costa en las alturas de las olas que se rompen (Bowen, 1969) y las variaciones a lo largo del mar. Se observan en playas de pendiente suave que permite a las olas se rompan en periodos de tiempo más largo y por tanto transportan mas agua hacia la playa.

La figura 1.2 muestra algunas de las configuraciones comunes de las corrientes de retorno (Dalrymple, MacMahan, Reniers, y Nelko, 2011). La mas común es la descrita en el inciso *a*) donde el banco de arena que se encuentra a lo largo de la costa tiene un canal; *b*) bancos de arena conectado, *c*) cerca de estructuras como muelles; *d*) en caso de playas pequeñas puede formarse una solo corriente de retorno muy grande denominada mega-rip; *e*) cuando existen montículos a lo largo de la playa; *f*) corrientes de retorno transitorias o casi-periódicas, cuando el ángulo de las olas incidentes en oblicuo a la linea de costa; *g*) cuando el ángulo incidente de la olas es normal.

En general la dinámica de las corrientes de retorno es la siguiente:

1. Las olas rompen en los bancos de arena, antes de romperse en el área del canal de entrada
2. El rompimiento de las olas causa un aumento de nivel del agua en el banco de arena, en relación con el nivel del canal de entrada
3. Se crea un gradiente de presión.

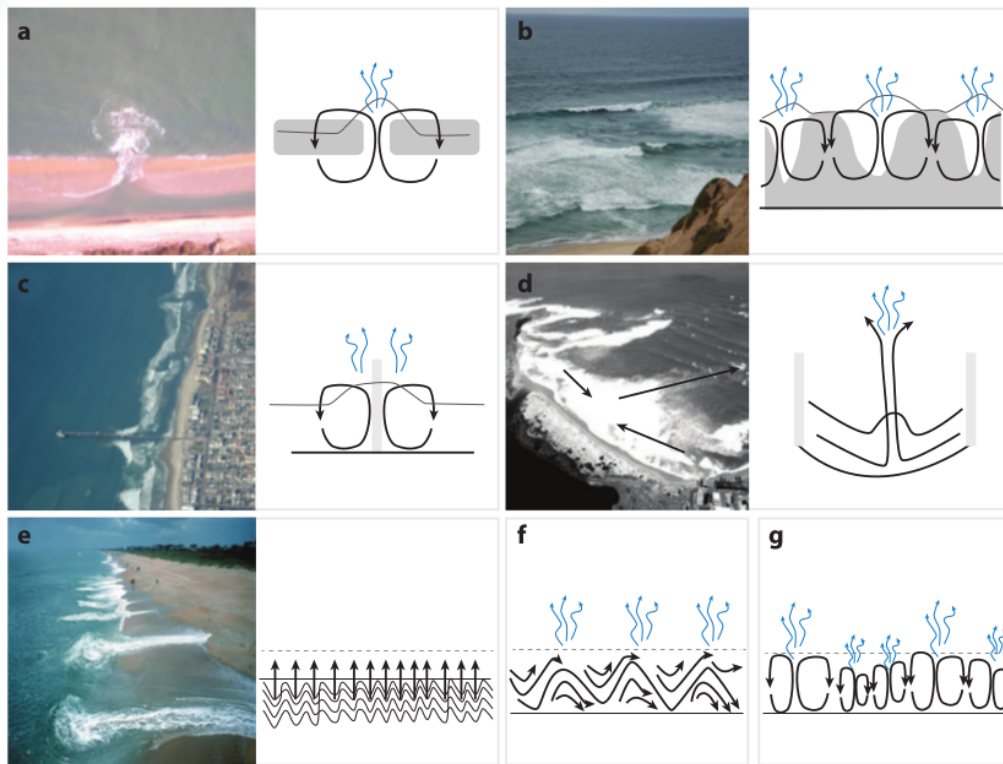


Figura 1.2: Tipos de Corrientes de retorno: *a)* Linear bar-trough, *b)* Semi-enclosed, *c)* Rip current collocated with the pier, *d)* Mega-rip, *e)* Swash rip current, *f)* Obliquely incident wave angle, *g)* Near-normally incident wave angle (Dalrymple et al., 2011)

4. El gradiente de presión hace que cambien la dirección de las corrientes del litoral.
5. Las corrientes del litoral convergen y se dirigen hacia el mar a través del canal de entrada.

Los mecanismos de forzamiento de este fenómeno son el oleaje y la interacción entre el oleaje. Las variaciones en la altura y periodo del oleaje causan que el nivel del agua no sea uniforme en la zona de surf. Esta variación provoca un gradiente de presión y hace que las corrientes de litoral converjan causando corrientes de retorno y transporte de masa fuera de la costa. En cuanto a la interacción, el oleaje que llega a la zona de surf es generado por múltiples fuentes y por lo tanto puede llegar en diferentes direcciones. Los componentes bidireccionales (x, y) del oleaje entrante provocan variaciones en el agua transportada a la zona de surf. Las corrientes de retorno aparecerán en las intersecciones de los

diferentes grupos de olas, debido a la diferencia de nivel del agua.

Respecto a la interacción del oleaje con las fronteras, se pueden mencionar los cambios en la batimetría en la zona de surf que pueden causar variaciones en el oleaje entrante a lo largo de la costa. El caso mas representativo es después del paso de una tormenta, ya que las olas transportan arena de mar adentro y crean bancos de arenas a lo largo de la costa. Existen diversos estudios (Wright y Short, 1984) y mediciones de campo (Lippmann y Holman, 1990) que muestran que la batimetría de las costas tiene diversas etapas, desde una etapa erosionada hasta una etapa donde la zona de surf se encuentra recuperada después de una tormenta. Las corrientes de retorno están presentes durante todas las etapas de la evolución de la playa dependiendo de la variabilidad de la batimetría a lo largo de la costa (Dalrymple et al., 2011).

Las corrientes de retorno pueden ocurrir en lugares fijos como son las estructuras que son hechas por el hombre (Dalrymple et al., 1977; Mizumura, 1979; Shepard et al., 1941; Wind y Vreugdenhil, 1986). Estas estructuras provocan difracción alrededor de ellas. Por lo que habrá variaciones en la alturas de las olas cuando la energía difractada interactúe con las olas en la zona de surf. Existen casos en que las estructuras son diseñadas para generar corrientes de retorno (Black y Andrews, 2001; Cáceres et al., 2010; Wind y Vreugdenhil, 1986).

Otro fenómeno natural que influye en las corrientes de retorno son las mareas debido a la posición de la breaker zone y tamaño de la surf zone (Aagaard et al., 1997; Brander y Short, 2001; Shepard y Inman, 1950; Sonu, 1972). En el caso de marea alta la breaker zone se mueve mas hacia la costa y se reduce la surf zone, por el contrario en marea baja, la zona de surf es mas grande y puede transportar mas agua. En marea alta, las corrientes de retorno son inexistentes (MacMahan, Thornton, y Reniers, 2005)

1.3. Problema del acoplamiento multifísico

En las secciones siguientes se aborda el problema del acoplamiento de modelos desde un punto de vista multifísico y se plantearán como es que los modelos actuales están acoplados.

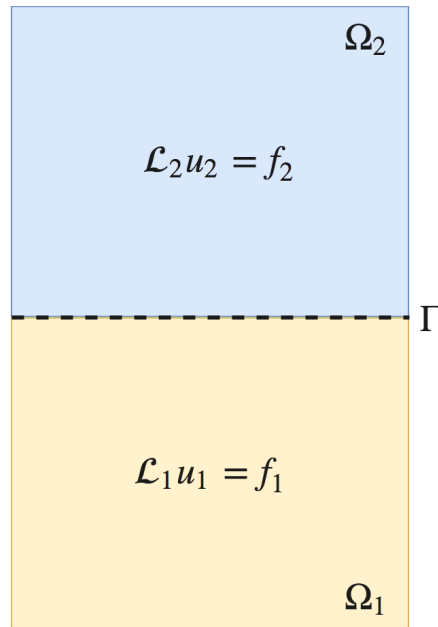


Figura 1.3: Esquema del problema de acoplamiento para modelos multifísicos.

Para entender el problema (figura 1.3) del acoplamiento se define $\Omega = \mathbb{R}$, se descompondrá Ω en dos subdominios Ω_1 y Ω_2 los cuales no necesariamente están traslapados pero comparten fronteras en común Γ . Cada modelo está definido en su dominio espacial $\Omega_1 \times [0, T]$ y $\Omega_2 \times [0, T]$. Los operadores diferenciales \mathcal{L}_1 y \mathcal{L}_2 son aplicados a las variables u_1 y u_2 . f_1 y f_2 son términos de forzamiento de los modelos.

Las ecuaciones 1.1 y 1.2 representan a ambos modelos y se tendrá que buscar una solución de u_2 y u_1 dado unas condiciones iniciales y de frontera que satisfaga adecuadamente ambos conjuntos de ecuaciones.

$$\begin{cases} \mathcal{L}_2 u_2 = f_2 & \text{en } \Omega_2 \times [0, T], \\ \mathcal{B}_2 u_2 = g_2 & \text{en } \partial\Omega_2^{ext} \times [0, T], \\ \mathcal{F}_2 u_2 = \mathbf{F}_{12}(u_1, u_2) & \text{sobre } \Gamma \times [0, T] \end{cases} \quad (1.1)$$

$$\begin{cases} \mathcal{L}_1 u_1 = f_1 & \text{en } \Omega_1 \times [0, T], \\ \mathcal{B}_1 u_1 = g_1 & \text{en } \partial\Omega_1^{ext} \times [0, T], \\ \mathcal{F}_1 u_1 = \mathbf{F}_{12}(u_1, u_2) & \text{sobre } \Gamma \times [0, T] \end{cases} \quad (1.2)$$

Las condiciones de frontera entre los modelos están dadas por los operadores \mathcal{B}_1 y \mathcal{B}_2 , g_1 y g_2 son los forzamientos. \mathcal{F}_2 y \mathcal{F}_1 son los operadores de la interface de los modelos que son afectados por \mathbf{F}_{12} que es una función que permite el intercambio de información de los modelos. La ventana de acoplamiento \mathcal{T} se refiere a una sección $[t, t_{i+1}]$ del tiempo en el donde los modelos Ω_1 y Ω_2 son acoplados.

1.4. Algoritmos actuales para el acoplamiento

Una vez planteado el problema del acoplamiento existen ciertas metodologías establecidas para solucionarlo y es a través de los algoritmos de acoplamiento, los cuáles describen una serie finita de pasos que se deben realizar de forma específica para resolver los sistemas de ecuaciones algebraicas propuestas por cada uno de los modelos a acoplar. Se pueden clasificarse en dos categorías de forma general:

- *Método monolítico.* Es un solo modelo que representa todos los procesos que se requieren acoplar. Requiere que los componentes compartan la misma malla (espacio-temporal). No se puede manejar este algoritmo cuando se tienen dos modelos distintos a acoplar con diferentes técnicas numéricas. Desarrollado principalmente para el enfoque de modelos idealizados y pruebas (Connors y Gannis, 2011)
- *Método particionado.* Cuando se tienen diversos modelos con diferentes técnicas numéricas, mallas y escalas temporales. Este tipo de algoritmos se utilizan más frecuentemente en los problemas como atmósfera-océano (Keyes, 2013). A su vez ésta categoría puede dividirse en dos algoritmos, asíncrono y sincrónico.

En los estudios anteriormente mencionados, se utilizaron modelos donde el acoplamiento ocurre en las fronteras físicas, en las cuáles es donde se realiza el intercambio flujos (momento, masa, calor). Aunque existan diversos sistemas de acoplamiento con diferentes modelos todos comparten algoritmos en común. La mayoría de los sistemas actuales de acoplamiento utilizan un algoritmo particionado ya sea sincrónico o asíncrono.

En la siguiente sección se presentan la formulación y la diferencias de los algoritmos sincrónico y asíncrono.

1.4.1. Algoritmo Sincrónico

En el algoritmo sincrónico, también llamado “2-way”, continuamente hay intercambio de las variables o flujos, es decir existe retroalimentación entre los modelos, por lo que los resultados varían conforme a los tiempos de intercambio.

El algoritmo utilizado en el método sincrónico para el modelo 2:

$$\mathcal{L}_2 u_2 = f_2 \quad \text{en } \Omega_2 \times [t_i, t_{i+1} + N\Delta t_{m2}] \quad (1.3)$$

$$\mathcal{F}_2 u_2 = \mathbf{F}_{12}(u_1(t_i), u_2(t)) \quad \text{en } \partial\Gamma \times [t_i, t_{i+1} + N\Delta t_{m2}] \quad (1.4)$$

y para el modelo 1:

$$\mathcal{L}_1 u_1 = f_1 \quad \text{en } \Omega_1 \times [t_i, t_{i+1} + N\Delta t_{m1}] \quad (1.5)$$

$$\mathcal{F}_1 u_1 = \mathbf{F}_{12}(u_1(t_i), u_2(t_i)) \quad \text{en } \Gamma \times [t_i, t_{i+1} + N\Delta t_{m1}] \quad (1.6)$$

Las ecuaciones 1.3 y 1.5 representan el conjunto de ecuaciones de los modelos 2 y 1 respectivamente, cada una es igualada a una función que f_2 que representa términos de forzamiento. La función \mathbf{F}_{12} es la función que permite el intercambio de valores de las variables dentro de la ventana de tiempo. El modelo 1 es forzado por el valor final del modelo 2 y viceversa en un intervalo de tiempo anterior es decir al final de la ventana de tiempo. Estos forzamientos pueden ser instantáneos o promediados dentro de la ventana de tiempo (figura 1.4). En cuanto a los pasos de tiempo deben ser adaptados en ambos submodelos de tal forma que deberán cumplir cierta relación para lograr la comunicación en los forzamientos.

La solución con este algoritmo puede considerarse como válida o correcta solo al inicio de la ventana de tiempo ya que conforme los modelos avanzan las soluciones de los submodelos se alejan de la solución considerada como acoplada.

Este algoritmo es condicionalmente estable, ya que la condición de estabilidad

depende entre otras cosas de los diferentes pasos de tiempos considerados en cada subdominio (Lemarié et al., 2015)

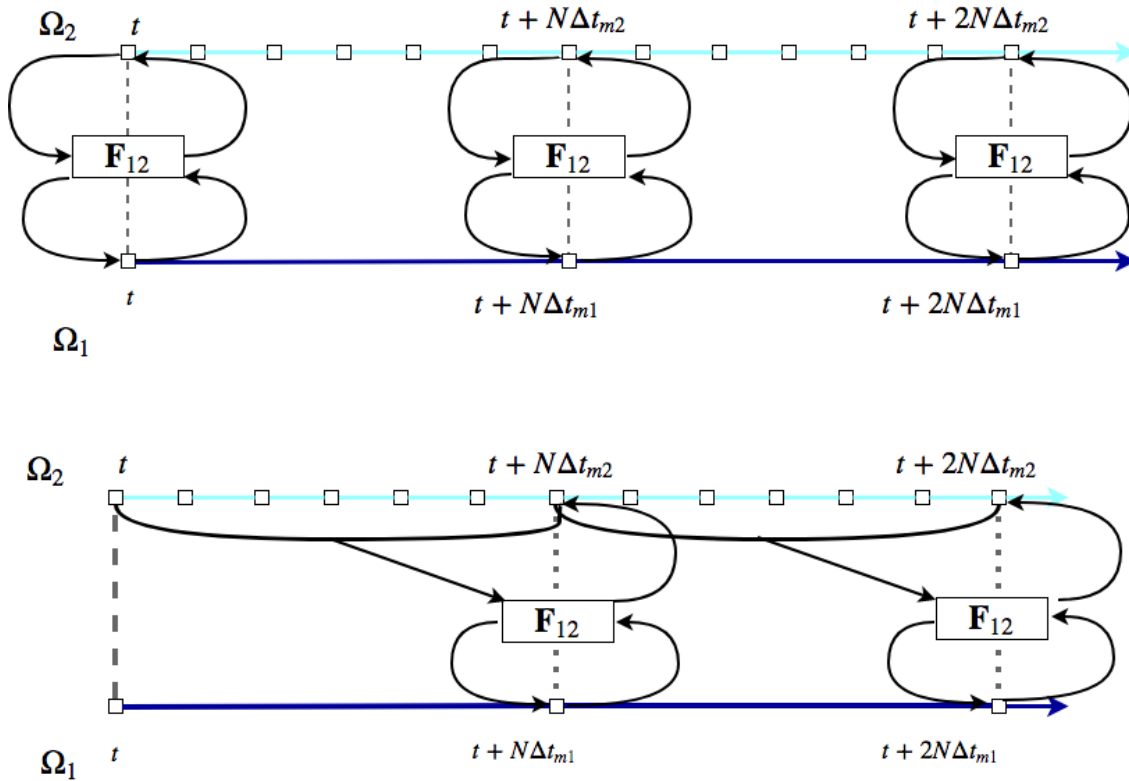


Figura 1.4: Esquema de acoplamiento sincrónico para dos modelos cualesquiera. Modificado de Lemarié et al. (2014): Ω_1 Ω_2 representan los modelos a acoplar.

1.4.2. Algoritmo Asincrónico

El algoritmo asincrónico, también llamados “1-way”, los modelos son forzados a que durante el intercambio de flujos tengan valores iguales. El modelo 2 al inicio del algoritmo puede ser forzado con datos previos del modelo 1 o con algún producto de reanálisis, los resultados obtenidos del modelo 2 son enviados al modelo 1 para la misma ventana de acoplamiento, sin que exista una retroalimentación (figura 1.5). Es el algoritmo comúnmente utilizado en los modelos del Grupo Intergubernamental de Expertos sobre el Cambio Climático (IPCC).

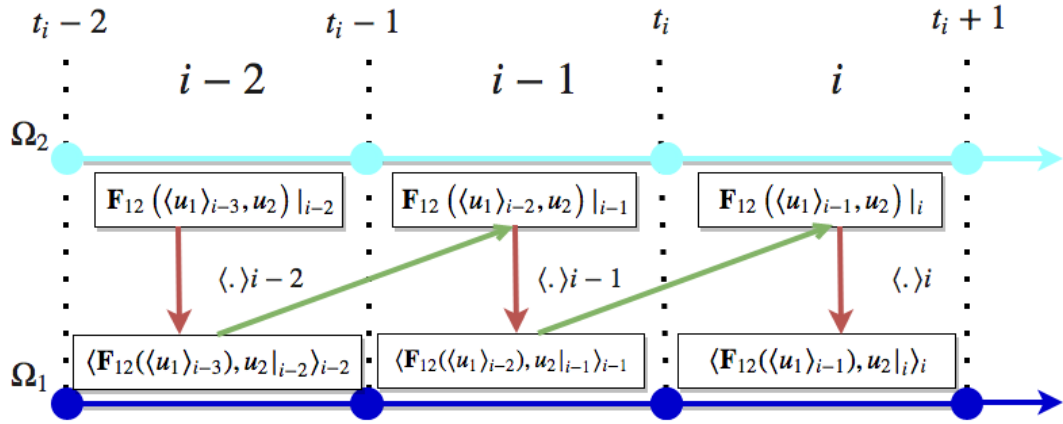


Figura 1.5: Esquema de acoplamiento asincrónico para dos modelos cualesquiera. Modificado de Lemarié et al. (2014): Ω_1 y Ω_2 representan los dominios de los modelos a acoplar, las flechas corresponden al intercambio de información entre los dos modelos y el Operador $\langle \cdot \rangle_i$ corresponde al promedio temporal sobre la ventana de tiempo

El algoritmo utilizado en el método asincrónico para el modelo 2:

$$\mathcal{L}_2 u_2 = f_2 \quad \text{en } \Omega_2 \times [t_i, t_{i+1}] \quad (1.7)$$

$$\mathcal{F}_2 u_2 = \mathbf{F}_{12}(\langle u_1 \rangle_{i-1}, u_2) \quad \text{en } \partial\Gamma \times [t_i, t_{i+1}] \quad (1.8)$$

y para el modelo 1:

$$\mathcal{L}_1 u_1 = f_1 \quad \text{en } \Omega_1 \times [t_i, t_{i+1}] \quad (1.9)$$

$$\mathcal{F}_1 u_1 = \langle \mathcal{F}_2 u_2 \rangle_i \quad \text{en } \Gamma \times [t_i, t_{i+1}] \quad (1.10)$$

Las ecuaciones 1.7 y 1.9 representan el conjunto de ecuaciones de los modelos 2 y 1 respectivamente, cada una es igualada a una función que f_2 que representa términos de forzamiento. La función \mathbf{F}_{12} es la función que permite el intercambio de valores de las variables dentro de la ventana de tiempo. Este algoritmo puede considerarse menos intrusivo ya que los pasos de tiempos en los submodelos no tienen que adecuarse, por lo que las ventanas de tiempo pueden hacerse de manera más conveniente para el modelador.

La solución acoplada con este algoritmo podría tener menos incertidumbre por el hecho de que se usan valores promediados en lugar de valores instantáneos y por lo tanto permitiría suavizar las señales transmitidas entre los submodelos.

1.4.3. Acopladores

Para implementar los algoritmos anteriores es necesario el uso de herramientas computacionales, genéricamente se le denomina acoplador. Dependiendo de los modelos a acoplar o las necesidades de los modeladores pueden realizar tareas simples como realizar el intercambio de información de las variables de los modelos a acoplar y la ejecución de los modelos (serial o paralelo); o tareas más complejas que requieran la interpolación de campos de variables con diversos tipos de mallas, operaciones de anidado de mallas, etc.

Otros detalles técnicos importantes en el acoplamiento de los modelos son los lenguajes de programación y el nombramiento de las variables a acoplar. En cuanto a lenguajes no existe ningún consenso de parte de la comunidad científica, están principalmente hechos en Fortran y C, pero algunos de ellos pueden incluir algunas funciones de Python. Para el nombramiento de las variables, la National Unified Operational Prediction Capability (NUOPC) ha establecido ciertas directrices para el diseño del software de modelos y convenciones de nombres para diferentes áreas de las ciencias de la tierra. Esto permite la colaboración de los diferentes grupos de modelación como son los de: química de la atmósfera, dinámica de la atmósfera, ciclo del carbono, nubes, hidrología, dinámica del océano, radiación, océano-hielo y superficie terrestre.

El desarrollo de sistemas acoplados es una tarea compleja que involucra crear códigos adicionales que permitan crear interfaces tanto de comunicación e interpolación. Estos códigos debido a su complejidad pueden considerarse como soft-

ware adicional a los modelos. Es importante distinguir dos enfoques, no intrusivo, donde los modelos requieren una intervención mínima en su codificación para incorporar el acoplador (MCT, OASIS, PALM; más adelante descrito a detalle); y por el contrario, intrusivo, donde los modelos son creados y/o modificados con mas detalle para crear sistemas acoplados altamente eficientes (ESMF, más adelante descrito a detalle).

Los principales acopladores para el campo de los modelos geofísicos son:

- *MCT*: Model Coupling Toolkit (Larson, 2005), fue desarrollado al principio del año 2000 por la Oficina de Ciencias del Departamento de Energía de los Estados Unidos de América. Es el acoplador mas ampliamente usado en el continente americano.
- *OASIS*: Desarrollado por CERFACS desde 1991. La versión actual es llamada OASIS3 que incluye algunas rutinas del acoplador MCT (Valcke, 2006). En la actualidad es el acoplador más utilizado en el continente europeo.
- *ESMF*: Earth System Modeling Framework (ESMF, 2018) es un software libre para crear modelos climáticos, predicción numérica, asimilación de datos y otras aplicaciones de las ciencias de la tierra. Este proyecto tiene como base muchas comunidades de universidades, centros de investigación, Servicio Meteorológico, departamento de defensa; todos en EUA y la NASA. Aunque presenta una buena opción como acoplador la comunidad científica aún sigue en desarrollo de aplicaciones para demostrar sus ventajas ante otros.
- *PALM*: Desarrollado en CERFACS su principal característica es la forma dinámica de acoplamiento que permite iniciar, detener, o reutilizar cierta parte de los modelos. (Piacentini y The Palm Group, 2003). No es muy utilizado, pero sin embargo cuenta con características que otros acopladores no tienen.

1.5. Algoritmo de descomposición de dominio tipo Schwarz para el acoplamiento

Alternativamente a los algoritmos anteriores y en busca de mejor convergencia de los modelos acoplados se han desarrollado algunas técnicas basadas en la descomposición de dominio.

Los métodos de descomposición de dominio introducen, desde la formulación matemática del problema, una separación natural de las tareas a realizar por método y simplifican considerablemente la transmisión de información entre los dos subdominios (Toselli y Widlund, 2005). Se refieren a un conjunto de técnicas que resuelven el principio de divide y conquistarás. Principalmente estos métodos fueron desarrollados para resolver Ecuaciones Diferenciales Parciales sobre regiones o dominios en dos o tres dimensiones (Saad, 2003).

Los modelos geofísicos actuales utilizan la descomposición de dominio espacial, es decir en las mallas donde se han discretizado el sistema de ecuaciones a resolver y se dividen en varios espacios computacionales o dominios $\Omega_i \subset \mathbb{R}$, $i = 1, 2, 3, \dots$ y cada uno de los dominios es resuelto de manera simultánea (paralela) por cada uno de los núcleos del sistema de cómputo. Existe una clasificación dentro de los métodos la cual los divide en dos grupos principales: en el que existe traslape entre los subdominios y en los que no existe traslape.

1.5.1. Algoritmo original de Schwarz

Es considerado como uno de los métodos de descomposición más antiguos, fue diseñado para resolver funciones armónicas en regiones de forma irregular a través de la unión de dos o mas regiones de forma regular, ya sea rectangular o circular (Schwarz, 1870). Posterior a su desarrollo fue retomado por algunos trabajos dentro del marco de la Teoría de la Elasticidad (Sobolev, 1936) y algunos estudios sobre la resolución de ecuaciones diferenciales parciales (Babuška, 1957; Miller, 1965), pero a partir del surgimiento de las computadoras personales empezaron a realizarse nuevos estudios acerca de los procedimientos y desarrollo del método alternante (Lions, 1988a; Matsokin y Nepomnyaschikh, 1985) y algunas variantes para el caso de muchos subdominios (Dryja y Widlund, 1987), así como la convergencia de los métodos iterativos (Bramble et al., 1991).

El algoritmo original considera un dominio $\Omega = \mathbb{R}$ que está dividido en dos subdominios Ω_1 y Ω_2 , del cuál se puede tener dos casos antes mencionados, con traslape y sin traslape (figura1.6).

$$\begin{cases} \mathcal{L}u & \text{en } \Omega \\ u = 0 & \text{sobre } \partial\Omega \end{cases} \quad (1.11)$$

$$\begin{cases} \mathcal{L}_1 u_1^{k+1} = f & \text{en } \Omega_1 \\ u_1^{k+1} = 0 & \text{sobre } \partial\Omega_1^{ext} \\ u_1^{k+1} = u_2^k & \text{sobre } \Gamma_{12} = \partial\Omega_1 \cap \Omega_2 \end{cases} \quad (1.12)$$

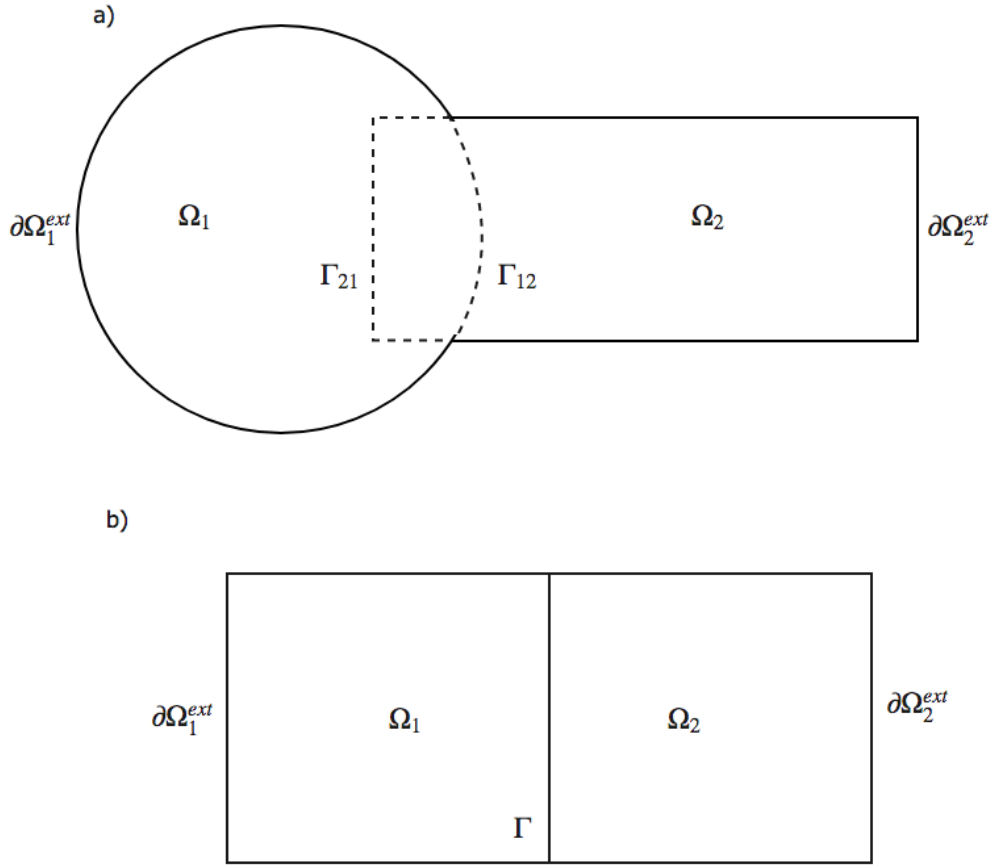


Figura 1.6: Esquema del algoritmo Schwarz para dos subdominios en el caso a) dominios traslapados y b) cuando los dominios no se traslapan.

$$\begin{cases} \mathcal{L}_2 u_2^{k+1} = f & \text{en } \Omega_2 \\ u_2^{k+1} = 0 & \text{sobre } \partial\Omega_2^{ext} \\ u_2^{k+1} = u_1^{k+1} & \text{sobre } \Gamma_{21} = \partial\Omega_2 \cap \Omega_1 \end{cases} \quad (1.13)$$

donde \mathcal{L}_1 y \mathcal{L}_2 son operadores diferenciales que actúan sobre las ecuaciones u_1 y u_2 , f término de forzamiento, $\partial\Omega_2^{ext}$ y $\partial\Omega_1^{ext}$ las condiciones de frontera al exterior del dominio y Γ_{21} la condición de frontera entre los dominios que se encuentran ya sea traslapados o no traslapados.

Este método se conoce como Schwarz multiplicativo y se resuelven secuen-

cialmente cada subdominio. Existe una versión paralelizable (Lions, 1988b) que consiste en remplazar la condición $u_2^{k+1} = u_1^{k+1}$ en Γ_{21} por $u_2^{k+1} = u_1^k$.

1.5.1.1. Convergencia teórica del algoritmo original Schwarz

La convergencia de estos métodos se ejemplificará con un estudio previamente realizado (Dolean et al., 2015) el cual consideró un análisis sencillo de un caso unidimensional con el algoritmo original de forma secuencial.

Se tiene que $L > 0$ y el dominio $\Omega = (0, L)$, el cuál se descompone en dos subdominios $\Omega_1 := (0, L_1)$ y $\Omega_2 := (l_2, L)$ y $l_2 \leq L_1$. Debido a que la ecuación es lineal y el algoritmo, el error $e_i^n := u_i^n - u|_{\Omega_i}$, $i = 1, 2$ que satisface:

$$\begin{cases} \frac{-d^2 e_1^{n+1}}{dx^2} = 0 & \text{en } (0, L_1) \\ e_1^{n+1}(0) = 0 \\ e_1^{n+1}(L_1) = e_2^n(L_1) \end{cases} \quad (1.14)$$

$$\begin{cases} \frac{-d^2 e_2^{n+1}}{dx^2} = 0 & \text{en } (l_2, L) \\ e_2^{n+1}(l_2) = e_1^{n+1}(l_2) \\ e_2^{n+1}(L) = 0 \end{cases} \quad (1.15)$$

Por lo que los errores son una función en cada subdominio:

$$e_1^{n+1}(x) = e_2^n(L_1) \frac{x}{L_1} \quad (1.16)$$

$$e_2^{n+1}(x) = e_1^{n+1}(l_2) \frac{L-x}{L-l_2} \quad (1.17)$$

$$e_2^{n+1}(L_1) = e_1^{n+1}(l_2) \frac{L - L_1}{L - l_2} = e_2^n(L_1) \frac{l_2}{L_1} \frac{L - L_1}{L - l_2} \quad (1.18)$$

El tamaño del traslape $\delta := L_1 - l_2$, entonces:

$$e_2^{n+1}(L_1) = \frac{l_2}{l_2 + \delta} \frac{L - l_2 - \delta}{L - l_2} e_2^n(L_1) = \frac{1 - \delta/(L - l_2)}{1 + \delta/l_2} e_2^n(L_1) \quad (1.19)$$

Para finalmente obtener un factor de convergencia para el algoritmo.

$$\text{convergencia} = \frac{1 - \delta/(L - l_2)}{1 + \delta/l_2} \quad (1.20)$$

Por lo que concluyeron que la condición necesaria para que el método de Schwarz converja para un caso unidimensional y con traslape es $\delta > 0$ y se obtiene más rápido cuando el traslape es mayor (figura 1.7).

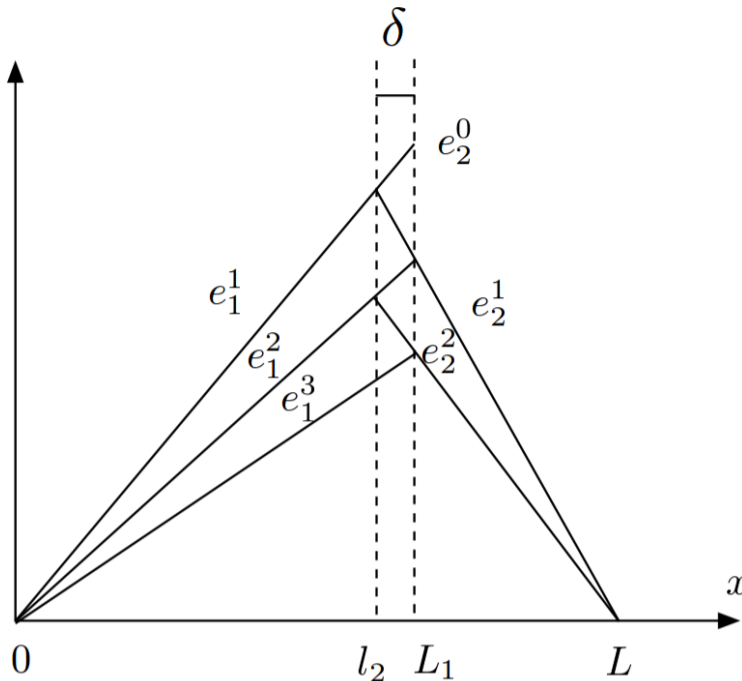


Figura 1.7: Convergencia del algoritmo de Schwarz original unidimensional con dos subdominios traslapados (Dolean et al., 2015).

Este es quizá el ejemplo más sencillo de análisis de convergencia pero reveló información importante del comportamiento del algoritmo original. Para casos bidimensionales o tridimensionales puede ser difícil de obtener y depende de la ecuación a resolver por lo que se sigue el uso de normas vectoriales para estimar convergencia donde se supone que en cada una de las iteraciones se obtiene una mejor solución.

1.5.2. Schwarz Waveform Relaxation (SWR)

Los métodos de relajación de onda (relaxation waveform) son métodos iterativos usados para resolver problemas que son dependientes del tiempo. Inicialmente desarrollado como un método de aproximaciones sucesivas para resolver ecuaciones diferenciales (Picard, 1893; Lindelöf, 1894), y con el surgimiento de la descomposición de dominio se retomó para sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias discretizadas en mallas estructuradas y no estructuradas (Lelarasme et al., 1982; Horton y Vandewalle, 1995).

Los algoritmos de descomposición de dominio temporales, denominados también como Schwarz Waveform Relaxation (SWR), están basados en los métodos de descomposición de dominio Schwarz y los métodos de relajación de onda (Gander et al., 1999), donde el dominio es descompuesto en subdominios espacio-temporales (figura 1.8). Estos métodos tienen la suposición que a través de iteraciones pueden producirse soluciones cada vez mejores para determinados intervalos de tiempo.

Los SWR se introdujeron de forma teórica para resolver sistemas de ecuaciones diferenciales parciales (Bjørhus, 1995), y se han estudiado diversos problemas que incluyen la ecuación parabólica de calor (Gander y Stuart, 1998), la

ecuación de onda y las ecuaciones de advección-difusión (Giladi y Keller, 2002). En sistemas de ecuaciones para fenómenos complejos resalta la aplicación en el electromagnetismo con las ecuaciones de Maxwell (Courvoisier y Gander, 2013).

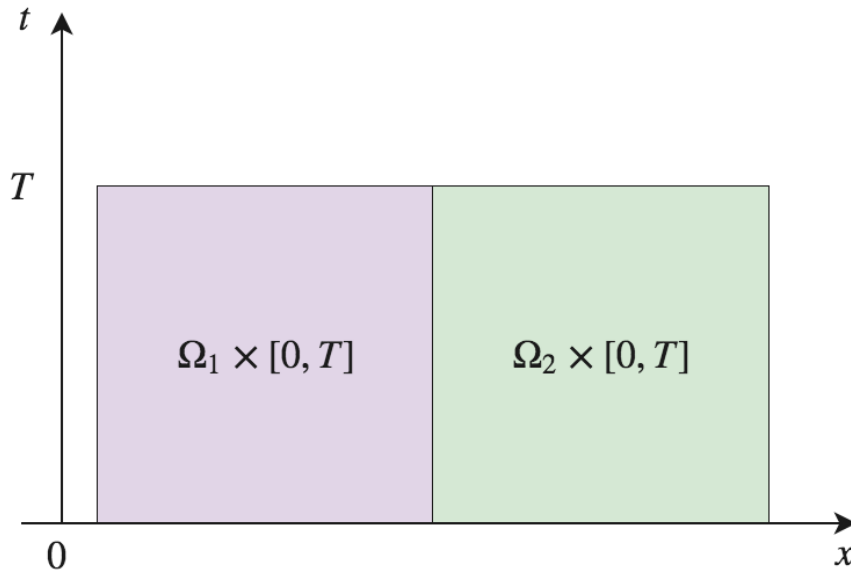


Figura 1.8: Esquema de descomposición de dominio temporal del algoritmo tipo Schwarz, en dos subdominios y una sola dimensión espacial.

El desarrollo de los métodos de SWR para el caso de modelos geofísicos comienza a partir de los modelos oceánicos donde se ha estudiado para resolver técnicas de anidamiento de mallas (Debreu y Blayo, 1998) y condiciones de frontera abierta (Cailleau et al., 2008). En el contexto del acoplamiento océano-atmósfera, se estudió teóricamente (Lemarié et al., 2015) y se realizaron experimentos con el modelo atmosférico Advanced Research Weather Research (WRF) y el modelo oceánico Regional Ocean Modelling System (ROMS) simulando un ciclón tropical (Lemarié et al., 2014), donde se comparó el método asincrónico y el método de Schwarz y se obtuvo menor dispersión en los resultados de trayectoria e intensidad. Para modelos de acoplados de corrientes-oleaje el método SWR no está reportado aún en la literatura por lo que se puede pensar que está en desarrollo. En cuanto a los acopladores, anteriormente descritos, ninguno provee rutinas que permitan de manera sencilla incluir éste método para diferentes

modelos.

En el marco del acoplamiento de modelos el algoritmo SWR se puede considerar de la siguiente forma:

$$\begin{cases} \mathcal{L}_2 u_2^k = f_2 & \text{en } \Omega_2 \times [t_i, t_{i+1}] \\ \mathcal{F}_2 u_2 = \mathbf{F}_{12}(u_1^{k-1}, u_2^k) & \text{en } \partial\Gamma \times [t_i, t_{i+1}] \end{cases} \quad (1.21)$$

$$\begin{cases} \mathcal{L}_1 u_1^k = f_1 & \text{en } \Omega_1 \times [t_i, t_{i+1}] \\ \mathcal{F}_1 u_1^k = \mathcal{F}_2 u_2^k & \text{en } \Gamma \times [t_i, t_{i+1}] \end{cases} \quad (1.22)$$

donde \mathcal{L}_1 y \mathcal{L}_2 son operadores diferenciales que actúan sobre las ecuaciones u_1 y u_2 , f término de forzamiento, y k es el número de iteración: la primera suposición es que $u_1^{k=0}$ sobre $\Gamma \times [t_i, t_{i+1}]$ es tomado de la solución que convergió en la ventana de tiempo previa $[t_i, t_{i+1}]$. En cada iteración ambos modelos están en modo serial. El algoritmo asincrónico puede considerarse como la primera iteración del método.

1.5.2.1. Convergencia teórica del algoritmo SWR

La demostración clásica de la convergencia teórica de los algoritmos SWR es representada mediante la ecuación de calor siguiente:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = v \Delta u \quad \in \Omega \subset \mathbb{R}^2 \quad (1.23)$$

Puede ser representada como la figura 1.9 por dos subdominios. El método

SWR queda de la siguiente forma:

$$\begin{cases} \frac{\partial u_i^k}{\partial t} = v \Delta u_i^k & \text{en } \Omega_i \times [0, T] \\ u_i^k = u_0 & \text{en } \Omega_i \\ u_i^k = u_j^{k-1} & \text{sobre } \Gamma_{i,j} \times [0, T] \end{cases} \quad (1.24)$$

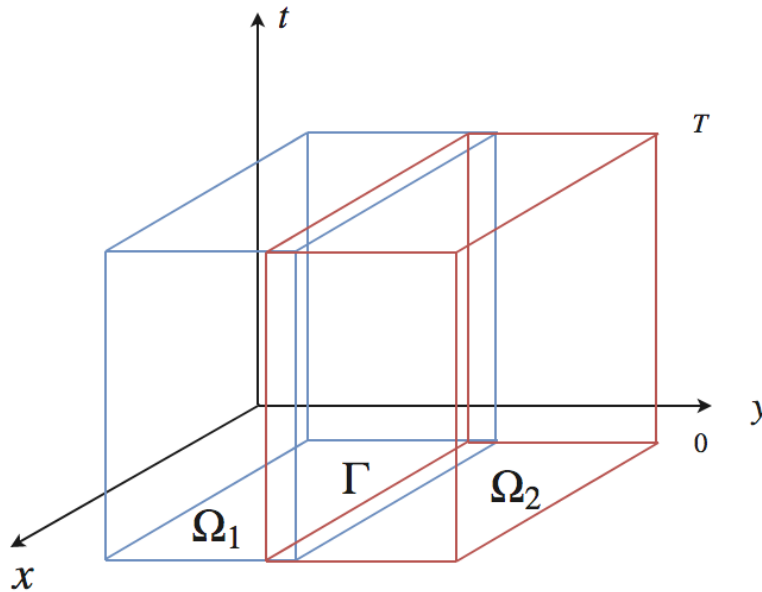


Figura 1.9: Descomposición espacio-temporal para el método SWR en dos dimensiones. El dominio está descompuesto en dos subdominios Ω_1, Ω_2 , estos mismos se iteran dentro de la ventana de tiempo T

La convergencia es superlineal para casos de difusión, como la ecuación de calor y el error puede estimarse de la siguiente forma (Giladi y Keller, 2002; Gander y Zhao, 2002):

$$\|u^k - u\| = C^k \operatorname{erfc}\left(\frac{k\delta}{2\sqrt{vT}}\right) \|u^0 - u\| \quad (1.25)$$

donde erfc es la función de error complementaria y δ es el traslape.

En modelos acoplados, debido a la complejidad de los modelos, la conver-

gencia se ha demostrado con estudios bajo una física ideal (Tayachi et al., 2014; Lemarié et al., 2013) donde igualmente se introduce un error por cada modelo $e_1^{k+1} = u_1^{k+1} - u_1^k$ y $e_2^{k+1} = u_2^{k+1} - u_2^k$ y operadores de transmisión B_1, B_2, B'_1, B'_2 que permiten verificar la convergencia en la frontera compartida, \mathcal{R} y \mathcal{E} operadores del error; el método queda de la siguiente manera(Tayachi et al., 2014):

$$\begin{cases} \mathcal{L}e_1^{k+1} = 0 & \text{en } \Omega_1 \\ \mathcal{B}_1^{ext}e_1^{k+1} = 0 & \text{sobre } \partial\Omega_1^{ext} \\ \mathcal{B}_1e_1^{k+1} = \mathcal{B}_2(\mathcal{R}e_2^k) & \text{sobre } \Gamma \end{cases} \quad (1.26)$$

$$\begin{cases} \mathcal{L}_2e_2^{k+1} = 0 & \text{en } \Omega_2 \\ \mathcal{B}_2^{ext}e_2^k + 1 = 0 & \text{en } \partial\Omega_2^{ext} \\ \mathcal{B}'e_2^{k+1} = \mathcal{B}'_1(\mathcal{E}e_1^{k+1}) & \text{en } \Gamma \end{cases} \quad (1.27)$$

La convergencia para modelos acoplados si se tuviera la solución analítica de referencia, la solución puede revisarse en la fronteras traslapadas Γ .

$$\mathcal{B}'_2(u_2 + u) = \mathcal{B}'_1(\mathcal{E}e_1^{k+1}) + \mathcal{B}'_1u - \mathcal{B}'_2u \quad \Gamma \times [0, T] \quad (1.28)$$

En la mayoría de la literatura supone que los operadores son lineales. Cabe resaltar aunque no es objeto de ésta investigación doctoral que existen otros estudios aún muy experimentales (Gander et al., 1999; Bennequin et al., 2009, 2016) donde se aborda la construcción de los operadores para que el algoritmo SWR converja más rápidamente y el método es denominado Optimized Schwarz Waveform Relaxation (OSWR).

1.6. Justificación

Los estudios sobre el acoplamiento de modelos geofísicos se han desarrollado principalmente en el modelado físico de los fenómenos, ya que se considera la mayor fuente de error en el acoplamiento de modelos. Sin embargo, la convergencia de los modelos acoplados requiere una gran cantidad de pasos de tiempo, debido a la condición Courant–Friedrichs–Lewy (Courant et al., 1928), si no se obtiene la adecuada se podría preguntar si es posible mejorarse dentro de un ventana temporal utilizando un método relajación de onda como el Schwarz Waveform Relaxation (SWR).

Como se ha expuesto en el campo de la modelación geofísica los algoritmos SWR se han centrado en el estudio del acoplamiento océano-atmósfera y océano-océano (anidamiento) con mejoras importantes en los resultados de los modelos. Para modelos de corrientes-oleaje, hasta el presente no hay estudios publicados o aún están en desarrollo; se podría considerar que pueden mejorar significativamente los resultados de igual forma.

Este estudio pretende contribuir a el conocimiento de los algoritmos de Schwarz, en los ejes matemático y computacional, para mejorar los resultados físicos de los modelos, y además de resaltar su aplicabilidad como un método multifísico para el acoplamiento.

1.7. Hipótesis

La aplicación del método Schwarz Relaxation Waveform (SWR) mejora la convergencia global en la solución para los modelos corriente-oleaje.

1.8. Objetivos

1.8.1. Objetivo general

Evaluar el método Schwarz Relaxation Waveform (SWR) con el fin de determinar si puede obtenerse mejor convergencia global en la solución del acoplamiento de modelos corriente-oleaje.

1.8.2. Objetivos particulares

- Implementar el método Schwarz Relaxation Waveform (SWR) a partir de un algoritmo asincrónico
- Verificar el acoplamiento mediante un modelo idealizado
- Estimar métricas de convergencia.

Metodología

Para realizar el presente trabajo se decidió utilizar modelos que existen en la literatura, que están desarrollados y escritos formalmente dentro de un lenguaje de programación computacional. De ésta forma se exploró la flexibilidad del método SWR al usar diferentes ecuaciones, métodos de discretización y pasos de tiempo.

En una etapa inicial de la investigación se pensó en crear un acoplador de modelos, pero debido a la complejidad y al no ser parte del estudio como tal se optó por buscar un sistema acoplado que permitiera realizar el método SWR.

Se seleccionó el sistema COAWST que incluye un modelo oceánico hidrodinámico denominado ROMS y modelo espectral de oleaje denominado SWAN.

En éste capítulo se describe, la implementación de los modelos ROMS y SWAN dentro del sistema COAWST así como la implementación para el método SWR; el caso idealizado de corriente de retorno y los experimentos numéricos realizados.

2.1. Sistema de Acoplamiento COAWST

El Coupled Ocean-Atmosphere-Sediment Transport (Warner et al., 2010) es un sistema de modelos regionales acoplados que incluye a los siguientes modelos: Regional Ocean Modelling System (ROMS), Simulating Waves Nearshore (SWAN) Advanced Research Weather Research (WRF), Community Sediment Transport Modeling System (CSTMS). El acoplador utilizado fue el Model Coupling Toolkit (Larson, 2005) que permite el envío y la recepción de datos entre los diferentes modelos.

La versión 3.2 de COAWST puede trabajar las siguientes configuraciones de modelos:

- **WRF+ROMS+SWAN.** Acoplamiento de todos los modelos.
- **WRF+SWAN**
- **WRF+ROMS**
- **ROMS+SWAN**
- **WRF, ROMS, SWAN.** Cada modelo por separado.

Para ésta investigación doctoral se utilizó los modelos SWAN y ROMS (más adelante descritos), con acoplamiento asincrónico que está incluido dentro del sistema de acoplamiento, sin embargo el método SWR no está incluido en COAWST.

El sistema COAWST acopla las siguientes variables de SWAN a ROMS:

- **Dwave.** Dirección de ola.
- **Hwave.** Altura de ola.
- **Lwave.** Longitud de ola.
- **Pwave.bottom.** Período de ola inferior.
- **Pwave.top.** Período de la ola superior.
- **Wave.break.** Porcentaje de olas disipadas.

- **Wave_dissip**. Energía disipada.

y de ROMS a SWAN:

- **ubar**. Momentum en dirección u
- **vbar**. Momentum en dirección v
- **h**. Elevación del fondo.
- **zeta**. Superficie libre, elevación de la superficie del agua

2.1.1. Modelo hidrodinámico oceánico ROMS

El ROMS es un modelo de superficie libre, tridimensional, que usa coordenadas S generalizadas en la vertical y coordenadas curvilíneas en la horizontal; resuelve las ecuaciones primitivas de momento con la aproximación hidrostática, las ecuaciones de temperatura, salinidad y usa una ecuación de estado que relaciona a la presión, temperatura y salinidad con la densidad (Shchepetkin y McWilliams, 2005). ROMS dentro del sistema COAWST permite el cálculo de las interacciones oleaje-corriente mediante la formulación Vortex Force.

La formulación Vortex Force permite separar los términos conservativos (Vortex Force, Coriolis-Stokes, Presión dinámica inducida por el oleaje) y los términos no conservativos (mezcla vertical por efecto del oleaje) asociados al oleaje (Lane et al., 2007; Uchiyama et al., 2010)

Las ecuaciones primitivas tridimensionales con la implementación Vortex Force para la interacción oleaje-corriente son las siguientes (Kumar et al., 2012):

Ecuación de Momento en x:

$$\begin{aligned}
& \underbrace{\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{H_z}{mn} u \right)}_{ACC} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{H_z u}{n} u \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{H_z v}{m} u \right) + u \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{H_z u^{St}}{n} \right) + u \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{H_z v^{St}}{m} \right)}_{HA} \\
& + \underbrace{\frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{w_s}{mn} u \right) + u \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{w_s^{St}}{mn} \right)}_{VA} - \underbrace{H_z \left(\frac{fv}{mn} \right) - H_z \left(\frac{fv^{St}}{mn} \right)}_{COR} = \\
& \underbrace{- \frac{H_z}{n} \frac{\partial \varphi^c}{\partial \xi}}_{PG} \Big|_z + \underbrace{H_z v^{St} \left(\frac{1}{n} \frac{\partial v}{\partial \xi} - \frac{1}{n} \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) - w_s^{St} \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{u}{mn} \right)}_{HVF} \\
& + \underbrace{\frac{H_z \mathcal{F}^{w\xi}}{mn}}_{BF} + \underbrace{\frac{H_z \mathcal{F}^{w\xi}}{mn}}_{BA+RA+BtSt+SuSt} + \underbrace{\frac{H_z D^\xi}{mn}}_{HM} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial s} \left(\overline{u'w'} - \frac{v}{H_z} \frac{\partial u}{\partial s} \right)}_{VM} + \underbrace{\mathcal{F}^u}_{FCurv} \quad (2.1)
\end{aligned}$$

Ecuación de Momento en y:

$$\begin{aligned}
& \underbrace{\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{H_z}{mn} v \right)}_{ACC} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{H_z u}{n} v \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{H_z v}{m} v \right) + v \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{H_z v^{St}}{n} \right) + v \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{H_z v^{St}}{m} \right)}_{HA} \\
& + \underbrace{\frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{w_s}{mn} v \right) + u \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{w_s^{St}}{mn} \right)}_{VA} - \underbrace{H_z \left(\frac{fu}{mn} \right) - H_z \left(\frac{fu^{St}}{mn} \right)}_{COR} = \\
& \underbrace{- \frac{H_z}{n} \frac{\partial \varphi^c}{\partial \xi}}_{PG} \Big|_z + \underbrace{H_z v^{St} \left(\frac{1}{n} \frac{\partial v}{\partial \xi} - \frac{1}{n} \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) - w_s^{St} \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{v}{mn} \right)}_{HVF} \\
& + \underbrace{\frac{H_z \mathcal{F}^{w\xi}}{mn}}_{BF} + \underbrace{\frac{H_z \mathcal{F}^{w\xi}}{mn}}_{BA+RA+BtSt+SuSt} + \underbrace{\frac{H_z D^\xi}{mn}}_{HM} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial s} \left(\overline{v'w'} - \frac{v}{H_z} \frac{\partial v}{\partial s} \right)}_{VM} + \underbrace{\hat{\mathcal{F}}^v}_{FCurv} \quad (2.2)
\end{aligned}$$

Ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{H_z}{mn} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{H_z u^l}{n} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{H_z v^l}{m} \right) + \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{w_z^l}{mn} \right) = 0 \quad (2.3)$$

dónde m^{-1} y n^{-1} son los los coeficientes de Lamé; u, v y w_s son los componentes eulerianos de la velocidad en dirección “ x, y ” (ξ, η), y vertical (s); H_z es el

espesor de la celda de malla; f es el parámetro de Coriolis; F^ξ, F^η , representan la fuerza en ausencia de oleaje e incluyen los efectos del esfuerzo cortante del viento y el esfuerzo cortante del fondo; $F^{w\xi}, F^{w\eta}$ representan la aceleración no conservativa debido al oleaje; D^ξ, D^η son los términos de mezcla de momento horizontal parametrizados. La barra horizontal sobre las variables representan un promedio de tiempo, y una prima (') representa fluctuaciones turbulentas.

En las ecuaciones de momento, del lado izquierdo de la igualdad, el primer término es la aceleración local (ACC); el segundo a quinto término la advección horizontal (HA); el sexto y el séptimo término es la advección vertical (VA); el octavo y noveno término son la fuerza de Coriolis. Del lado derecho de la igualdad, el primer término (PG) es el gradiente de presión; el segundo y tercer término (HVF) es la representación del Vortex Force en la horizontal; el cuarto término (BF) fuerza en ausencia de oleaje; el quinto término (BA+RA+BtSt+SuSt) breaking and roller waves; el sexto término es la mezcla horizontal (HM); el séptimo término (VM) es la mezcla vertical; el último término (FCurv) es el término métrico curvilíneo, el cuál en caso de una malla cartesiana es igual a cero (Kumar et al., 2012).

Los componentes de las velocidades de Stokes son definidos como ondas monocromáticas:

$$\vec{u}_\perp^{st} = (u^{St}, v^{St}) = \left(\frac{A^2}{2 \sin h^2 [\mathcal{H}]} \cosh [2\mathcal{H} (1 + s)] k_\xi, \frac{A^2}{2 \sin h^2 [\mathcal{H}]} \cos h [2\mathcal{H} (1 + s)] k_\eta \right) \quad (2.4)$$

$$w^{St} = -\vec{\nabla}_\perp \cdot \left(\int_s^{-1} H_z^c \vec{u}_\perp^{St} ds' \right) \quad (2.5)$$

donde $\vec{\nabla}_\perp$ representa el operador diferencial horizontal. \perp es la componente

horizontal del vector tridimensional, y la flecha representa un cantidad vectorial.

El movimiento vertical está dado por la suma de las velocidades Eulerianas y lagrangianas $w_s^l = w_s + w_s^{St}$:

$$w_s^l = w_s + w_s^{St} = \left[(w + w^{St}) - \left(\frac{\partial z}{\partial t} + m(u + u^{St}) \frac{\partial z}{\partial \xi} + n(v + v^{St}) \frac{\partial z}{\partial \eta} \right) \right] \Big|_s \quad (2.6)$$

El flujo de masa vertical está dado por:

$$W^l = \frac{w_s^l}{mn} = \int_{-1}^s \left(\frac{H_z^c}{n} (u + u^{St}) \right) ds' - \frac{1}{mn} \cdot \frac{z + h}{\zeta + h} \cdot \frac{\partial \zeta^c}{\partial t} \quad (2.7)$$

La función geopotencial ϕ^c es evaluada de la integración de la ecuación de momento vertical e incluye la cabeza de Bernoulli \mathcal{K} :

$$\phi^c = g(\zeta^c - \hat{\zeta}) - (\mathbf{P} - \mathcal{K}) \Big|_{\zeta^c} + \int_s^0 \left[\frac{g\rho}{\rho_0} \right] H_z^c ds + \underbrace{\int_s^0 [-K] H_z^c ds}_{vkvf} \quad (2.8)$$

donde ρ y ρ_0 es la densidad total y densidad de referencia; g es la aceleración debida a la gravedad; \mathbf{P} es el termino de de corrección de presión superficial de promedio de onda (McWilliams et al., 2004):

$$\mathbf{P} = \frac{gA^2}{2\sigma} \left\{ \frac{\tanh[\mathcal{H}]}{\sinh[2\mathcal{H}]} - \left(\frac{1}{H_z^c} \frac{\partial V}{\partial s} \Big|_{s=0} + \cosh[2\mathcal{H}] \frac{1}{H_z^c} \frac{\partial V}{\partial s} \Big|_{s=-1} \right) \right\} - \frac{gA^2}{\sigma} k \tanh[\mathcal{H}] \mathcal{V} \Big|_{s=0} \quad (2.9)$$

$$\int_{-1}^0 \frac{1}{H_z^c} \frac{\partial^2 V}{\partial s'^2} \cosh[2kD(s'+1)] ds'$$

$$\mathcal{V} = \vec{k} \cdot \vec{u} \quad (2.10)$$

\vec{k} es el vector de número de onda y k es la magnitud; $\sigma = \sqrt{gk \tanh[\mathcal{H}]}$ es la frecuencia relativa.

La cabeza de Bernoulli es definida como:

$$\mathcal{K} = \frac{1}{4} \frac{\sigma A^2}{k \sin h^2 [\mathcal{H}]} \int_{-1}^0 \frac{1}{H_z^c} \frac{\partial^2 V}{\partial s'^2} \sin h [2kD (s - s')] ds' \quad (2.11)$$

$\zeta^c = \zeta + \hat{\zeta}$ es nivel del mar compuesto, ζ es el nivel del mar y $\hat{\zeta}$ es el nivel cuasi-estático de mar y está definido por:

$$\hat{\zeta} = \frac{-P_{atm}}{g\rho_0} - \frac{A^2 k}{2 \sin h [2\mathcal{H}]} \quad (2.12)$$

\mathcal{H} es la profundidad relativa del agua y está definida por:

$$\mathcal{H} = k (h + \zeta + \hat{\zeta}) \equiv kD \quad (2.13)$$

P_{atm} es la presión atmosférica en la superficie del océano; $D = (h + \zeta + \hat{\zeta})$ es el espesor promediado de la columna de agua, h es la profundidad en reposo y A es la amplitud de onda.

El último término (K) de la función geopotencial ϕ^c es el Vortex Force en la vertical donde:

$$K = \vec{u}_{\perp}^{St} \cdot \left(\frac{1}{H_z^c} \frac{\partial \vec{u}_{\perp}}{\partial s} \right) = (u^{St}, v^{St}) \cdot \frac{1}{H_z^c} \frac{\partial (u, v)}{\partial s} \quad (2.14)$$

El total del gradiente de presión $\overrightarrow{P^{TOT}}$ es igual al gradiente horizontal de la función geopotencial después de extraer la componente vertical del Vortex Force y puede ser descompuesta en presión debido a las corrientes $\overrightarrow{P^c}$, cuasi-estático $\overrightarrow{P^{qs}}$, cabeza de Bernoulli $\overrightarrow{P^{bh}}$ y la corrección de presión en la superficie $\overrightarrow{P^{pc}}$

$$\underbrace{\overrightarrow{P^{TOT}}}_{\overrightarrow{P^{sgrd}}} = \underbrace{\nabla_{\perp} \left(g\zeta^c + \int_s^0 H_z \frac{g\rho}{\rho_0} ds \right)}_{\overrightarrow{P^c}} + \underbrace{g \nabla_{\perp} \zeta}_{\overrightarrow{P^{qs}}} + \underbrace{\nabla_{\perp} K}_{\overrightarrow{P^{bh}}} \Big|_{\zeta^c} + \underbrace{\nabla_{\perp}}_{\overrightarrow{P^{pc}}} \Big|_{\zeta^c} \quad (2.15)$$

2.1.2. Modelo espectral de oleaje SWAN

SWAN (Simulating WAVes Nearshore), desarrollado por Delft University of technology, es un modelo de propagación de oleaje en zonas costeras, lagos y estuarios (Booij, Ris, y Holthuijsen, 1999). Es un modelo de tercera generación y describe la evolución del espectro de energía del oleaje por medio de la ecuación de balance acción a partir de datos como el viento, corrientes y batimetría. Reúne los procesos físicos sobre la generación de oleaje, interacciones lineales y no lineales entre las olas y la disipación de energía en agua profundas e interacción con el fondo

El modelo SWAN puede incluir algunos de los procesos en los cuales se somete el oleaje durante su propagación como son:

- Asomeramiento
- Refracción
- Difracción
- Disipación en el fondo
- Rotura
- Generación de oleaje debida al viento

- Interacciones del oleaje con las corrientes
- Modelo de obstáculos (diques, escolleras, etc.)

Algunas de las limitaciones del modelo son: no calcula las corrientes inducidas por el oleaje y no tiene en cuenta la reflexión.

El espectro que se considera en SWAN es el espectro densidad acción $N(\sigma, \theta)$ en lugar del espectro de energía $E(\sigma, \theta)$, ya que en presencia de corrientes la densidad de acción se conserva mientras que la densidad de energía no (Whitham, 1974). La densidad de acción es definida como $N = E/\sigma$, es decir la densidad de energía dividida entre la frecuencia relativa de ola. La frecuencia relativa de ola es igual la frecuencia w por el numero de onda, vector \vec{k} y la resultante del vector de velocidad de corriente $\sigma = w - \vec{k} \cdot u$

En el modelo SWAN la evolución del espectro de onda es descrito por la ecuación de balance acción que en coordenadas cartesianas es la siguiente (Kommen, Hasselmann, y Hasselmann, 1984):

$$\frac{\partial}{\partial t} N + \frac{\partial}{\partial x} C_x N + \frac{\partial}{\partial y} C_y N + \frac{\partial}{\partial \sigma} C_\sigma N + \frac{\partial}{\partial \theta} C_\theta N = \frac{S}{\sigma} \quad (2.16)$$

Donde N es el espectro de acción del oleaje, t es el tiempo, θ es la dirección de propagación del oleaje, σ frecuencia relativa y C la velocidad de grupo en los dominios físicos y espectral. La ecuación se resuelve sobre una malla, la cuál podría ser rectangular, curvilínea, no estructurada, con coordenadas cartesianas o esféricas, por diferencias finitas de manera implícita en 5 dimensiones (x, y , espacio espectral, y tiempo).

El primer término de lado izquierdo es el cambio local de N en el tiempo; el segundo y tercer término se refieren al asomeramiento (shoaling) producido por

el fondo; el cuarto término describe los cambios de la frecuencia relativa debido a las corrientes; finalmente, el quinto término se refiere a la refracción y la difracción.

En el lado derecho de la igualdad, el término $S = S(\sigma, \theta)$, es el término fuente en términos de densidad de energía, que representa los efectos de generación, disipación e interacciones no lineales entre olas:

$$S = S_{in} + S_{nl} + S_{ds} \quad (2.17)$$

Donde S_{in} son los términos representativos para la entrada de energía por el viento; S_{nl} son las interacciones no lineales (triadas y cuádrupletas); S_{ds} , disipación (rompimiento del oleaje en aguas profundas; fricción del fondo, rompimiento del oleaje inducido por el fondo). El viento transfiere de energía al oleaje e incrementa la amplitud del oleaje. Las interacciones lineales entre olas, es cuando un grupo de olas intercambian energía y modifican el espectro del oleaje, siempre y cuando cumplan ciertas condiciones de resonancia. La disipación se genera a partir de la fricción del fondo y rompimiento (whitecapping). El tensor de radiación es determinado de los gradientes espaciales en la dirección del espectro de energía $E(\sigma, \theta)$. El mayor gradiente del tensor de radiación se produce cuando el oleaje se rompe debido a la profundidad (depth-induced breaking)(Mulligan et al., 2008).

2.1.3. Modelo idealizado

El modelo idealizado “Rip Current” (Kumar et al., 2012), es un caso que está incluido para comprobar las características del sistema COAWST, en especial el acoplamiento entre el modelo ROMS y SWAN usando la implementación Vortex Force.

El dominio del modelo (figura 2.1) es una versión idealizada de los experimentos de Haller et al. (2002) y Haas y Svendsen (2002). El dominio está escalado $NL = 20$ respecto a los experimentos físicos antes mencionados para tener una sección de 292 m en dirección x y 524 m en dirección y ; la profundidad máxima es de 10 m y aumenta linealmente en dirección de x y además consta una barra de 1.20 m a 80 m de la costa (dirección x) simulando banco de arena; tiene dos canales de entrada que está espaciados 184 m entre sí y espaciados 36.4 m. El modelo tiene una resolución horizontal en ambas direcciones de 2 m. Tiene condiciones de frontera cerradas en la costa, límites exteriores y fuera de la costa. Debido a que el efecto del oleaje es importante en la zona de surf, el modelo idealizado utiliza $\alpha_r = 0.5$ para permitir 50 % de contribución de la aceleración del oleaje para el balance de momento (Kumar et al., 2012).

El modelo ROMS esta configurado en 3D, con condiciones iniciales analíticas: flujo de calor en la superficie (STFLUX), flujo de salinidad en la superficie (SSFLUX), flujo de trazadores en el fondo (BPFLUX), flujo de temperatura en el fondo (BTFLUX), flujo de salinidad en el fondo (BSFLUX), flujo de trazadores en la superficie (SPFLUX), flujo de radiación de onda corta en la superficie (SRFLUX); 16 niveles en la vertical, paso de tiempo de 1.0 segundos, y la opción Vortex Force, para las interacciones corriente-oleaje.

El modelo Swan está configurado en modo no estacionario, con malla carte-

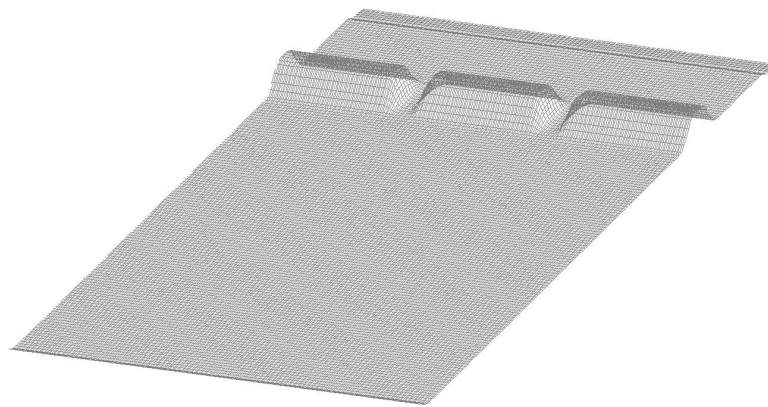
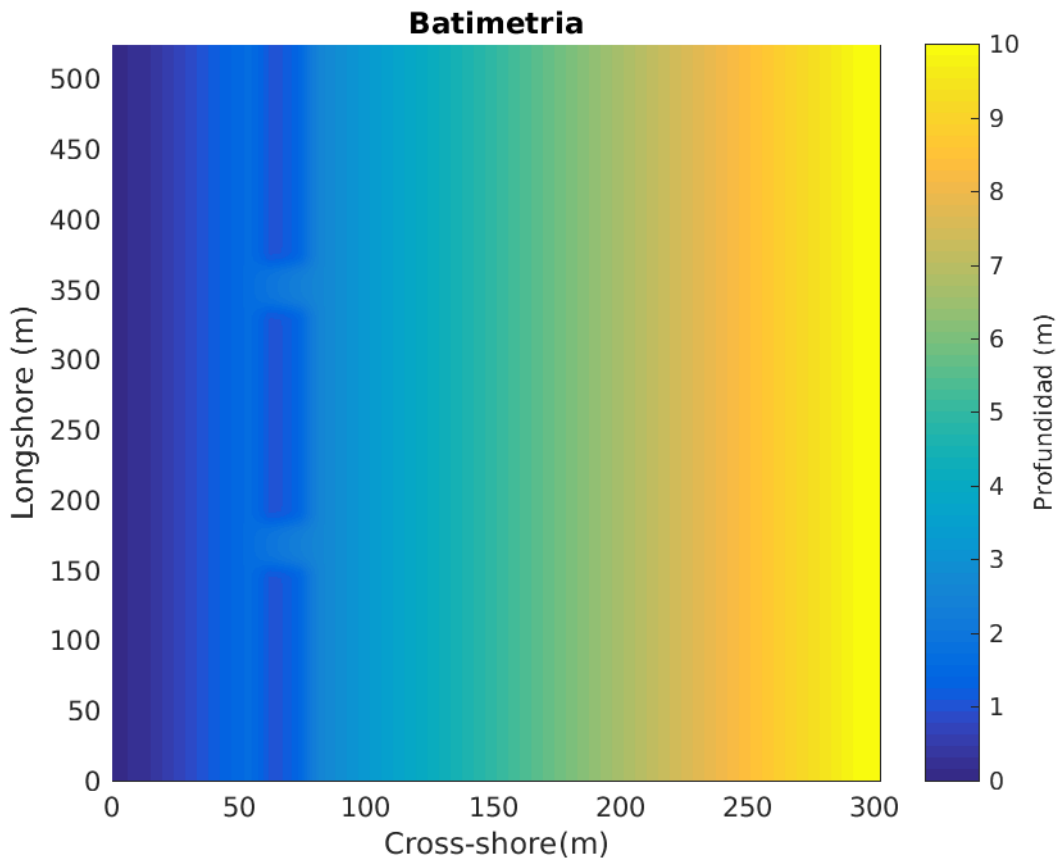


Figura 2.1: Batimetría del modelo idealizado de Corrientes de Retorno (Kumar et al., 2012)

siana y forzamiento con altura significativa (H_{sig}) de 1.0 m con un periodo de 6.3 segundos, paso de tiempo de 1.0 segundos. Para estos valores SWAN utiliza el espectro JONSWAP, la resolución espectral es de 20 bandas de frecuencias con rango de 0.04 Hz y 1.0 Hz, y 36 direcciones de 10° cada una de 0° a 360° .

2.2. Experimentos

Con el modelo idealizado de corrientes de retorno antes descrito, se realizaron tres experimentos. Para cada uno de los experimentos el tiempo de simulación del modelo de corrientes de retorno fue de una hora y no se ha tomado en cuenta la optimización de recursos computacionales.

No.	Nombre	Ventana de Acoplamiento (segundos)	No. de iteraciones	Tiempo total de modelado (segundos)
1	Asincrónico	5	1	3600
2	SWR-2	5	2	3600
3	SWR-4	5	4	3600

Tabla 2.1: Características de los Experimentos, donde la Ventana de Acoplamiento, es el tiempo que tarda en comunicarse los modelos ROMS y SWAN; la columna No. de Iteraciones, corresponde a las iteraciones dentro de la ventana de tiempo según el método SWR

El primer experimento consiste en la aplicación del algoritmo asincrónico. En métodos iterativos se utilizan criterios de parada que hacen que el proceso se detenga por el número de iteraciones o cuando es rebasada la tolerancia del error entre la solución exacta y la aproximada. Se seleccionaron para el método SWR 2 y 4 iteraciones de forma arbitraria ya que debido a la naturaleza del sistema de ecuaciones diferenciales parciales no es posible determinar la solución exacta.

La ventana de acoplamiento de 5 segundos para todos los experimentos se ha determinado conforme al periodo donde se presenta el mayor valor en una escala arbitraria de energía para oleaje debido al viento reportado en la literatura (Holthuijsen, 2010).

El experimento asincrónico cumple con el objetivo de mostrar que el modelo idealizado puede recrear corrientes de retorno adecuadamente. Los experimentos SWR-2 y SWR-4 permiten aplicar el método SWR para posteriormente realizar evaluaciones de convergencia, mas adelante descritas.

2.2.1. Algoritmo Asíncrono (One-way)

Para éste algoritmo fue necesario que los modelos ROMS Y SWAN trabajaran por separado. Se modificaron los parámetros de comunicación del sistema para que éste solo compilara los modelos por separado.

Los modelos fueron forzados mediante archivos de salida para lograr el algoritmo. Para realizar estos forzamientos se realizaron dos códigos *swan2roms* y *roms2swan* (ver anexos) los cuáles permiten que las salidas de los modelos sean leídas, adecuadas en espacio-tiempo y formato de archivo para ser utilizadas como entrada en la siguiente ventana de tiempo de los modelos.

Las variables que son necesaria del modelo SWAN para realizar el acoplamiento asíncrono y usar la implementación Vortex Force son: altura significativa de ola, dirección de ola, y longitud de la ola (Kumar et al., 2012). Para calcular la disipación del oleaje se utilizó el Roller model (Reniers et al., 2004) por lo que fue necesario incluir las variables de disipación por rompimiento de las olas y disipación por rompimiento (white-capping, que ocurre cuando la ola es demasiado grande en comparación con la longitud).

Con respecto al modelo ROMS se extrajeron las variables de momento barotrópicas en ambas direcciones (u, v) , y la elevación de la superficie del nivel del mar. La ventana de acoplamiento de los modelos es de 5 segundos.

2.2.2. Algoritmo Schwarz Waveform Relaxation (SWR)

Con el desarrollo del algoritmo asíncrono el cuál es considerado la primera iteración del método de Schwarz y mediante la automatización de instrucciones se desarrolló un script en lenguaje bash que permite realizar este algoritmo (ver anexo). Éste script permite de forma automática realizar el número de iteraciones

del método de Schwarz que previamente el usuario introdujo.

Con este algoritmo se realizaron dos experimentos. El primero consistió en que se realizaran dos iteraciones en cada ventana de tiempo, hasta que se cumpliera el tiempo de simulación del modelo establecido en una hora. Posteriormente se realizó el segundo experimento donde bajo las mismas condiciones que el anterior se realizaron 4 iteraciones en cada ventana de tiempo. La ventana de tiempo para los experimentos fue de 5 segundos.

2.2.2.1. Acoplamiento

El proceso de acoplamiento para los modelos oceánicos y de oleaje se realizó de la siguiente forma (figura 2.2):

1. Se inicializó el modelo de oleaje, utilizando los resultados del modelo oceánico de la última ventana de tiempo. Para el caso de la primera iteración de la primera ventana de tiempo es decir para un $T = 0$, las variables que se acoplaron se inicializaron con valores igual a cero.
2. Se extrajo las variables que caracterizan al oleaje.
3. Se inicializó el modelo oceánico para la misma ventana de tiempo usando los datos que se obtuvieron de modelo de oleaje.
4. Nuevamente se inicializó el modelo de oleaje en la misma ventana de tiempo con lo datos que se obtuvieron del modelo oceánico (paso número 3) y se obtienen las variables(paso número 2).
5. Se evaluó la convergencia con la comparación de variables,si la convergencia es la adecuada se procede a la siguiente ventana de tiempo.

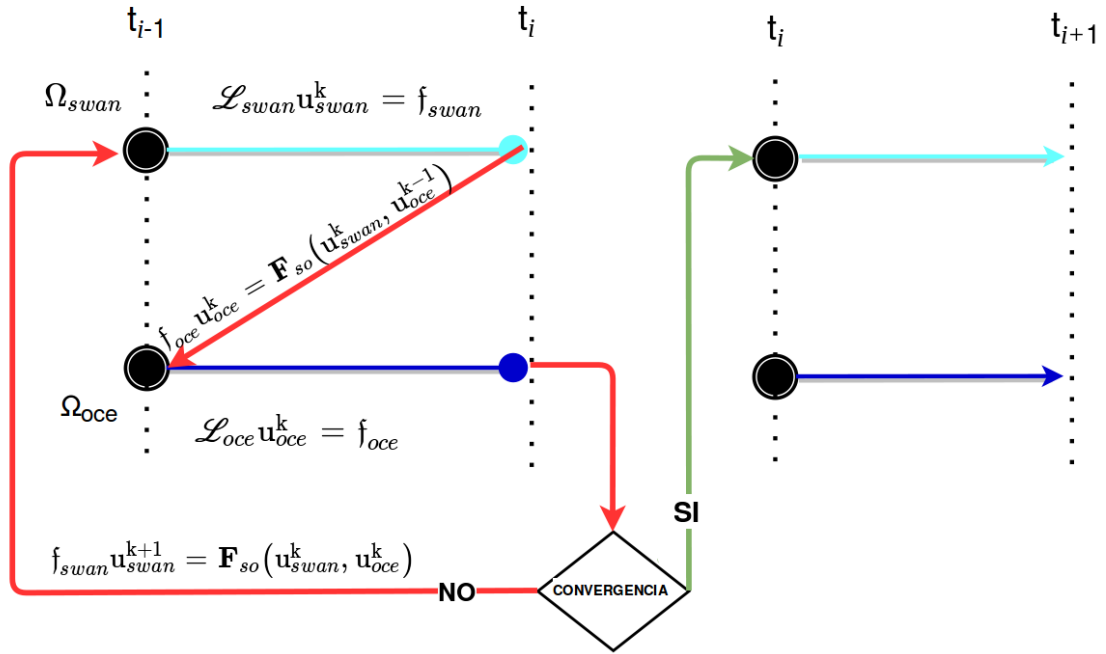


Figura 2.2: Esquema de acoplamiento para los modelos SWAN y ROMS; modificado de Lemarié et al. (2014)

2.2.3. Evaluación de convergencia del modelo acoplado para el método de Schwarz

2.2.3.1. Normas

Para realizar comparaciones de los resultados en las ventanas de tiempo del método SWR se introduce el concepto de norma, y es aplicado en cada una de las iteraciones del método para cada ventana de tiempo. Se define una norma matricial como una función $\| \cdot \|: \mathbb{R}^{m \times n} \rightarrow \mathbb{R}$.

Las normas utilizadas para presentar resultados son: l_∞ -norm, l_1 -norm, y la norma euclidiana o l_2 -norm.

La norma infinita ℓ_∞ -norm se define como:

$$\| A \|_\infty = \max_{\|x\|_\infty=1} \| Ax \|_\infty = \max_{1 \leq i \leq m} \sum_{j=1}^n | a_{ij} | \quad (2.18)$$

La norma ℓ_1 -norm se define como:

$$\| A \|_1 = \max_{\|x\|_1=1} \| Ax \|_1 = \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^m | a_{ij} | \quad (2.19)$$

La norma euclidiana ℓ_2 -norm:

$$\| A \|_2 = \max_{1 \leq i \leq n} \sqrt{\lambda(A^T A)} \quad (2.20)$$

La norma matricial ℓ_2 -norm es igual a la raíz cuadrada del máximo autovalor de $A^T A$. Las definiciones anteriores corresponden a las normas matriciales (Burden y Faires, 2010).

La variable que se escogió para presentar y evaluar los resultados del método es altura significativa de oleaje (Hsig).

En cuanto el concepto de convergencia se supondrá que el sistema de ecuaciones en los modelos ROMS y SWAN está bien planteados y se considera que se provee una aproximación convergente bajo las normas matriciales antes expuestas si

$$\| Hsig^k - Hsig^M \| \rightarrow 0 \quad (2.21)$$

cuando en ambos modelos $\Delta(x) \rightarrow 0$, $\Delta(y) \rightarrow 0$ y $n\Delta t \rightarrow t \in [0, t_f]$, k es el numero de iteración, M es el número total de iteraciones y t_f es el tiempo total

simulación del fenómeno en ambos modelos.

2.2.3.2. Orden de convergencia

Los métodos iterativos pueden clasificarse de acuerdo a como converge la solución (Burden y Faires, 2010). Se supone que $\{x_n\}_{n=0}^{\infty}$ es una sucesión que converge a α y $e := x_n - \alpha$ para la cada $n \geq 0$ y dos constantes positivas $C > 0$ y $p > 0$:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|x_{n+1} - \alpha|}{|x_n - \alpha|} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|e_{n+1}|}{|e_n|^p} = C \quad (2.22)$$

donde C es una constante asintótica del error, p es el orden de convergencia. En general la mayoría de la literatura nombra los ordenes de convergencia si:

- $p = 1$ se denomina lineal, si $0 < C < 1$
- $p = 2$ se denomina cuadrática
- $p = 3$ se denomina cúbica

Para los experimentos se determinó la convergencia de forma experimental, utilizando la variable altura significativa de oleaje (Hsig), y se graficó $\| e_{n+1} \|$ contra $\| e_n \|$ en ejes logarítmicos (log-log) y se estimó la pendiente de la curva para determinar el orden de convergencia.

2.2.3.3. Consideraciones de la Evaluación

El problema de convergencia se trató usando el Teorema de Lax, es decir, si se tiene un problema con condiciones iniciales y debido a que los modelos ROMS Y SWAN usan un esquema de diferencias finitas y se satisface la condición de

consistencia, es decir $\Delta(x) \rightarrow 0$, $\Delta(y) \rightarrow 0$ y $n\Delta t \rightarrow t \in [0, t_f]$, la estabilidad es una condición suficiente para que exista convergencia.

Respecto a la estabilidad, se revisó en el modelo ROMS, que las perturbaciones introducidas por el método numérico no crecieran y dominaran la solución. En el modelo SWAN no fue necesaria ésta revisión ya que está discretizado en un esquema implícito y por lo tanto es incondicionalmente estable.

El método SWR se considera que converge localmente cuadráticamente, superlinealmente, linealmente si sus iteraciones convergen cuadráticamente, superlinealmente, linealmente y se asume que el valor inicial x_0 está suficientemente cerca de la solución x^* .

Cabe resaltar que la convergencia es respecto a las iteraciones, es decir localmente y no está relacionada con la global. Sin embargo debido a la complejidad de las ecuaciones a resolver resulta satisfactorio hasta cierto punto lograr cierta convergencia local.

2.2.4. Evaluación del desempeño de los experimentos

Para comparar cuantitativamente los experimentos realizados se determinaron varios parámetros estadísticos. Las variables que se compararon son la altura significativa de oleaje, y velocidades de corriente barotrópicas (u, v) . El tiempo evaluado corresponde $t = 600s$ a $t = 1800s$

Para cada parámetro desarrollado a continuación los valores ϕ_{iobs} corresponden al experimento SWR-4 que se considera que tiene una mejor convergencia y puede representar mejor el fenómeno y ϕ_i la última iteración del experimento SWR-2 y el algoritmo asincrónico respectivamente.

2.2.4.1. Error cuadrático medio

El error cuadrático medio permite conocer de forma cuantitativa la diferencia entre el estimador y lo que se estima, y permite ponderar los errores positivos y negativos, y expresa el error sistemático y el error aleatorio. Está definido como:

$$RMSE = \sqrt{\sum_{i=1}^N \frac{(\phi_i - \phi_{iobs})^2}{N}} \quad (2.23)$$

Donde ϕ_i es el valor simulado, ϕ_{iobs} es el valor de la celda i , y N es el número de valores analizados.

2.2.4.2. Desviación Estándar

La desviación estándar permite conocer la variabilidad de los datos de los experimentos, donde valores altos indican alta variabilidad. Está definido como:

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\phi_i - \bar{\phi}_i)^2} \quad (2.24)$$

$$\sigma_{iobs} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\phi_{iobs} - \overline{\phi_{iobs}})^2} \quad (2.25)$$

donde $\bar{\phi}_i$ y $\overline{\phi_{iobs}}$ representan el valor promedio de la serie.

2.2.4.3. Correlación

La correlación permite establecer la relación lineal de los experimentos. Se valora en un rango de -1 a 1, donde los valores cercanos de 0 indican que no

existe ningún ajuste o similitud en los valores analizados. Está definido por:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^N (\phi_i - \bar{\phi}_i)(\phi_{iobs} - \bar{\phi}_{iobs})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (\phi_i - \bar{\phi}_i)^2 \sum_{i=1}^N (\phi_{iobs} - \bar{\phi}_{iobs})^2}} \quad (2.26)$$

2.2.4.4. Error relativo porcentual

Para determinar el error en cada una de las iteraciones se define como:

$$E_{rp} = \frac{|r - r^*|}{r} 100 \quad (2.27)$$

donde r^* es una aproximación al resultado es decir cada una de las iteraciones y r representa el resultado de la última iteración del experimento.

Capítulo 3

Resultados

En ésta sección se muestran los resultados que fueron obtenidos en los experimentos. En primer lugar se presenta el análisis de estabilidad del modelos para los experimentos planteados, y se señala el tiempo de simulación que se usará para analizar los resultados ($t=600$ segundos a $t=1800$ segundos). Posteriormente se describen los resultados cualitativamente y cuantitativamente para cada experimento realizado, y se incluye un análisis de convergencia para los experimentos SWR-2 y SWR-4. Finalmente se presentan los resultados de la evaluación de desempeño de los experimentos mediante los parámetros estadísticos mencionados en la sección de metodología.

3.1. Análisis de estabilidad de los modelos

Como diagnóstico de la estabilidad del modelo ROMS para los experimentos planteados para cada algoritmo se graficó la variación de la energía cinética (E_k) respecto al tiempo (figura 3.1). Se observa que inicialmente la energía cinética es cero debido a que los experimentos parten del reposo, posteriormente la energía sube y se estabiliza, para finalmente empezar a decaer.

El modelo SWAN está discretizado en un esquema implícito por lo tanto es incondicionalmente estable.

Para analizar los resultados se ha tomado en cuenta solo el tiempo de modelado que va de los 600 segundos (10 minutos) hasta 1800 segundos (30 minutos) y que para este trabajo de investigación puede considerarse ese espacio de tiempo en el modelado con mayor estabilidad para todos los algoritmos.

La figura 3.2 muestra que el modelo es estable en el tiempo considerado para los experimentos SWR-2 y SWR-4. Se observan diferencias mínimas, la energía cinética máxima en ambos experimentos es de $\sim 9 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ y una mínima de $\sim 4.2 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$. Por lo que puede considerarse que puede existir cierta convergencia del método SWR.

3.2. Algoritmo Asíncrono

Debido a que no se simula un caso real y los resultados no se comparan con datos reales (al menos en éste trabajo de investigación), se dará una breve explicación del fenómeno modelado basado en el experimento realizado con el algoritmo asíncrono (figura 3.3).

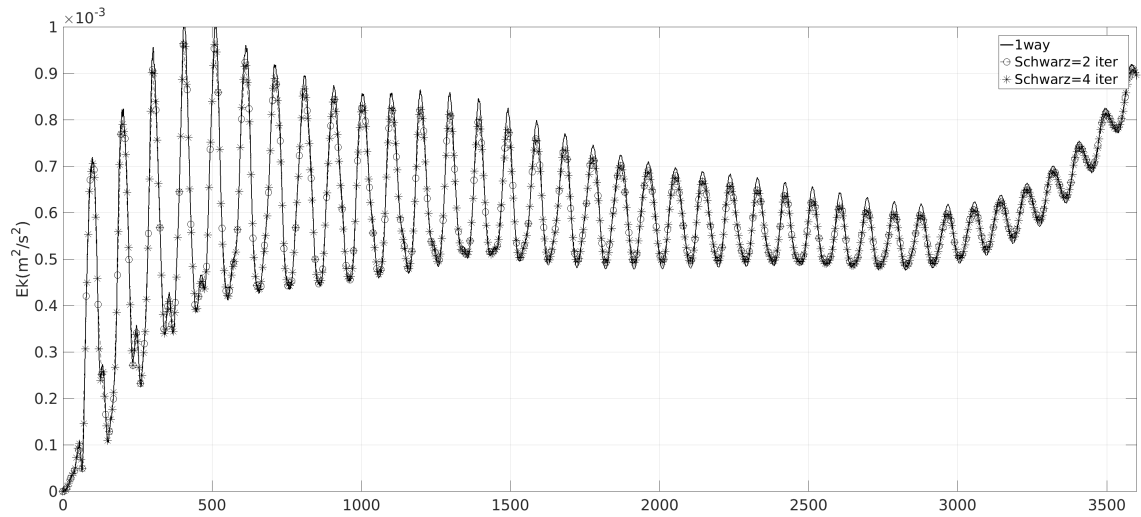


Figura 3.1: Energía Cinética (modelo ROMS) de los tres experimentos (1way, SWR 2 iteraciones, SWR 4 iteraciones)

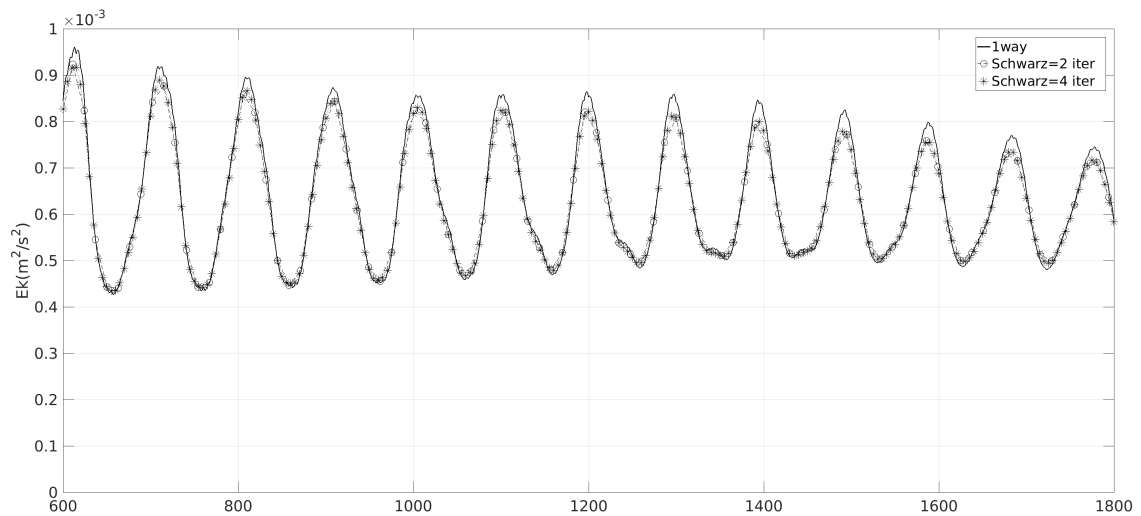


Figura 3.2: Energía cinética para el tiempo de modelado considerado para los tres experimentos (1way, SWR 2 iteraciones, SWR 4 iteraciones)

El modelo parte del reposo como condición inicial, es decir no existen corrientes, ya sea inducidas por oleaje o por circulación, y tampoco oleaje incidente. Posteriormente es forzado con oleaje incidente que permanecerá constante con valor de 1.0 m durante todo el tiempo de modelado. A medida que el oleaje se acerca a la costa, debido a la configuración de la batimetría del modelo, el oleaje empieza a sentir más el fondo y se rompe, por lo que se presenta una sobre elevación del nivel medio del mar inducido por el oleaje (wave set-up) que provoca patrones de flujo.

Ésta sobre elevación (wave set-up) se presenta en la barra que se encuentra cerca de la costa (80 m) mientras que en los canales de entrada existe una elevación menor por lo que da como resultado corrientes que se dirigen desde la costa hacia el canal desarrollándose el fenómeno. Las Corrientes de Retorno disminuyen gradualmente entre más se alejan de la costa hasta desaparecer totalmente. Cerca del canal del retorno se presenta una sobre elevación (wave set-up) y esto es debido a que el oleaje incidente no se rompe en la barra, es decir el oleaje continua dentro del canal de retorno hasta romperse en la costa.

El flujo a lo largo de la costa se incorpora también al flujo de las corrientes de retorno inclusive si está alejado del canal debido a el mismo gradiente presión provocado por la sobre elevación (wave set-up).

Cerca de los canales de retorno (3.5), el flujo en la superficie se dirige hacia la costa, mientras que dentro del canal de retorno se dirige hacia el mar. El flujo más fuerte de la corriente de retorno es del orden de 0.5 m s^{-1} y ocurre en el primer canal de retorno y se dirige hacia el mar.

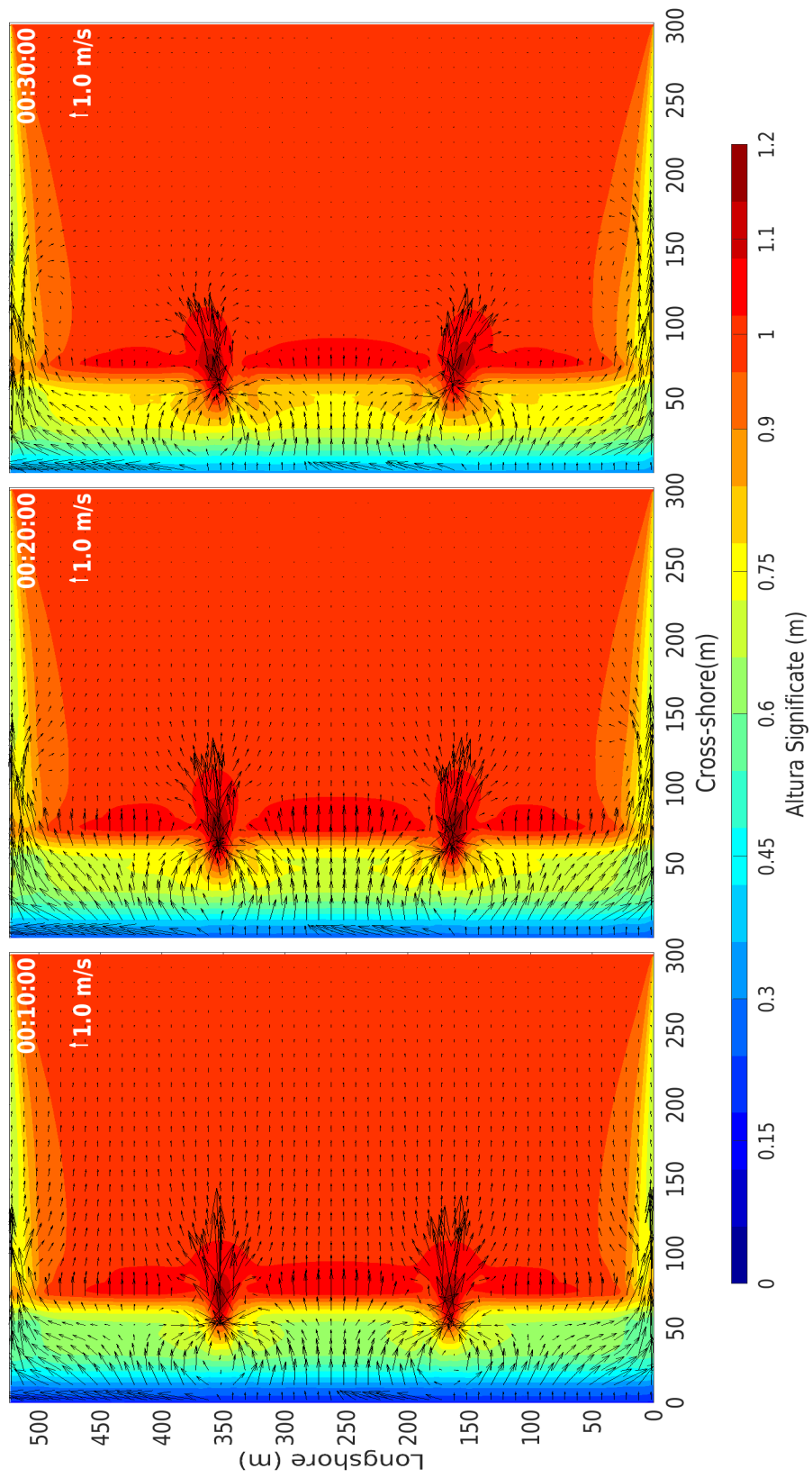


Figura 3.3: Corrientes de Retorno, experimento asincrónico. Las escalas de colores representan la variación de la altura significativa de ola(Hsig) y los vectores indican las corrientes, para el tiempo de simulación indicado en la parte superior derecha de cada gráfica.

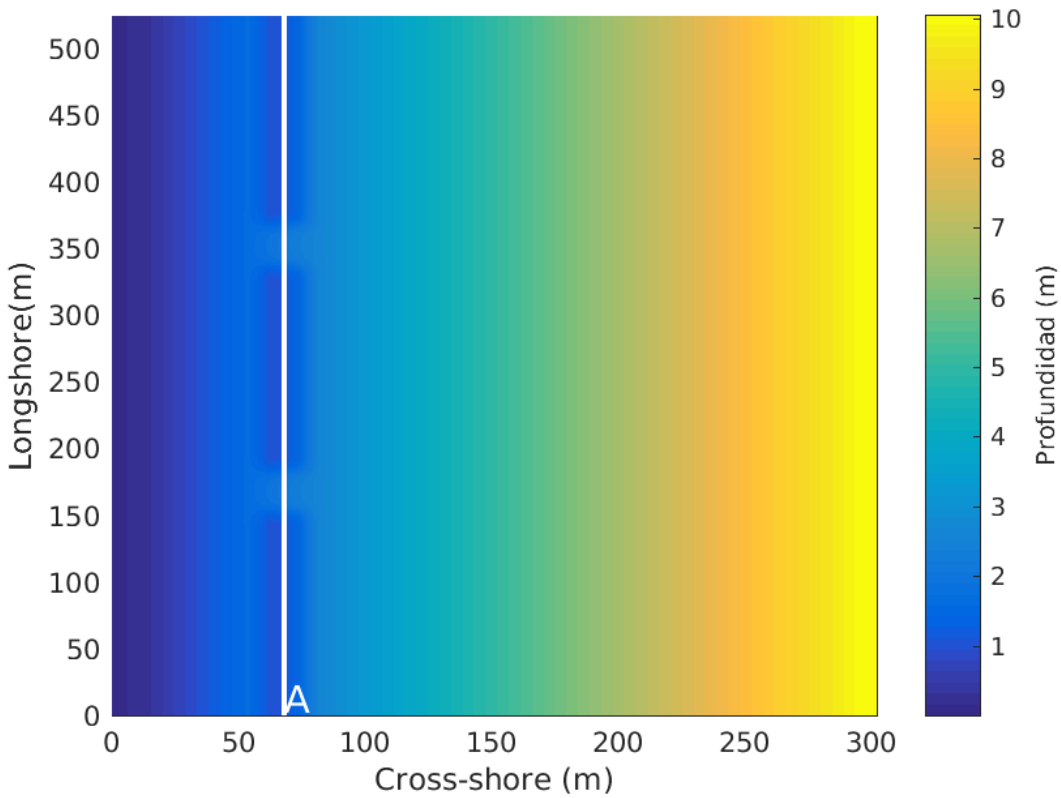


Figura 3.4: Transectos, la escala de colores representa la profundidad en el dominio, la línea blanca muestra la ubicación de los transectos descritos en las figuras 3.5 y 3.8.

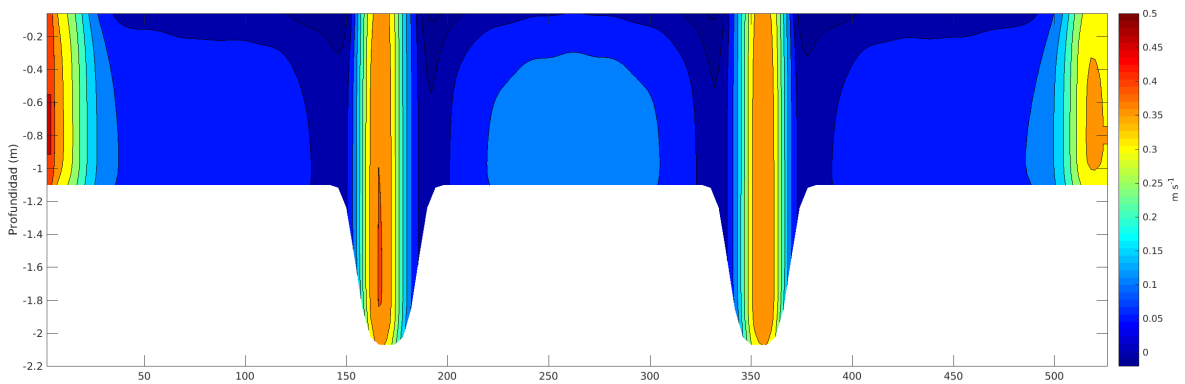


Figura 3.5: Estructura vertical de las velocidades Eulerianas con algoritmo asincrónico para el tiempo de modelado $t = 1200$ segundos

3.3. SWR con 2 iteraciones (SWR-2)

El experimento SWR-2 recrea el fenómeno de corrientes de retorno con ligeras diferencias con respecto al experimento asincrónico. La figura 3.6 ilustra que la estructura vertical de las velocidades Eulerianas la cual no es afectada de manera fuerte, y se muestra de forma constante con una velocidades $\sim 0.35\text{m s}^{-1}$ en dirección perpendicular fuera de la costa.

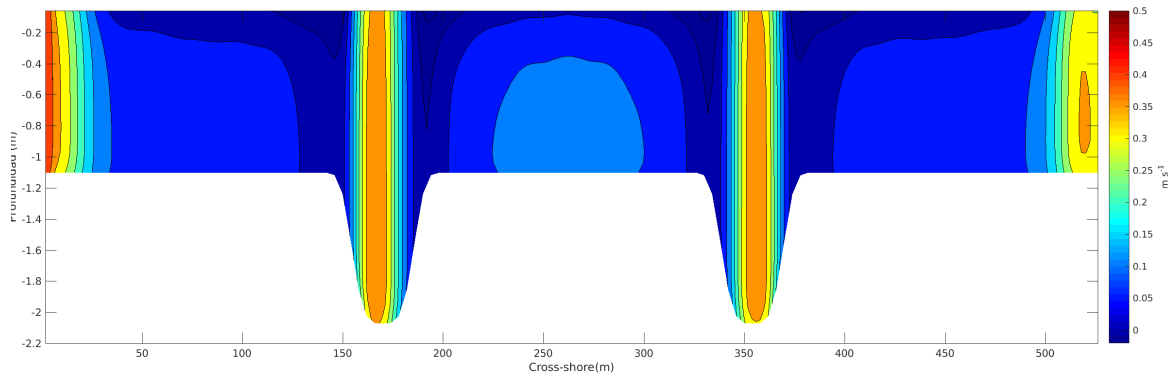


Figura 3.6: Estructura vertical de las velocidades Eulerianas con SWR= 2 iteraciones para el tiempo de modelado $t = 1200$ segundos

En la figura 3.7 se ilustra la altura significativa de ola y las corrientes generadas por el modelo, los resultados prueban que el método SWR bajo las condiciones del experimento no afectan en el desarrollo del fenómeno y es factible realizar mas iteraciones.

3.3.1. Análisis de Convergencia

Como se expuso en la sección de Metodología se analizó la variable altura significativa de oleaje (H_{sig}) para diferentes tiempos, 600, 1200 y 1800 segundos. Las Tablas 3.1, 3.2, 3.3 comparan error absoluto de los resultados de la iteración $k = 2$ y la iteración $k = 1$ con diferentes normas. Se puede observar que el error absoluto es claramente muy bajo y con tendencia a disminuir aún mas respecto

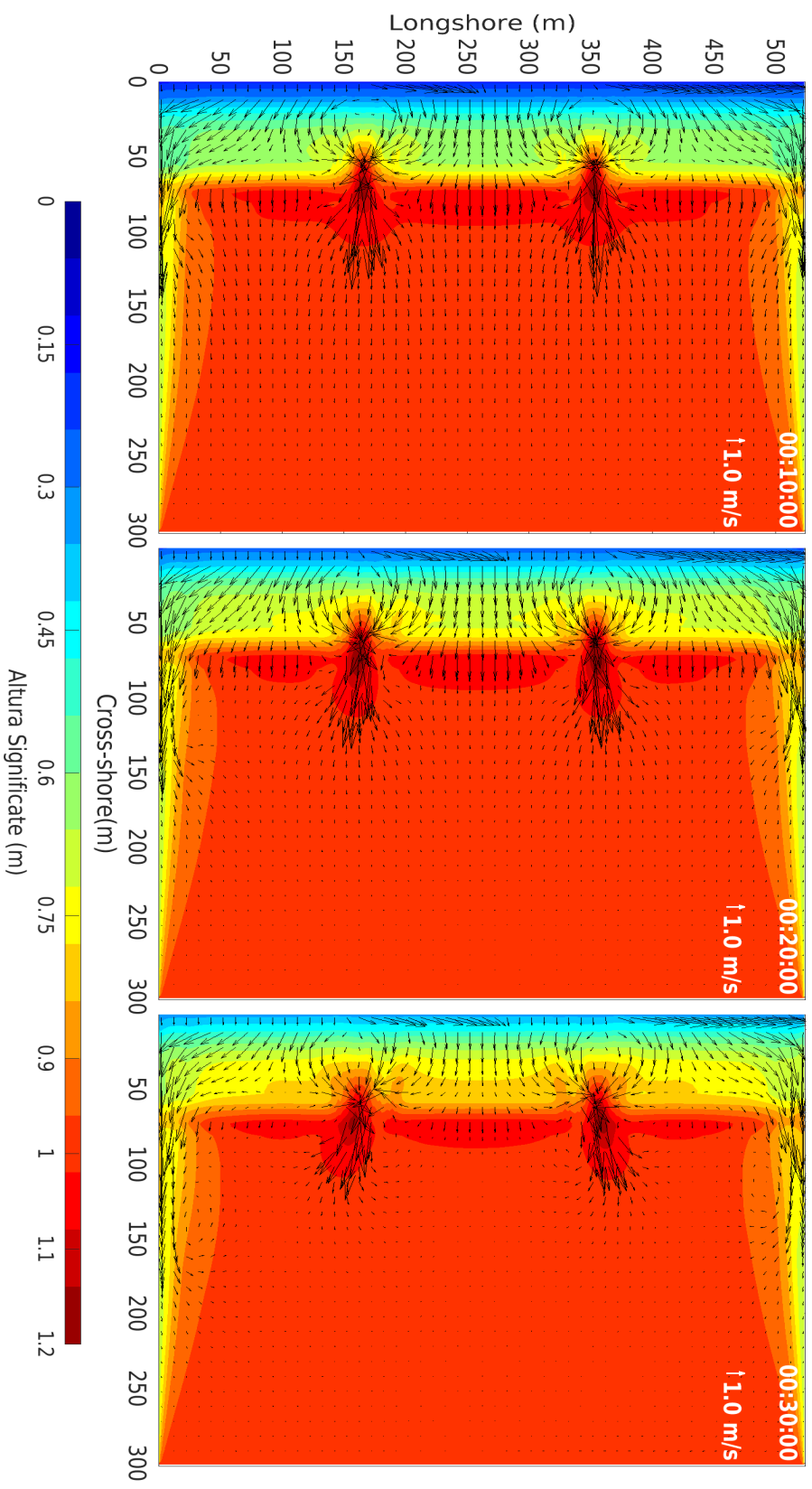


Figura 3.7: Corrientes de Retorno, experimento SWR-2. Las escalas de colores representan la variación de la altura significativa de ola(Hsig) y los vectores indican las corrientes, para el tiempo de simulación indicado en la parte superior derecha de cada gráfica.

al tiempo.

El experimento cumple con $\| Hsig^k - Hsig^M \| \rightarrow 0$, es decir se presentan errores absolutos muy bajos para las normas presentadas, no obstante se realizó el experimento SWR-4 para tener una mejor comparativa de resultados con mayor número de iteraciones.

k	$\ Hsig^k - Hsig^M \ _\infty$	$\ Hsig^k - Hsig^M \ _1$	$\ Hsig^k - Hsig^M \ _2$
1	3.79×10^{-02}	2.9×10^{-03}	6.5×10^{-03}

Tabla 3.1: Normas matriciales del experimento SWR-2, t=600 seg para la variable Altura significativa de oleaje. *k* corresponde al numero de iteración y M es el numero de iteraciones totales (M=2).

k	$\ Hsig^k - Hsig^M \ _\infty$	$\ Hsig^k - Hsig^M \ _1$	$\ Hsig^k - Hsig^M \ _2$
1	2.95×10^{-02}	1.2×10^{-03}	3.5×10^{-03}

Tabla 3.2: Normas matriciales del experimento SWR-2, t=1200 seg para la variable Altura significativa de oleaje. *k* corresponde al numero de iteración y M es el numero de iteraciones totales (M=2).

k	$\ Hsig^k - Hsig^M \ _\infty$	$\ Hsig^k - Hsig^M \ _1$	$\ Hsig^k - Hsig^M \ _2$
1	1.62×10^{-02}	1.5×10^{-03}	3.1×10^{-03}

Tabla 3.3: Normas matriciales del experimento SWR-2, t=1800 seg para la variable Altura significativa de oleaje. *k* corresponde al numero de iteración y M es el numero de iteraciones totales (M=2).

No se ha calculado la velocidad de convergencia debido al numero de iteraciones del experimento.

3.4. SWR con 4 iteraciones(SWR-4)

El experimento SWR-4 al igual que los anteriores recrea el fenómeno de corrientes con las mismas características descritas en experimento asincrónico. La figura 3.8 ilustra la estructura vertical de las velocidades Eulerianas se muestra de forma constante con una velocidades $\sim 0.35 \text{ m s}^{-1}$ en dirección perpendicular fuera de la costa.

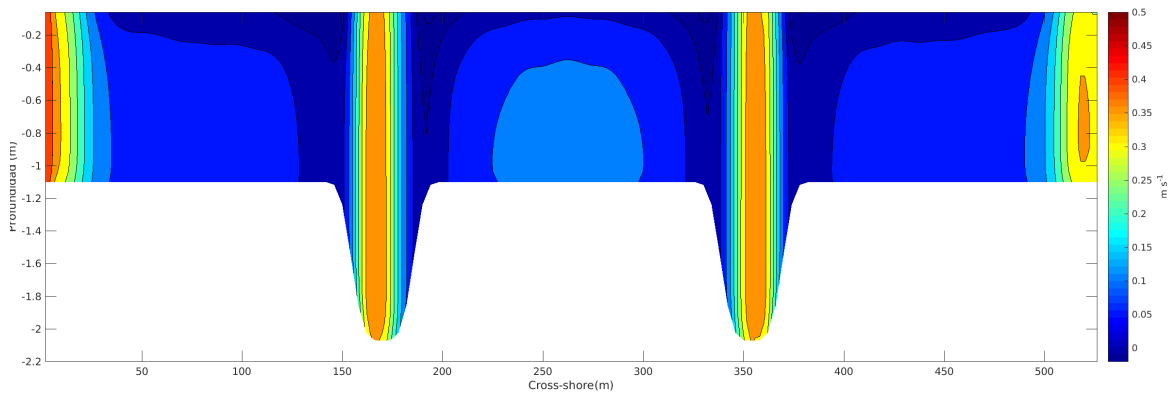


Figura 3.8: Estructura vertical de las velocidades Eulerianas,SWR= 4 iteraciones para el tiempo de modelado $t = 1200$ segundos

En la figura 3.9 se ilustra la altura significativa de ola y las corrientes generadas por el modelo, los resultados permanecieron constantes respecto al experimento SWR-2 y parece confirmar que no son necesarias mas iteraciones.

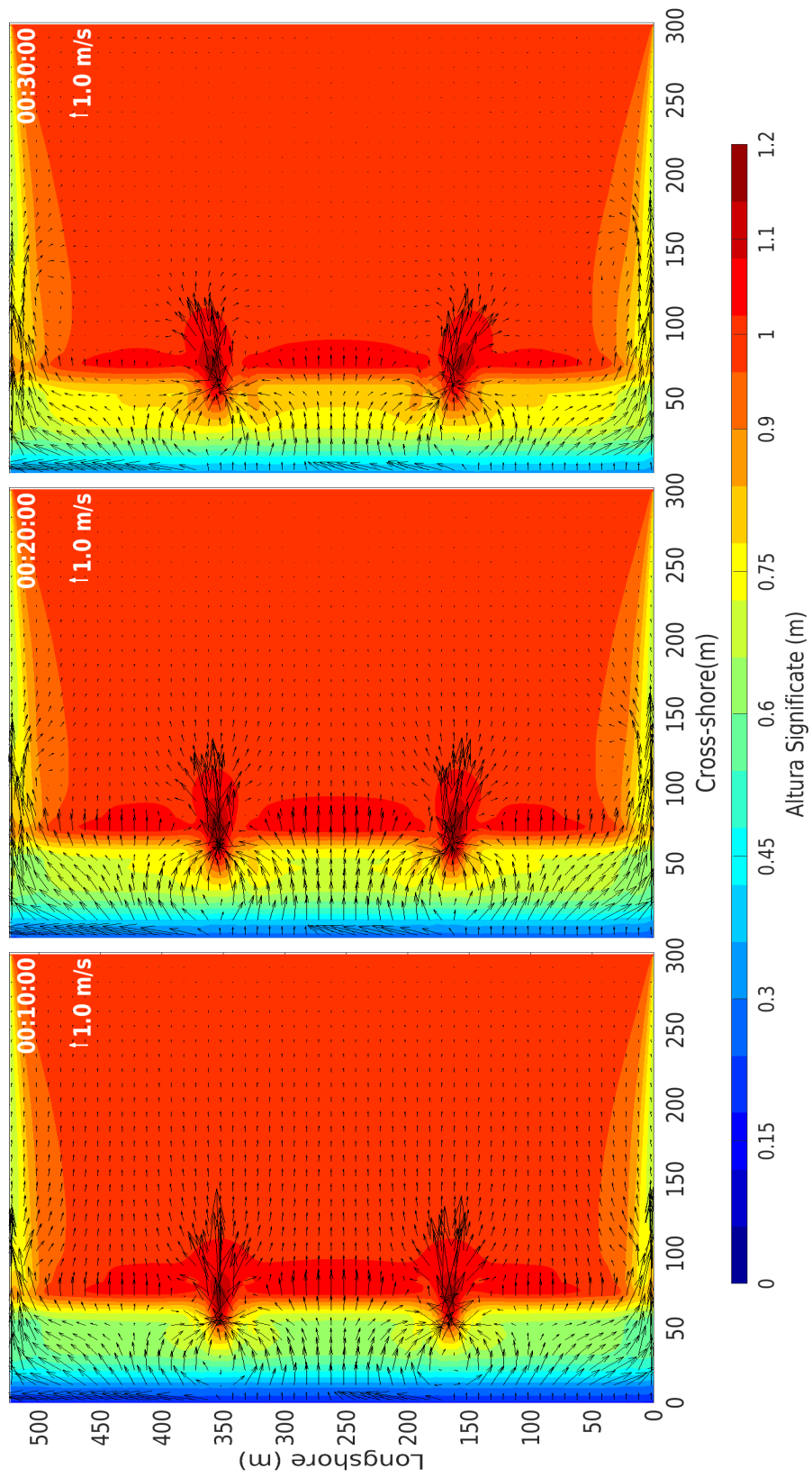


Figura 3.9: Corrientes de Retorno, experimento SWR-4. Las escalas de colores representan la variación de la altura significativa de ola(Hsig) y los vectores indican las corrientes, para el tiempo de simulación indicado en la parte superior derecha de cada gráfica.

3.4.1. Análisis de Convergencia

Las tablas 3.4, 3.5 y 3.6 muestran los resultados de las normas de los errores absolutos de la altura significativa de oleaje para tres iteraciones para los tiempos 600,1200,1800 segundos; se muestra claramente que existe tendencia a disminuir con respecto al número de iteraciones.

El experimento cumple con la condición de convergencia propuesta $\| Hsig^k - Hsig^M \| \rightarrow 0$ para todas las normas expuestas y con estos resultados es posible detallar el análisis de la convergencia del método SWR.

k	$\ Hsig^k - Hsig^M \ _{\infty}$	$\ Hsig^k - Hsig^M \ _1$	$\ Hsig^k - Hsig^M \ _2$
1	3.75×10^{-02}	2.90×10^{-03}	6.4×10^{-03}
2	7.56×10^{-04}	6.41×10^{-05}	1.44×10^{-04}
3	4.0×10^{-05}	2.45×10^{-06}	5.90×10^{-06}

Tabla 3.4: Norma matriciales del Experimento SWR-2, t=600 seg. para la variable altura significativa de oleaje. k corresponde al numero de iteración y M es el número de iteraciones totales (M=4)

k	$\ Hsig^k - Hsig^M \ _{\infty}$	$\ Hsig^k - Hsig^M \ _1$	$\ Hsig^k - Hsig^M \ _2$
1	2.99×10^{-03}	1.20×10^{-03}	3.50×10^{-03}
2	3.98×10^{-04}	2.17×10^{-05}	5.31×10^{-05}
3	2.44×10^{-05}	1.02×10^{-06}	3.13×10^{-06}

Tabla 3.5: Norma matriciales del experimento SWR-4, t=1200 seg para la variable altura significativa de oleaje. k corresponde al numero de iteración y M es el numero de iteraciones totales (M=4)

k	$\ Hsig^k - Hsig^M \ _{\infty}$	$\ Hsig^k - Hsig^M \ _1$	$\ Hsig^k - Hsig^M \ _2$
1	1.61×10^{-02}	1.50×10^{-03}	3.0×10^{-03}
2	3.09×10^{-04}	2.82×10^{-05}	6.13×10^{-05}
3	8.02×10^{-06}	1.01×10^{-06}	1.886×10^{-06}

Tabla 3.6: Norma matriciales del Experimento SWR-4, t=1800 seg para la altura significativa de oleaje. k corresponde al numero de iteración y M es el numero de iteraciones totales (M=4)

El desarrollo del error absoluto se ilustra en la figura 3.10 para los tiempos 600,1200,1800 segundos utilizando la norma euclidiana para cada una de las iteraciones y se observa que disminuye con respecto a las iteraciones.

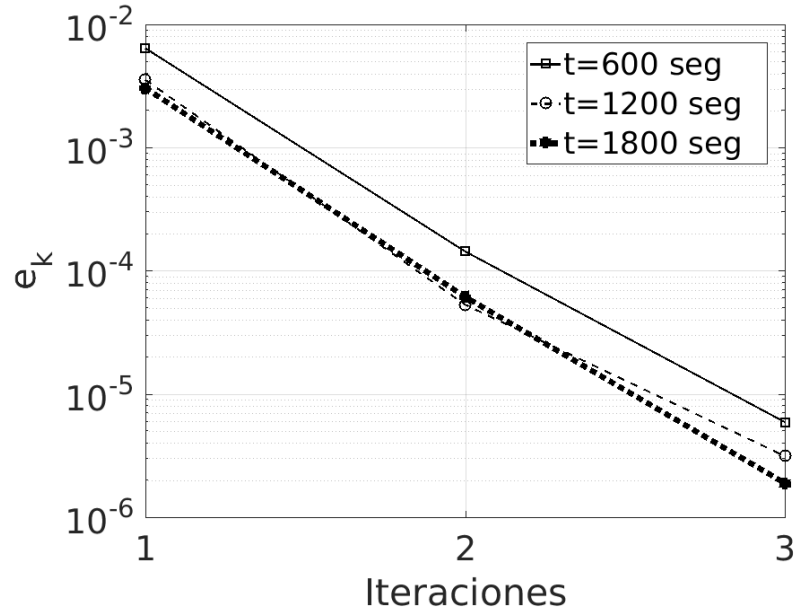


Figura 3.10: Error del experimento SWR-4, para la variable altura significativa de oleaje.

Se determinó la tasa de convergencia para los tiempos 600, 1200 y 1800 segundos utilizando los resultados de la norma euclidiana utilizando la variable altura significativa de oleaje y es definida como:

$$R_k = \frac{\| e_k \|_2}{\| e_{k-1} \|_2} = \frac{\| Hsig_k - Hsig_M \|_2}{\| Hsig_{k-1} - Hsig_M \|_2} \quad (3.1)$$

donde k corresponde al numero de iteraciones realizadas y $M = 4$. La figura 3.10 ilustra los resultados. El algoritmo convergió ya que los valores R_k son menores a la unidad.

Con respecto a la velocidad de convergencia se muestra los resultados en la figura 3.12 donde se observa cierta proximidad a una relación cuadrática.

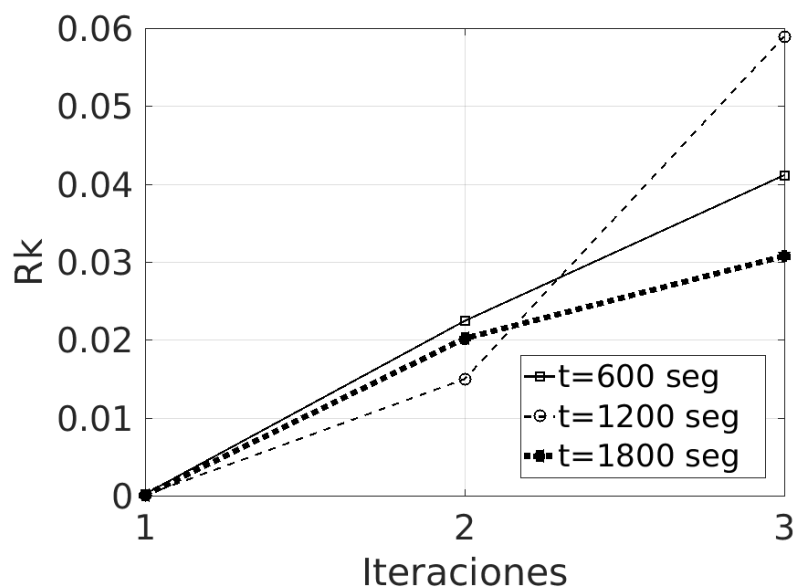


Figura 3.11: Tasa de convergencia del experimento SWR-4, para la variable altura significativa de oleaje.

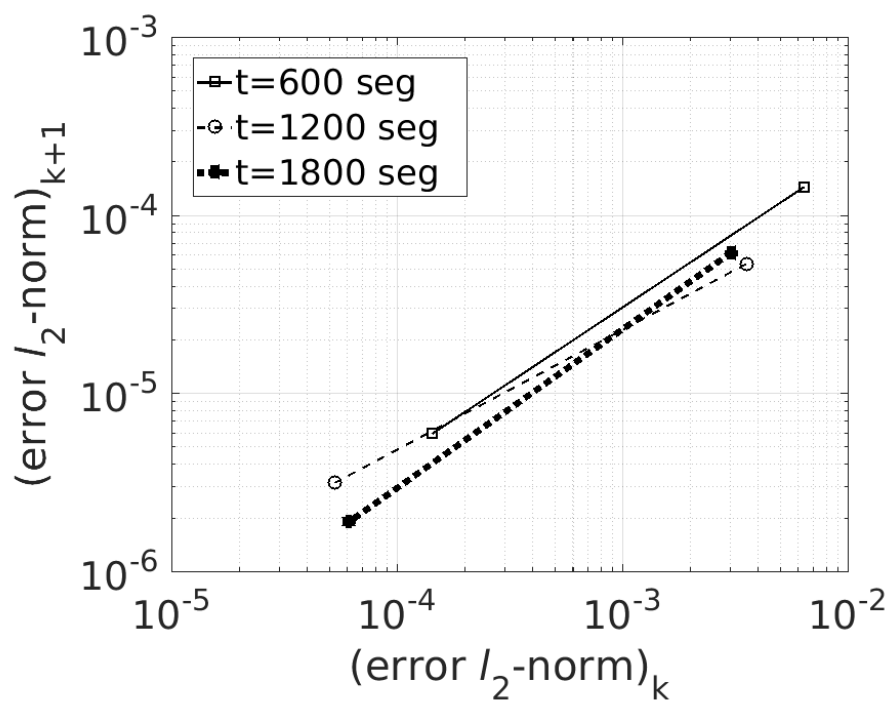


Figura 3.12: Orden de convergencia para el Experimento SWR-4

3.5. Desempeño de los experimentos

En la figura 3.13 se muestra el error medio cuadrático para todo el dominio de los experimentos. Para la variable altura significativa de ola corresponde los incisos a) al experimento SWR-2, y el inciso d) al experimento SRW-4; ambos contra el algoritmo asincrónico. Se puede resaltar que cerca de la costa es donde el valor del error es mayor $\sim 4 \times 10^{-3}$, caso contrario ocurre lejos de la costa donde los valores son ~ 0 . Respecto a los canales de retorno, el valor varía entre $\sim 1 \times 10^{-3}$ a $\sim 2 \times 10^{-3}$.

Para la variable u barotrópica, el inciso b) corresponde al experimento SWR-2, y el inciso e) al experimento SWR-2. Se observa que el error es mayor cerca de la costa $\sim 5 \times 10^{-3}$. Cerca de las fronteras el error es mayor $\sim 5 \times 10^{-3}$, quizá derivado del método numérico utilizado. En los canales de retorno el error es muy cercano a la mayor parte del dominio $\sim 1 \times 10^{-3}$.

El inciso c) corresponde al experimento SWR-2 y f) a SWR-4 para la variable v barotrópica. El error es muy cercano a valores ~ 0 , esto debido a que el modelo solo se está forzando con oleaje en la dirección u .

Los parámetros estadísticos, desviación estándar, RMS, y correlación se han obtenido para dos diferentes puntos. El primero ubicado a 70 m en dirección transversal a la costa y 150 m a lo largo de la costa, justo en un canal de retorno; y el segundo a 70 m en dirección transversal a la costa y 270 m a lo largo de la costa, aproximadamente en la mitad de la barra que se localiza entre los dos canales de retorno.

En las tablas 3.7, 3.8 y 3.9 se sintetizan los resultados para los experimentos en los dos puntos antes señalados. Los tres primeros corresponden a la ubicación en el canal de retorno, los cuales están señalados con índices i,j 35,75; los

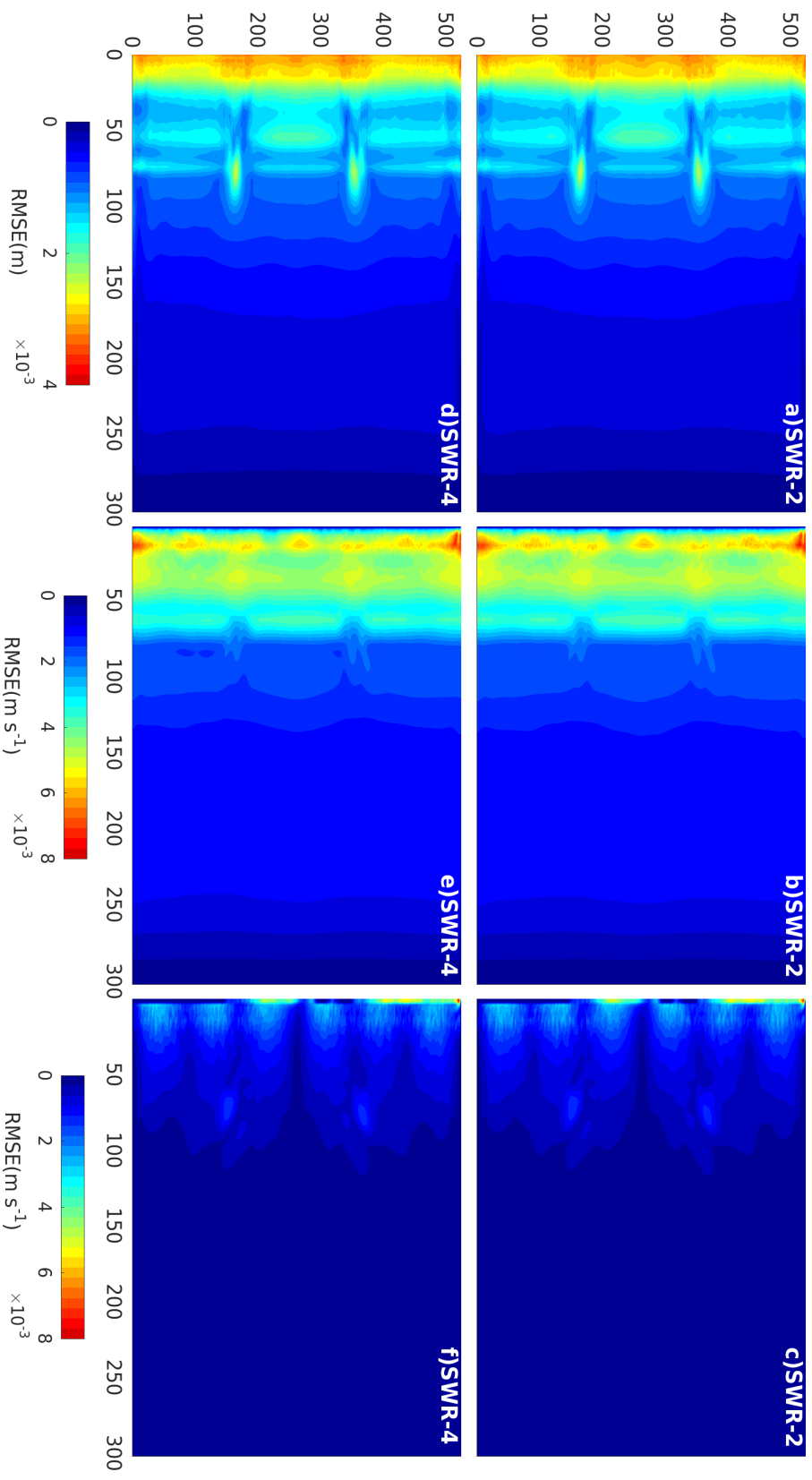


Figura 3.13: Error cuadrático medio (RMSE) de los experimentos SWR-2 y SWR-4 contra el algoritmo asincrónico, para las variables altura significativa a) y d), u barotrópica b) y e), v barotrópica c) y f); para el tiempo de simulación $t=600$ segundos a $t=1800$ segundos.

últimos tres, corresponden a la barra con índices i,j 35,135.

Para la variable altura significativa de ola la tabla 3.7, en el canal de retorno, muestra la desviación estándar para los experimentos SWR-2 y SWR-4 la cuál resultó con valores similares (~ 0.0380) y muestra una ligera mejora en cuanto al experimento asincrónico. En cuanto la correlación el experimento SWR-4 presenta ligeramente un mejor valor respecto al experimento SWR-2. Para la barra, los parámetros estadísticos son muy similares para todos los experimentos.

La tabla 3.8 ilustra los resultados de los parámetros para la variable u barotrópica, en el canal de retorno la desviación estándar para los experimentos SWR-2 y SWR-4 es similar (~ 0.173) y es ligeramente mejor con respecto al experimento asincrónico. La correlación, para el experimento SWR-4 es mejor respecto al experimento SWR-2. Para la barra, la desviación estándar es similar para los experimentos SWR-2 y SWR-4, en cuanto la correlación mejora ligeramente para el experimento SWR-4.

Los resultados para la variable v barotrópica se presentan en la tabla 3.9. La desviación estándar para los todos experimentos, en el canal y la barra es baja; en cuanto a la correlación para todos los experimentos en el canal y la barra es alta. Los resultados en ésta variable son los esperados al no tener una fuerte influencia en el fenómeno.

No.	Nombre	i,j	Desviación Estándar	RMS	Correlación
1	Asincrónico	35,75	0.0382	0.0	1.0000
2	SWR-2	35,75	0.0380	0.0010	0.9997
3	SWR-4	35,75	0.0380	0.0010	0.9997
4	Asincrónico	35,135	0.0275	0.0	1.0000
5	SWR-2	35,135	0.0275	0.0012	0.9991
6	SWR-4	35,135	0.0275	0.0012	0.9991

Tabla 3.7: Parámetros estadísticos de los experimentos para la variable altura significativa de ola

No.	Nombre	i,j	Desviación Estándar	RMS	Correlación
1	Asincrónico	35,75	0.0174	0.0	1.0000
2	SWR-2	35,75	0.0173	0.0028	0.9979
3	SWR-4	35,75	0.0173	0.0027	0.9980
4	Asincrónico	35,135	0.0290	0.0	1.0000
5	SWR-2	35,135	0.0317	0.0031	0.9984
6	SWR-4	35,135	0.0317	0.0032	0.9985

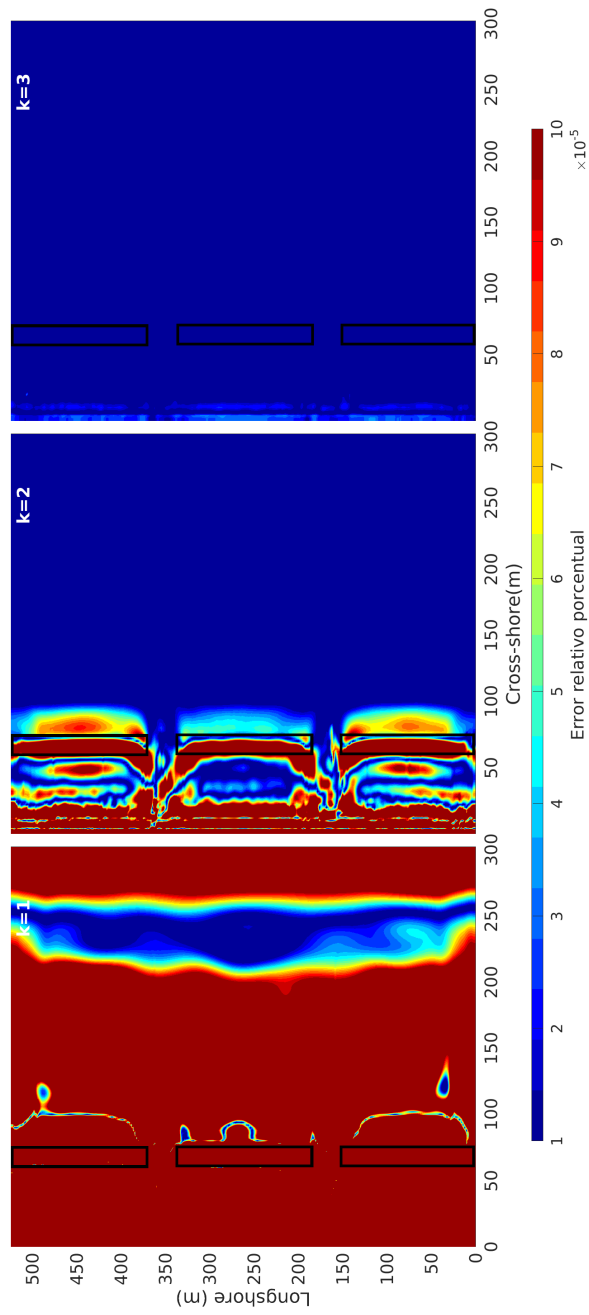
Tabla 3.8: Parámetros estadísticos de los experimentos para la variable u batimétrica

No.	Nombre	i,j	Desviación Estándar	RMS	Correlación
1	Asincrónico	35,75	0.0149	0	1.0000
2	SWR-2	35,75	0.0151	9.45×10^{-04}	0.9980
3	SWR-4	35,75	0.0151	9.72×10^{-04}	0.9981
4	Asincrónico	35,135	5.92×10^{-04}	0	1.0000
5	SWR-2	35,135	6.1912×10^{-04}	2.1061×10^{-04}	0.9481
6	SWR-4	35,135	6.1912×10^{-04}	1.9688×10^{-04}	0.9417

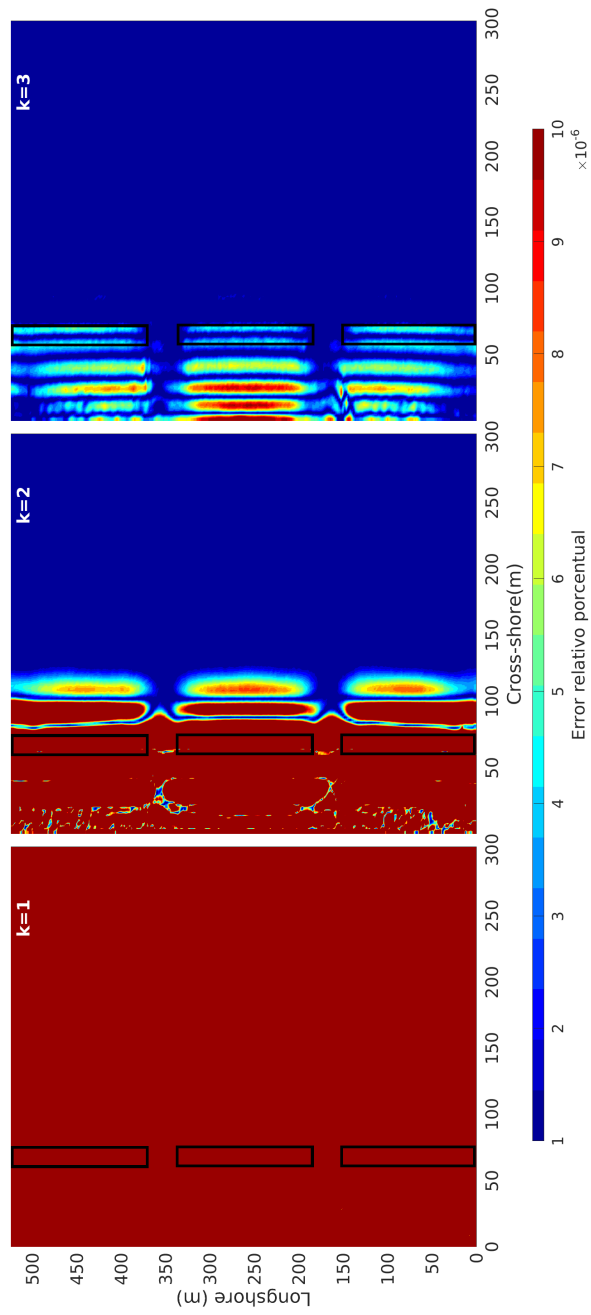
Tabla 3.9: Parámetros estadísticos de los experimentos para la variable v batimétrica

En cuanto al error relativo del experimento SWR-4 crece con cada una de las iteraciones realizadas. La figura 3.14 muestra la evolución en cada una de las iteraciones k para los tiempos $t=1200$ segundos y $t=1800$ segundos, los marcos rectangulares en negro representan las barras que existen en la batimetría.

Finalmente en la figura 3.15 se muestra la altura significativa de cada uno de los experimentos de la costa hasta los 100 metros para el tiempo $t= 1200$ segundos. Las líneas verticales en color indican el lugar donde se encuentra el canal de retorno. Los experimentos tienen resultados muy similares a excepción donde se presenta el fenómeno de corrientes de retorno. Los experimentos SWR-2 y SWR-4 presentan un sobre elevación menor dentro del canal de retorno.



(a) $t = 1200$ segundos



(b) $t = 1800$ segundos

Figura 3.14: Error relativo porcentual del experimento SWR4

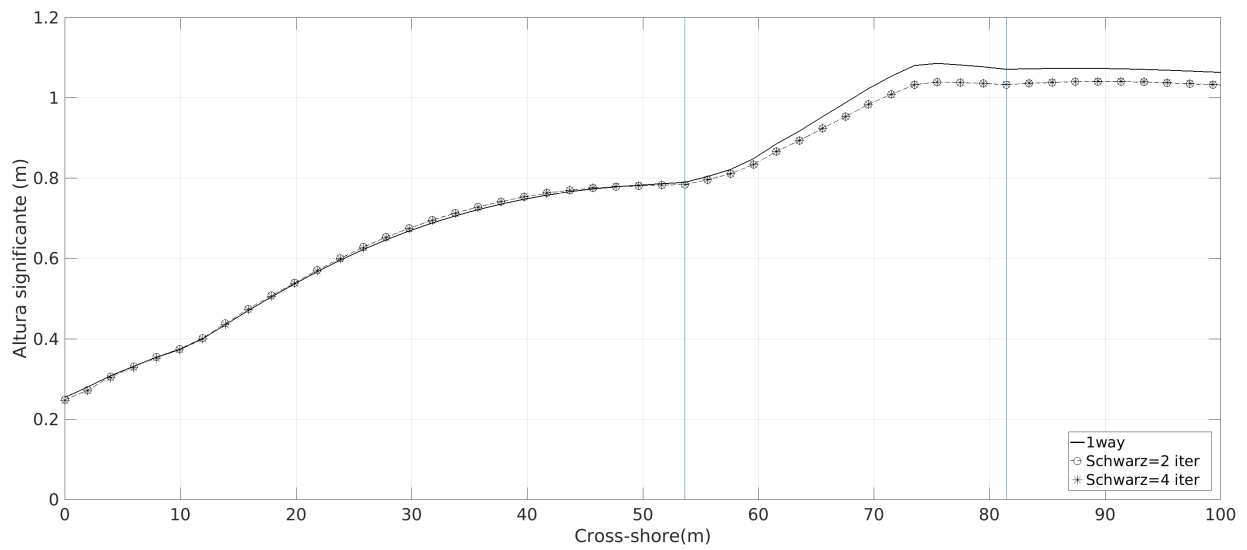


Figura 3.15: Altura significativa de los experimentos realizados en el canal de retorno inferior, $t=1200$ segundos.

Discusiones y conclusiones

4.1. Discusiones

El método Schwarz Waveform Relaxation (SWR) permite mejorar la convergencia en el proceso de acoplamiento para modelos de oleaje-corriente. Los experimentos SWR-2 y SWR-4, muestran que el fenómeno de Corrientes de Retorno es reproducible y se obtienen resultados con ligeros cambios físicos respecto al algoritmo asincrónico pero no muy significativos (figura 3.9 y 3.8). Los resultados con cada una de las normas matriciales de las tablas 3.4, 3.5 y 3.6, para la variable altura significativa de oleaje revelan que con cada iteración el error absoluto reduce un orden de magnitud. Al compararse la iteración $k = 1$ de los experimento SWR-4 Y SWR-2 puede notarse que la diferencia es mínima, y denota también la importancia y la influencia de las ventanas de tiempo anteriores.

El orden de convergencia que se obtuvo de forma experimental (figura 3.12) reveló una proximidad cuadrática verificable para las primeras iteraciones, sin embargo para un mayor número de iteraciones puede estimarse con los valores de las tablas 3.4, 3.5 y 3.6 que la tendencia es comportarse de forma lineal,

sin embargo éste orden no compromete de forma significativa la estabilidad del modelo que presenta una energía cinética que oscila de forma constante para el tiempo analizado (figura 3.2).

Es bastante probable que la rápida convergencia se deba a la transmisión de las condiciones de frontera y al traslape de los dominios. En la demostración de convergencia del método original de Schwarz se concluyó (Dolean et al., 2015) que se obtiene mas rápido cuando el traslape es mayor y como se expuso el modelo ROMS con el formalismo Vortex Force transmite éstas condiciones al utilizar velocidades eulerianas y lagrangeanas en la vertical, es decir se encuentra totalmente traslapado el dominio. En el experimento SWR-4 se verifica que la frecuencia de acoplamiento para altas frecuencias converge rápidamente y coincide con lo que se ha descrito en la literatura (Lemarié et al., 2014), pero aún no se había experimentado o reportado.

Las tablas 3.7, 3.8 y 3.9 donde se muestran los parámetros estadísticos de desviación estándar, RMS, y correlación para los puntos en la barra y en el canal de retorno revelaron que además de la convergencia obtenida los resultados son consistentes en cada una de las iteraciones y que a mayor número de iteraciones puede obtenerse una mejor consistencia en los resultados para cada ventana de acoplamiento.

La figura 3.15 muestra que existen diferencias de los experimentos, puede considerarse que se deben a que existe convergencia local en los experimentos SWR-2 y SWR-4.

4.2. Conclusiones

En éste trabajo de investigación doctoral se investigó la aplicación del método Schwarz Relaxation Waveform para modelos modelos de oleaje-corriente. Específicamente se utilizó el sistema acoplado COAWST, con los modelo ROMS y SWAN. Para implementar el método se desarrolló una serie de códigos (ver anexos) los cuales permiten de forma automática acoplar los modelos. Se aseguró mediante la reproducción del fenómeno de corrientes de retorno que los códigos realizados funcionaran adecuadamente. Las corrientes se presentaron hacia fuera de la costa y la altura significativa fue mayor cerca de los canales de retorno.

Los resultados de los experimentos SWR-2 y SWR-4, sin duda, podrían ser objeto de escrutinio; no obstante, se puede obtener conclusiones inmediatamente confiables sobre la convergencia y deben ser interpretados con cautela debido a que el modelo propuesto está bajo condiciones ideales.

El método SWR permite obtener mejor convergencia en el proceso de acoplamiento dentro de la ventana de tiempo que se esté analizando. Indiscutiblemente al igual que en los métodos iterativos de resolución de ecuaciones se busca obtener una mejor convergencia global, lo que permitiría tener una solución muy aproximada a la real o verdadera. Con ésta investigación doctoral se logró obtener convergencia local en cada ventana de tiempo, este es un paso importante y no descartable. Son necesarias dos iteraciones del método SWR para obtener mejores resultados respecto al algoritmo asincrónico. Los resultados presentan convergencia en la zona de de los canales de retorno.

La convergencia del método SWR depende de las ecuaciones de los modelos que se están evaluando, la región y tipo de fenómeno a reproducir. En los experimentos realizados se encontró que con pocas iteraciones se alcanza una

convergencia importante. Se necesitan investigaciones adicionales donde se utilicen datos observados y condiciones reales para determinar efectivamente la convergencia del método SWR. Además, se recomienda investigar la influencia de las condiciones de iniciales y de frontera en los modelos y la posible relación sobre la convergencia del método.

Un estudio comprensivo más amplio incluiría la implementación de otros modelos con otras formulaciones distintas a las expuestas y con condiciones reales y verificables.

El desarrollo de acopladores que permitan el intercambio de variables físicas con diferentes esquemas de acoplamiento permitiría una comprensión más amplia de los procesos matemáticos y físicos. Cabe resaltar que es necesario un equipo multidisciplinario para lograr ésta labor ya que se requiere de conocimientos físicos, matemáticos y computacionales.

Anexo

Acoplador Asincrónico y Método de Schwarz

```
1 #!/bin/bash
2 # .....
3 #:INSTITUTO MEXICANO DE TECNOLOGIA DEL AGUA      :
4 #:COORDINACION DE DESARROLLO PROFESIONAL E INSTITUCIONAL:
5 #:SUBCOORDINACION DE POSGRADO                   :
6 #:      Doctorado en Ciencias Y Tecnologia del Agua      :
7 #:                                                                 :
8 #:                                     Miguel Angel Rodriguez Flores :
9 # .....
10 #
11 #
12 #
13 #-----
14 # INICIO DE EDICION DE USUARIO
15 #-----
16 #
```

```
17 #Nombre del caso de estudio
18 TESTNAME=rip_current
19 ROOT_DIR=/home/miguel/Library/coawst/Projects
20 #Direccion de ejecutables de los Modelos Roms y SWAN
21 ROMSDIR=${ROOT_DIR}/romonly_wec
22 SWANDIR=${ROOT_DIR}/swanonly
23 #Nombre archivos de entrada de modelos ROMS y SWAN
24 ROMSFILE=ocean_${TESTNAME}.in
25 SWANFILE=swan_${TESTNAME}.in
26 #Ejecutables y nucleos asignados
27 EXECOAWST=coawstM
28 ROMSCORES=20
29 SWANSCORES=1
30 #Tiempo de Inicio y Fin de Modelacion
31 START_TIME=0
32 END_TIME=120
33 #Ventana de Acoplamiento
34 COUPLING_TIME=120
35 #Fecha de Inicio de Modelo SWAN
36 DATEM=20000101
37 #
38 #Netcdf modelo ROMS
39 HISNAME=ocean_${TESTNAME}_his
40 AVGNAM=Ocean_${TESTNAME}_avg
41 RSTNAME=ocean_${TESTNAME}_rst
42 DIANAME=ocean_${TESTNAME}_dia
43 ININAME=ocean_${TESTNAME}_ini
44 #
```

```

45 #Netcdf modelo SWAN
46 SWANINI=swan_ini
47 SWANRST=swan_rst
48
49 #Metodo de Schwarz
50 #Numero de iteraciones requeridas + 1
51 #En caso de SCHWARZ_ITER=1 el acoplamiento realizado solo
    es en una sola
52 #via (1-way)
53 SCHWARZ_ITER=1
54 #Archivo de Salida de ROMS a utilizar para acoplar
55 OUTCOUP=${HISNAME}.nc
56 #
57 #Paso de tiempo SWAN
58 STEPSWAN=1
59 #Numero de linea para edicion de archivo *.in de modelo
    ROMS
60 LINE_NTIMES=209
61 #Numero de linea para edicion de archivo *.in de modelo
    SWAN
62 SWANLINETIMES=72
63 #
64 DIR_MODELOUT=/home/datos/model_out/coawst/coawst
65 #-----
66 #      FIN DE EDICION DE USUARIO
67 #-----
68 #Inicio de Acoplamiento en una sola via (one-way). Metodo
    Global in time Schwarz.

```

```

69 echo "Script de Acoplamiento en una sola via (1-way), usando
    el Metodo Global in time Schwarz."
70 echo "Iniciando ..."
71 while [ $START_TIME -lt $END_TIME ];do
72     NTIMES_START=$START_TIME
73     NTIMES_END=$(echo "${NTIMES_START}+${COUPLING_TIME}" |
        bc)
74     SWANTIME_START=$(date --date=@$(( $(date --date=$DATEM +
        %s) + NTIMES_START )) +%Y%m%d.%H%M%S')
75     SWANTIME_END=$(date --date=@$(( $(date --date=$DATEM + %s
        ) + NTIMES_END )) +%Y%m%d.%H%M%S')
76     OUTFILE=${TESTNAME}__${NTIMES_START}__${NTIMES_END}
77     OUTFILE_SWAN=PRINT01
78     for (( i=1; i<=${SCHWARZ_ITER}; i++ ));do
79         if [[ $SCHWARZ_ITER -eq $i ]]; then
80             NT=$(echo "${NTIMES_END}+${COUPLING_TIME}" | bc)
81             SWANNEW_START=$(date --date=@$(( $(date --date=
                $DATEM + %s) + NTIMES_END )) +%Y%m%d.%H%M%S')
82             SWANNEW_END=$(date --date=@$(( $(date --date=$DATEM
                + %s) + NTIMES_END + COUPLING_TIME )) +%Y%m%d.%
                H%M%S')
83 #         # Inicio SWAN
84         echo "***** Inicia SWAN MODEL *** Start=$NTIMES_START
            *****End=$NTIMES_END*****${i}"
85         cd ${SWANDIR}
86         mpirun -np ${SWANCORES} ${EXECOAWST} ${SWANFILE}
87         echo "Testing SWAN MODEL . . . . ."
88         status='tail -15 ${OUTFILE_SWAN} | grep STOP | wc -

```

```

| '
89     if [[ $status == 1 ]]; then
90         echo "----->SWAN MODEL finalizo adecuadamente"
91     else
92         echo
93         echo "SWAN MODEL ***NO FINALIZO*** adecuadamente
          "
94         echo
95         tail -20 ${OUTFILE_SWAN}
96         echo
97         echo
98         exit 1
99     fi
100    mkdir ${SWANTIME_START}_${SWANTIME_END}_${i}
101    #codigo matlab
102    matlab -nosplash -nodesktop -r "swanmat2roms( '
          swan_frc.nc '); exit"
103    cp swan_frc.nc ${ROMSDIR}/
104    mv swan_frc.nc ${SWANTIME_START}_${SWANTIME_END}_${
          i }/
105    mv ./*.mat ${SWANTIME_START}_${SWANTIME_END}_${i }/
106    mv roms_current.dat ${SWANTIME_START}_${
          SWANTIME_END}_${i }/
107    mv roms_zeta.dat ${SWANTIME_START}_${SWANTIME_END}
          _${i }/
108    mv ${SWANINI}.dat ${SWANTIME_START}_${SWANTIME_END}
          _${i }/
109    echo "/editando: ${SWAN_IN}...."

```

```

110 cp ${SWANFILE} ${SWANFILE}.back
111 rm ${SWANFILE}
112 sed "${SWANLINETIMES} s/COMPUTE NONSTATIONARY ${
    SWANTIME_START} ${STEPSWAN} SEC ${SWANTIME_END
    }/COMPUTE NONSTATIONARY ${SWANNEW_START} ${
    STEPSWAN} SEC ${SWANNEW_END}/" < ${SWANFILE}.
    back > ${SWANFILE}
113 echo "/ editando :${SWANRST}.dat—————>${SWANINI
    }.dat"
114 cp ${SWANRST}.dat ${SWANRST}_${SWANTIME_START}_${
    SWANTIME_END}_${i}.dat
115 mv ${SWANRST}_${SWANTIME_START}_${SWANTIME_END}_${i
    }.dat ${SWANTIME_START}_${SWANTIME_END}_${i}/
116 cp ${SWANRST}.dat ${SWANINI}.dat
117 rm ${SWANRST}.dat
118 mv ${OUTFILE_SWAN} ${SWANTIME_START}_${SWANTIME_END
    }_${i}/
119 mv ${SWANTIME_START}_${SWANTIME_END}_${i}/ ${
    DIR_MODELOUT}/swan/
120 # Inicio ROMS
121 echo "***** Inicia ROMS MODEL *** Start=$NTIMES_START
    *****End=$NTIMES_END*****${i}"
122 cd ${ROMSDIR}
123 OUTFILE=${TESTNAME}_${NTIMES_START}_${NTIMES_END}
124 echo "***** Inicia ROMS MODEL *** Start=$NTIMES_START
    *****End=$NTIMES_END*****${i}"
125 mpirun -np ${ROMSCORES} ${EXECOAWST} ${ROMSFILE} >
    ${OUTFILE}_${i}

```

```

126     echo "Testing ${OUTFILE}-${i} . . . . ."
127     status='tail -50 ${OUTFILE}-${i} | grep DONE | wc -
      | '
128     if [[ $status == 1 ]]; then
129         echo "---->ROMS MODEL finalizo adecuadamente"
130     else
131         echo
132         echo "ROMS MODEL ***NO FINALIZO*** adecuadamente
      "
133         echo
134         tail -20 ${OUTFILE}-${i}
135         echo
136         echo
137         exit 1
138     fi
139     mkdir ${NTIMES_START}-${NTIMES_END}-${i}
140     #codigo matlab
141     matlab -nosplash -nodesktop -r "roms2swan('${{
      OUTCOUP}'}'); exit"
142     cp roms_current.dat ${SWANDIR}
143     cp roms_zeta.dat ${SWANDIR}
144     mv ${OUTFILE}-${i} ${NTIMES_START}-${NTIMES_END}-${
      i}/
145     mv roms_current.dat ${NTIMES_START}-${NTIMES_END}-${
      i}/
146     mv roms_zeta.dat ${NTIMES_START}-${NTIMES_END}-${i}
      }/
147     mv ${HISNAME}.nc ${NTIMES_START}-${NTIMES_END}-${i}

```

```

    }/
148 mv ${DIANAME}.nc ${NTIMES_START}_${NTIMES_END}_${i}
    }/
149 mv ${AVGNAME}.nc ${NTIMES_START}_${NTIMES_END}_${i}
    }/
150 mv ${ININAME}.nc ${NTIMES_START}_${NTIMES_END}_${i}
    }/
151 mv swan_frc.nc ${NTIMES_START}_${NTIMES_END}_${i}/
152 echo "/ editando ${ROMSFILE}....."
153 cp ${ROMSFILE} ${ROMSFILE}.back
154 rm ${ROMSFILE}
155 sed "${LINE_NTIMES} s/NTIMES == ${NTIMES_END}/
    NTIMES == ${NT}/" < ${ROMSFILE}.back > ${
    ROMSFILE}
156 echo
157 echo "/ editando : ${RSTNAME}.nc—————>${ININAME}.nc
    "
158 cp ${RSTNAME}.nc ${RSTNAME}_${NTIMES_START}_${
    NTIMES_END}_${i}.nc
159 mv ${RSTNAME}_${NTIMES_START}_${NTIMES_END}_${i}.nc
    ${NTIMES_START}_${NTIMES_END}_${i}/
160 cp ${RSTNAME}.nc ${ININAME}.nc
161 rm ${RSTNAME}.nc
162 mv ${NTIMES_START}_${NTIMES_END}_${i}/ ${
    DIR_MODELOUT}/roms/
163 #————>else
164 else
165 #Inicio SWAN

```

```

166     echo "*****Inicia SWAN MODEL *** Start=$NTIMES_START
        ****End=$NTIMES_END*****${i}"
167     cd ${SWANDIR}
168     mpirun -np ${SWANCORES} ${EXECOAWST} ${SWANFILE}
169     echo "Testing SWAN MODEL . . . . ."
170     status='tail -15 ${OUTFILE_SWAN} | grep STOP | wc -
        | '
171     if [[ $status == 1 ]]; then
172         echo "---->SWAN MODEL finalizo adecuadamente"
173     else
174         echo
175         echo "SWAN MODEL ***NO FINALIZO*** adecuadamente
        "
176         echo
177         tail -20 ${OUTFILE_SWAN}
178         echo
179         echo
180         exit 1
181     fi
182     mkdir ${SWANTIME_START}_${SWANTIME_END}_${i}
183     #codigo matlab
184     matlab -nosplash -nodesktop -r "swanmat2roms( '
        swan_frc.nc'); exit"
185     cp swan_frc.nc ${ROMSDIR}/
186     mv swan_frc.nc ${SWANTIME_START}_${SWANTIME_END}_${
        i }/
187     mv ./*.mat ${SWANTIME_START}_${SWANTIME_END}_${i }/
188     mv ${SWANRST}.dat ${SWANTIME_START}_${SWANTIME_END}

```

```

    _${i} /
189 mv roms_current.dat ${SWANTIME_START}_${
    SWANTIME_END}_${i} /
190 mv roms_zeta.dat ${SWANTIME_START}_${SWANTIME_END}
    _${i} /
191 mv ${OUTFILE_SWAN} ${SWANTIME_START}_${SWANTIME_END}
    _${i} /
192 mv ${SWANTIME_START}_${SWANTIME_END}_${i} / ${
    DIR_MODELOUT} / swan /
193 #Inicio ROMS
194 cd ${ROMSDIR}
195 OUTFILE=${TESTNAME}_${NTIMES_START}_${NTIMES_END}
196 echo "***** Inicia ROMS MODEL *** Start=${NTIMES_START}
    ***** End=${NTIMES_END}*****${i}"
197 mpirun -np ${ROMSCORES} ${EXECOAWST} ${ROMSFILE} >
    ${OUTFILE}_${i}
198 echo "Testing ${OUTFILE}_${i} . . . . ."
199 status='tail -50 ${OUTFILE}_${i} | grep DONE | wc -
    | '
200 if [[ $status == 1 ]]; then
201     echo "----->ROMS MODEL finalizo adecuadamente"
202 else
203     echo
204     echo "ROMS MODEL ***NO FINALIZO*** adecuadamente
    "
205     echo
206     tail -20 ${OUTFILE}_${i}
207     echo

```

```

208         echo
209         exit 1
210     fi
211     mkdir ${NTIMES_START}_${NTIMES_END}_${i}
212     #codigo matlab
213     matlab -nosplash -nodesktop -r "roms2swan( '${
        OUTCOUP}' ); exit"
214     cp roms_current.dat ${SWANDIR}
215     cp roms_zeta.dat  ${SWANDIR}
216     mv ${OUTFILE}_${i} ${NTIMES_START}_${NTIMES_END}_${
        i }/
217     mv roms_current.dat ${NTIMES_START}_${NTIMES_END}_$
        {i }/
218     mv roms_zeta.dat ${NTIMES_START}_${NTIMES_END}_${i
        }/
219     mv ${HISNAME}.nc ${NTIMES_START}_${NTIMES_END}_${i
        }/
220     mv ${DIANAME}.nc ${NTIMES_START}_${NTIMES_END}_${i
        }/
221     mv ${AVGNAME}.nc ${NTIMES_START}_${NTIMES_END}_${i
        }/
222     mv ${RSTNAME}.nc ${NTIMES_START}_${NTIMES_END}_${i
        }/
223     mv swan_frc.nc ${NTIMES_START}_${NTIMES_END}_${i }/
224     mv ${NTIMES_START}_${NTIMES_END}_${i }/ ${
        DIR_MODELOUT }/roms/
225     fi
226 done

```

```
227   let START_TIME=START_TIME+$COUPLING_TIME
228   echo $START_TIME
229 done
```



```

19
20 us=squeeze(ubar(:,: ,end));
21 vs=squeeze(vbar(:,: ,end));
22 zetas=squeeze(zeta(:,: ,end));
23
24 uu=zeros(size(x_rho));
25 vv=zeros(size(y_rho));
26 uu(2:end,:)=us;
27 vv(:,2:end)=vs;
28 uu(isnan(uu))=0.00000000;
29 vv(isnan(vv))=0.00000000;
30
31 disp(' Escribiendo roms_current.dat')
32 [n,m] = size(x_rho);
33 fid = fopen('roms_current.dat','w');
34 for index1 = 1:m;
35     for index2 = 1:n;
36         fprintf(fid, ' ');
37         fprintf(fid, '%12.8f ',uu(index2,index1));
38     end
39     fprintf(fid, '\n');
40 end
41
42 [j,i]=size(y_rho);
43 for index3 = 1:i;
44     for index4 = 1:j;
45         fprintf(fid, ' ');
46         fprintf(fid, '%12.8f ',vv(index4,index3));

```

```
47     end
48     fprintf(fid , '\n');
49 end
50 disp( ' Escribiendo roms_zeta.dat ')
51 [l ,k]=size(zetas);
52 fid = fopen( 'roms_zeta.dat' , 'w' );
53
54 for index5 = 1:k;
55     for index6 = 1:l;
56         fprintf(fid , ' ');
57         fprintf(fid , '%12.8f' , zetas(index6 , index5));
58     end
59     fprintf(fid , '\n');
60 end
61
62 fclose( 'all' );
63 end
```


swan2roms

```
1 function swanmat2roms(fname);
2 %
3 %swanmat2roms(fname);
4 %
5
6 get_hsig=1;          hsig_file   = 'hsig.mat';
7 get_dissip=1;       dissip_file  = 'dissip.mat';
8 get_rtp=1;          rtp_file     = 'rtp.mat';
9 get_tmbot=1;        tmbot_file   = 'tmbot.mat';
10 get_ubot=1;         ubot_file    = 'ubot.mat';
11 get_wdir=1;         wdir_file    = 'wdir.mat';
12 get_wlen=1;         wlen_file    = 'wlen.mat';
13 get_break=1;        break_file   = 'qb.mat';
14 get_xp=1;           xp_file      = 'xp.mat';
15 get_yp=1;           yp_file      = 'yp.mat';
16 get_dissip_break=1; dissip_break_file= 'dissip_break.mat';
17 get_dissip_wcap=1; dissip_wcap_file= 'dissip_wcap.mat';
18 get_dissip_fric=1; dissip_fric_file= 'dissip_fric.mat';
```

```

19
20 %%%%%%%%%%
21
22 F=load(hsig_file);
23 vname=fieldnames(F);
24 Hsig=getfield(F,char(vname(1)));
25 [ysize ,xsize]=size(Hsig)
26 numsteps=length(vname);
27 %get times
28 for ii=1:length(vname)
29     date=vname{ii};
30     %yr(ii)=str2num(date(6:9));
31     %mo(ii)=str2num(date(10:11));
32     %dy(ii)=str2num(date(12:13));
33     hr(ii)=str2num(date(15:16))*3600;
34     mm(ii)=str2num(date(17:18))*60;
35     ss(ii)=str2num(date(19:20));
36 end
37 clear F Hsig
38 %%%%%%%%%%
39
40 nc_swan=netcdf.create(fname,'64BIT-OFFSET');
41 if isempty(nc_swan), return, end
42
43
44 disp(' ## Defining Global Attributes ... ')
45 netcdf.putAtt(nc_swan,netcdf.getConstant('NC_GLOBAL'),'
    history',[ 'Created by swanmat2roms on ' datestr(now) ]);

```

```

46 netcdf.putAtt(nc_swan, netcdf.getConstant('NC_GLOBAL'), 'type
    ', 'roms forcing file of swan data');
47
48
49 disp(' ## Defining Dimensions ... ')
50 xrhodimID = netcdf.defDim(nc_swan, 'xrho', xsize);
51 erhodimID = netcdf.defDim(nc_swan, 'erho', ysize);
52 wtdimID = netcdf.defDim(nc_swan, 'wave_time', numsteps);
53
54
55 disp(' ## Defining Dimensions, Variables, and Attributes ...
    ')
56
57
58 wtID = netcdf.defVar(nc_swan, 'wave_time', 'double', wtdimID);
59 netcdf.putAtt(nc_swan, wtID, 'long_name', 'wave field time');
60 netcdf.putAtt(nc_swan, wtID, 'units', 'seconds');
61 netcdf.putAtt(nc_swan, wtID, 'field', 'wave_time', scalar,
    series');
62
63 if(get_dissip_wcap)
64     ID = netcdf.defVar(nc_swan, 'Dissip_wcap', 'double', [
        xrhodimID erhodimID wtdimID]);
65     netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'long_name', 'Dissip_wcap');
66     netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'units', 'Watts meter-2');
67     netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'coordinates', 'xp yp');
68     netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'field', 'Dissip_break', scalar,
        series');

```

```

69 end
70
71 if (get_dissip_break)
72     ID = netcdf.defVar(nc_swan, 'Dissip_break', 'double', [
           xrhodimID erhodimID wtdimID]);
73     netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'long_name', 'Dissip_break');
74     netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'units', 'Watts meter-2');
75     netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'coordinates', 'xp yp');
76     netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'field', 'Dissip_break, scalar,
           series');
77 end
78
79 if (get_hsig)
80     ID = netcdf.defVar(nc_swan, 'Hwave', 'double', [xrhodimID
           erhodimID wtdimID]);
81     netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'long_name', 'Hwave');
82     netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'units', 'meter');
83     netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'coordinates', 'xp yp');
84     netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'field', 'Hwave, scalar, series')
           ;
85 end
86 if (get_dissip)
87     ID = netcdf.defVar(nc_swan, 'Wave_dissip', 'double', [
           xrhodimID erhodimID wtdimID]);
88     netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'long_name', 'Wave_dissip');
89     netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'units', 'Watts meter-2');
90     netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'coordinates', 'xp yp');
91     netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'field', 'Wave_dissip, scalar,

```

```

        series ');
92 end
93 if (get_rtp)
94     ID = netcdf.defVar(nc_swan, 'Pwave_top', 'double', [
        xrhodimID erhodimID wtdimID]);
95     netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'long_name', 'Pwave_top');
96     netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'units', 'second');
97     netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'coordinates', 'xp yp');
98     netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'field', 'Pwave_top, scalar,
        series ');
99 end
100 if (get_tmbot)
101     ID = netcdf.defVar(nc_swan, 'Pwave_bot', 'double', [
        xrhodimID erhodimID wtdimID]);
102     netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'long_name', 'Pwave_bot');
103     netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'units', 'second');
104     netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'coordinates', 'xp yp');
105     netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'field', 'Pwave_bot, scalar,
        series ');
106 end
107 if (get_ubot)
108     ID = netcdf.defVar(nc_swan, 'Uwave_rms', 'double', [
        xrhodimID erhodimID wtdimID]);
109     netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'long_name', 'Uwave_rms');
110     netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'units', 'meter second-1');
111     netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'coordinates', 'xp yp');
112     netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'field', 'Uwave_rms, scalar,
        series ');

```

```

113 end
114 if (get_wdir)
115     ID = netcdf.defVar(nc_swan, 'Dwave', 'double', [xrhodimID
            erhodimID wtdimID]);
116     netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'long_name', 'Dwave');
117     netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'units', 'degrees');
118     netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'coordinates', 'xp yp');
119     netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'field', 'Dwave, scalar, series')
            ;
120 end
121 if (get_wlen)
122     ID = netcdf.defVar(nc_swan, 'Lwave', 'double', [xrhodimID
            erhodimID wtdimID]);
123     netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'long_name', 'Lwave');
124     netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'units', 'meter');
125     netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'coordinates', 'xp yp');
126     netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'field', 'Lwave, scalar, series')
            ;
127 end
128 if (get_break)
129     ID = netcdf.defVar(nc_swan, 'Wave_break', 'double', [
            xrhodimID erhodimID wtdimID]);
130     netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'long_name', 'Wave_break');
131     netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'units', 'decimal percent');
132     netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'coordinates', 'xp yp');
133     netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'field', 'Wave_break, scalar,
            series');
134 end

```

```

135 if (get_xp)
136     ID = netcdf.defVar(nc_swan, 'xp', 'double', [xrhodimID
           erhodimID]);
137     netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'long_name', 'xp');
138     netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'units', 'meter');
139     netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'coordinates', 'xp yp');
140     netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'field', 'xp, scalar, series');
141     % netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'FillValue_', ncfloat(100000.));
142     % netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'missing_value', ncfloat(100000.)
           );
143 end
144 if (get_yp)
145     ID = netcdf.defVar(nc_swan, 'yp', 'double', [xrhodimID
           erhodimID]);
146     netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'long_name', 'yp');
147     netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'units', 'meter');
148     netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'coordinates', 'xp yp');
149     netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'field', 'yp, scalar, series');
150     % netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'FillValue_', ncfloat(100000.));
151     % netcdf.putAtt(nc_swan, ID, 'missing_value', ncfloat(100000.)
           );
152 end
153 netcdf.close(nc_swan)
154
155 %%%%%%%%%%%
156
157 if (get_dissip_wcap)
158     disp( '    dissip_wcap -> Dissip_wcap ')

```

```

159  F=load(dissip_wcap_file);
160  vname=fieldnames(F);
161  for K=1:length(vname)
162      disp(sprintf('%g/%g Dissip_wcap saved',K,length(
          vname)))
163      Swcap=getfield(F,char(vname(K)));
164      Swcap(find(Swcap == -99)) = 0.0;    %flag
165      Swcap(find(isnan(Swcap)))=0.0;    %land
166      ncwrite(fname,'Dissip_wcap',squeeze(Swcap).',[1 1 K
          ])
167      clear Swcap;
168  end
169  clear F vname K
170 end
171
172 if(get_dissip_break)
173     disp('dissip_break -> Dissip_break')
174     F=load(dissip_break_file);
175     vname=fieldnames(F);
176     for K=1:length(vname)
177         disp(sprintf('%g/%g Dissip_break saved',K,length(
            vname)))
178         Ssurf=getfield(F,char(vname(K)));
179         Ssurf(find(Ssurf == -99)) = 0.0;    %flag
180         Ssurf(find(isnan(Ssurf)))=0.0;    %land
181         ncwrite(fname,'Dissip_break',squeeze(Ssurf).',[1 1 K
            ])
182         clear Ssurf;

```

```

183  end
184  clear F vname K
185  end
186
187  if (get_hsig)
188      disp( '    hsig -> Hwave' )
189      F=load( hsig_file );
190      vname=fieldnames (F);
191      for K=1:length(vname)
192          disp(sprintf( ' %g/%g Hwave saved ',K,length(vname) ))
193          Hsig=getfield (F, char(vname(K) ));
194          Hsig(find(Hsig == -99)) = 0.0;    % flag
195          Hsig(find(isnan(Hsig)))=0.0;    % land
196          ncwrite (fname, 'Hwave', squeeze(Hsig) .', [1 1 K])
197          clear Hsig;
198      end
199      clear F vname K
200  end
201
202  if (get_dissip)
203      disp( '    dissip -> Wave_dissip' )
204      F=load( dissip_file );
205      vname=fieldnames (F);
206      for K=1:length(vname)
207          disp(sprintf( ' %g/%g Dissip saved ',K,length(vname) ))
208          Dissip=getfield (F, char(vname(K) ));
209          Dissip(find(Dissip == -9)) = 0.0;    % flag
210          Dissip(find(isnan(Dissip))) = 0.0;    % land

```

```

211         ncwrite (fname, 'Wave_dissip', squeeze (Dissip) .', [1 1 K
           ])
212         clear Dissip;
213     end
214     clear F vname K
215 end
216
217 if (get_rtp)
218     disp ( '    rtp - > Pwave_top ' )
219     F=load ( rtp_file );
220     vname=fieldnames (F);
221     for K=1:length (vname)
222         disp ( sprintf ( ' %g/%g    ' Pwave_top ' ' saved ' ,K, length (
           vname) ) )
223         Rtp=getfield (F, char (vname (K) ) ) ;
224         Rtp ( find (Rtp == -9) ) = 10.0;      % flag
225         Rtp ( find (isnan (Rtp) ) ) = 0.0;    % land
226         ncwrite (fname, 'Pwave_top', squeeze (Rtp) .', [1 1 K])
227         clear Rtp;
228     end
229     clear F vname K
230 end
231
232 if (get_tmbot)
233     disp ( '    tmbot - > Pwave_bot ' )
234     F=load ( tmbot_file );
235     vname=fieldnames (F);
236     for K=1:length (vname)

```

```

237     disp(sprintf( '%g/%g ' 'Pwave_bottom ' ' saved ' ,K, length
           (vname)))
238     Tmbot=getfield (F, char(vname(K)));
239     Tmbot(find(Tmbot == -9)) = 10.0;      % flag
240     Tmbot(find(isnan(Tmbot))) = 0.0;      % land
241     ncwrite (fname, 'Pwave_bot', squeeze(Tmbot) .', [1 1 K])
242     clear Tmbot;
243     end
244     clear F vname K
245 end
246
247 if (get_ubot)
248     disp( '   ubot -> Uwave_rms ' )
249     F=load(ubot_file);
250     vname=fieldnames (F);
251     for K=1:length(vname)
252         disp(sprintf( '%g/%g ' 'Uwave_rms ' ' saved ' ,K, length(
           vname)))
253         Ubot=getfield (F, char(vname(K)));
254         Ubot(find(Ubot == -10)) = 0.0001;      % flag
255         Ubot(find(isnan(Ubot))) = 0.0;      % land
256         ncwrite (fname, 'Uwave_rms', squeeze(Ubot) .', [1 1 K])
257         clear Ubot;
258     end
259     clear F vname K
260 end
261
262 if (get_wdir)

```

```

263     disp( '    wdir -> Dwave' )
264     F=load( wdir_file );
265     vname=fieldnames (F);
266     for K=1:length(vname)
267         disp( sprintf( '%g/%g ' 'Dwave' ' saved ',K, length(vname)
                ))
268         Wdir=getfield (F, char(vname(K)));
269         Wdir( find(Wdir == -999)) = 0.0;    % flag
270         Wdir( find(isnan(Wdir))) = 0.0;    % land
271         ncwrite (fname, 'Dwave', squeeze(Wdir) .', [1 1 K])
272         clear Wdir;
273     end
274     clear F vname K
275 end
276
277 if(get_wlen)
278     disp( '    wlen -> Lwave' )
279     F=load( wlen_file );
280     vname=fieldnames (F);
281     for K=1:length(vname)
282         disp( sprintf( '%g/%g ' 'Lwave' ' saved ',K, length(vname)
                ))
283         Wlen=getfield (F, char(vname(K)));
284         Wlen( find(Wlen == -9)) = 10.0;    % flag
285         Wlen( find(isnan(Wlen))) = 0.0;    % land
286         ncwrite (fname, 'Lwave', squeeze(Wlen) .', [1 1 K])
287         clear Wlen;
288     end

```

```

289   clear F vname K
290 end
291
292 if (get_break)
293   disp ( '   qb -> Wave break ' )
294   F=load(break_file);
295   vname=fieldnames(F);
296   for K=1:length(vname)
297       disp(sprintf( '%g/%g   'Qb'   saved ',K,length(vname) ))
298       Qb=getfield(F,char(vname(K)));
299       Qb(find(Qb == -9)) = 10.0;   % flag
300       Qb(find(isnan(Qb))) = 0.0;   % land
301       ncwrite(fname, 'Wave_break',squeeze(Qb) .', [1 1 K])
302       clear Qb;
303   end
304   clear F vname K
305 end
306
307 if (get_xp)
308   disp ( '   xp ' )
309   F=load(xp_file ');
310   vname=fieldnames(F);
311   disp(sprintf( '%g/%g   'Xp'   saved ',length(vname) ))
312   Xp=getfield(F,char(vname(1)));
313   ncwrite(fname, 'xp',squeeze(Xp) .')
314   clear Xp
315   clear F vname
316 end

```

```
317
318 if (get_yp)
319     disp ( '    yp ' )
320     F=load (yp_file ' ) ;
321     vname=fieldnames (F) ;
322     disp ( sprintf ( ' %g/ %g    ' Yp ' ' saved ' , length (vname) ) )
323     Yp=getfield (F, char (vname(1) ) ) ;
324     ncwrite (fname , 'yp ' ,squeeze (Yp) . ' )
325     clear Yp
326     clear F vname
327 end
328
329 times= hr+mm+ss ;
330 ncwrite (fname , 'wave_time ' ,times) ;
```

Referencias

- Aagaard, T., Greenwood, B., y Nielsen, J. (1997). Mean currents and sediment transport in a rip channel. *Mar. Geol.*, 140, 25-45.
- Babuška, I. (1957). Über schwarzsche algorithmen in partielle differentialgleichungen der mathematischen physik. *ZAMM*, 37 No. 7/8, 243-245.
- Bennequin, D., Gander, M., Gouarin, L., y Halpern, L. (2016). Optimized schwarz waveform relaxation for advection reaction diffusion equations in two dimensions. *Numerische Mathematik*, 134(3), 513-567.
- Bennequin, D., Gander, M., y Halpern, L. (2009). A homographic best approximation problem with application to optimized schwarz waveform relaxation. *Mathematics of Computation*, 78(265), 185-223.
- Bjørhus, M. (1995). *On domain decomposition, subdomain iteration and waveform relaxation* (Tesis Doctoral no publicada). University of Trondheim, Noruega.
- Black, K., y Andrews, C. (2001). Sandy shoreline response to offshore obstacles: Part 1. salient and tombolo geometry and shape. *J. Coast. Res.*, 29, 83-93.
- Booij, N., Ris, R., y Holthuijsen, L. (1999). A third generation wave model for coastal regions, part i, model description and validation. *Journal of Geophysical Research*, 104 (C4), 7649-7666.
- Bowen, A. (1969). Rip currents, 1: Theoretical investigations. *J. Geophys. Res.*, 74, 5467-5478.
- Bramble, J., Pasciak, J., Wang, J., y XU, J. (1991). Convergence estimates for multigrid algorithms without regularity assumptions. *Math. Comp.* 57, 195, 23-45.
- Brander, R., y Short, A. (2001). Flow kinematics of low-energy rip current systems. *J. Coast. Res.*, 17, 839-849.
- Burden, R., y Faires, J. (2010). *Numerical analysis*. Boston: PWS Pub. Co.
- Cáceres, I., Trung, L., Ettinger, H., Reniers, A., y Uijttewaal, W. (2010). Wave

and flow response to an artificial surfing reef: laboratory measurements. *J. Hydraul. Eng.*, 136, 299-310.

Cailleau, S., Fedorenko, V., Barnier, B., Blayo, E., y Debreu, L. (2008). Comparison of different numerical methods used to handle the open boundary of a regional ocean circulation model of the bay of biscay. *Ocean Modelling*, 25, 1-16.

Caya, A., Laprise, R., y Zwack, P. (1998). Consequences of using the splitting method for implementing physical forcings in a semi-implicit semi-lagrangian model. *Monthly Weather Review*, 126(6), 1707-1713.

Connors, J., y Gannis, B. (2011). Stability of algorithms for a two domain natural convection problem and observed model uncertainty. *Computat Geosci.*, 15(3), 509-527.

Courant, R., Friedrichs, K., y H.Lewy. (1928). Über die partiellen differenzengleichungen der mathematischen physik. *Mathematische Annalen*, 100(1), 32-74.

Courvoisier, Y., y Gander, M. (2013). Time domain maxwell equations solved with schwarz waveform relaxation methods. En *Domain decomposition methods in science and engineering xx*. Springer.

Dalrymple, R., Birkemeier, W., y Eubanks, R. (1977). Wave-induced circulation in shallow basins. *J. Waterw. Port Coast. Ocean Eng.*, 103, 117-135.

Dalrymple, R., MacMahan, J., Reniers, A., y Nelko, V. (2011). Rip currents. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 43(1), 551-581.

Debreu, L., y Blayo, E. (1998). On the schwarz alternating method for oceanic models on parallel computers. *J. Comp. Phys.*, 141, 93-111.

Dickenson, R., Errico, R., Giorgi, F., y G.T.Bates. (1989). A regional climate model for western united states. *Clim. Change*, 15, 383-422.

Dolean, V., Jolivet, P., y Nataf, F. (2015). An introduction to domain decomposition methods: Algorithms, theory, and parallel implementation. En (cap. Chapter

1: Schwarz Methods). SIAM.

Doscher, R., Willen, U., Jones, C., Rutgersson, A., Meier, H., Hansson, U., y Graham, L. (2002). The development of the coupled regional ocean-atmosphere model rca0. *Boreal Environ. Res*, 7, 183-192.

Dryja, M., y Widlund, O. (1987). *An additive variant of the schwarz alternating method for the case of many subregions* (Inf. Téc.). New York: Department of Computer Science, Courant Institute, New York University.

ESMF. (2018). *Earth system modeling framework*. Descargado de <https://www.earthsystemmodeling.org>

Gander, M., L.Harpen, y Nataf, F. (1999). Optimal convergence for overlapping and non-overlapping schwarz waveform relaxation. En *Proceedings of the 11th international conference on domain decomposition methods*. Lai, C.-H., Bjørstad, P., Cross, M. et Widlund.

Gander, M., y Stuart, A. (1998). Space-time continuous analysis of waveform relaxation for the heat equation. *SIAM J. Sci. Comput.*, 19, 2014-2031.

Gander, M., y Zhao, H. (2002). Overlapping schwarz waveform relaxation for the heat equation in n dimensions. *BIT*, 42, 779-795.

Giladi, E., y Keller, H. (2002). Space time domain decomposition for parabolic problems. *Numerische Mathematik*, 93, 279-313.

Giorgi, F., y Bates, G. (1989). The climatological skill of a regional model over complex terrain. *Mon. Wea. Rev.*, 117, 2325-2347.

Gonzalez, F. (1984). A case study of wave-current-bathymetry interactions at the columbia river entrance. *J. Phys. Oceanogr*, 14, 1065-1078.

Haas, K., y Svendsen, I. A. (2002). Laboratory measurements of the vertical structure of rip currents. *J. Geophys. Res.*, 107 C5, 3047.

Haas, K., y Warner, J. (2009). Comparing a quasi-3d to a full 3d nearshore circulation model: SHORECIRC and ROMS. *Ocean Modelling*, 26(1-2), 91-103.

- Haller, M., Dalrymple, R. A., y Svendsen, I. A. (2002). Experimental study of nearshore dynamics on a barred beach with rip channels. *J. Geophys. Res.*, *107 C6*, 3061.
- Holthuijsen, L. (2010). *Waves in oceanic waters*. New York: Cambridge, University Press.
- Horton, G., y Vandewalle, S. (1995). A space-time multigrid method for parabolic partial differential equations. *SIAM J. Sci. Comput.*, *16*, 848-864.
- Huntley, D., Hendry, M., Haines, J., y Greenidge, B. (1988). Waves and rip currents on a caribbean pocket beach, jamaica. *J. Coast. Res*, *4*, 69-79.
- Keyes, D. (2013). Multiphysics simulations: Callenges and opportunities. *International Journal of High Performance Computing Applications*, *27(1)*, 4-83.
- Kommen, G., Hasselmann, S., y Hasselmann, K. (1984). On the existence of a fully developed wind-sea spectrum. *J. Phys. Oceanogr*, *14*, 1271-1285.
- Kumar, N., Voulgaris, G., Warner, J. C., y Olabarrieta, M. (2012). Implementation of the vortex force formalism in the coupled ocean-atmosphere-wave-sediment transport (COAWST) modeling system for inner shelf and surf zone applications. *Ocean Modelling*, *47*, 65-95.
- Lander, J., y Hoskins, B. (1997). Believable scales and parameterizations in a spectral transform model. *Monthly Weather Review*, *125(2)*, 292-303.
- Lane, E., Restrepo, J., y McWilliams, J. (2007). Wave–current interaction: a comparison of radiation-stress and vortex-force representations. *J. Phys.Oceanogr.*, *37*, 1122-1141.
- Larson, J. (2005). The model coupling toolkit: A new fortran90 toolkit for building multiphysics parallel coupled models. *International Journal of High Performance Computing Applications*, *19*, 277-292.
- Lavrenov, I. (1998). The wave energy concentration at the agulhas current off south africa. *Natural Hazards*, *17*, 603-634.
- Lebeaupin-Brossier, C., Ducrocq, V., y H.Giordani. (2009). Effects of the air-

sea coupling time frequency on the ocean response during mediterranean intense events. *Ocean Dyn*, 59, 539-549.

Lelarasme, E., Ruehli, A., y Sangiovanni-Vicentelli, A. (1982). The waveform relaxation method for time domain analysis of large scale integrated circuits. *EEE Transactions On Computer-Aided Design Of Integrated Circuits And Systems*, 1(3), 131-145.

Lemarié, F., Blayo, E., y Debreu, L. (2015). Analysis of ocean-atmosphere coupling algorithms: consistency and stability. *Procedia Computer Science*, 51, 2066-2075.

Lemarié, F., Debreu, L., y Blayo, E. (2013). Toward an optimized global-in-time schwarz algorithm for diffusion equations with discontinuous and spatially variable coefficients, part 2: the variable coefficients case. *Electronic Transactions on Numerical Analysis*, 40, 170-186.

Lemarié, F., Marchesiello, P., Debreu, L., y Blayo, E. (2014, Diciembre). *Sensitivity of ocean-atmosphere coupled models to the coupling method : example of tropical cyclone erica* (Inf. Téc.). Saint Ismier: Research Centre Grenoble-Rhône-Alpes.

Leung, L., Wigmosta, M., Ghan, S., Epstein, D., y Vail, L. (1996). Application of a subgrid orographic precipitation surface hydrology scheme to a mountain watershed. *J. Geophys. Res.*, 101, 12803-12818.

Lindelöf, E. (1894). Sur l'application des méthodes d'approximations successives à l'étude des intégrales réelles des équations différentielles ordinaires. *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées*, 10, 117-128.

Lions, P. (1988a). On the schwarz alternating method I. En *First international symposium on domain decomposition methods for partial differential equations*. SIAM.

Lions, P. (1988b). On the schwarz alternating method III. En *Third international symposium on domain decomposition methods for partial differential equa-*

tions. SIAM.

- Lippmann, T., y Holman, R. A. (1990). The spatial and temporal variability of sand bar morphology. *J. Geophys. Res.*, *95*, 11575-11590.
- Longuet-Higgins, M. (1970). Longshore currents generated by obliquely incident sea waves. *J. Geophys. Res.*, *75(33)*, 6778-6801.
- Longuet-Higgins, M., y Stewart, R. (1964). Radiation stress in water waves: a physical discussion with applications. *Deep-Sea Research*, *11*, 529-563.
- Lynch, A., Chapman, W., Walsh, J., y Weller, G. (1995). Development of a regional climate model of the western arctic. *J. Climate*, *8*, 1555-1570.
- Macmahan, J., Thornton, E., y Reniers, A. (2006). Rip current review. *Coast Eng.*, *53*, 191-208.
- MacMahan, J., Thornton, E., y Reniers, T. S. A. (2005). Ripex—rip currents on a shore-connected shoal beach. *Mar. Geol.*, *218*, 113-134.
- Manabe, S., y Bryan, K. (1969). Climate calculations with a combined ocean-atmosphere model. *Journal of the Atmospheric Sciences*, *26*, 786-789.
- Manabe, S., Bryan, K., y Spelman, M. (1975). A global ocean-atmosphere climate model: Part i the atmospheric circulation. *Journal of Physical Oceanography*, *5*, 3-29.
- Matsokin, A. M., y Nepomnyaschikh, S. (1985). A schwarz alternating method in a subspace. *Soviet Mathematics*, *29 No. 10*, 78-84.
- McWilliams, J., Restrepo, J. M., y Lane, E. M. (2004). An asymptotic theory for interaction of waves and currents in coastal waters. *J. Fluid Mech*, *511*, 135-178.
- Michaud, H., Marsaleix, P., Leredde, Y., Estournel, C., Bourrin, F., Lyard, F., . . . Arduin, F. (2012). Three-dimensional modelling of wave-induced current from the surf zone to the inner shelf. *Ocean Science*, *8(4)*, 657-681.
- Miller, K. (1965). Numerical analogs of the schwarz alternating procedure. *Numer. Math*, *7*, 91-103.

- Mizumura, K. (1979). Littoral currents around breakwaters. *Proc. Coast. Struct.* 79, 2, 778-791.
- Molod, A. (2009). Running gcm physics and dynamics on different grids:algorithm and tests. *Tellus A*, 61(3), 381-393.
- Mori, N., Liu, P., y Yasuda, T. (2002). Analysis of freak wave measurements in the sea of japan. *Ocean Engineering*, 29, 1399-1414.
- Mulligan, R., Hay, A. E., y Bowen, A. J. (2008). Wave-driven circulation in a coastal bay during the landfall of a hurricane. *J. Geophys. Res*, 113, C05026.
- Munk, W. (1949a). The solitary wave theory and application to surf problems. *Ann. N. Y. Acad. Sci.*, 51(3), 376-424.
- Munk, W. (1949b). Surf beats. *Trans. Am. Geophys. Union*, 30, 849-854.
- Özkan Haller, H., y Li, Y. (2003). Effects of wave–current interaction on shear instabilities of longshore currents. *J. Geophys. Res*, 108(C5), 3139.
- Piacentini, A., y The Palm Group. (2003). Palm:a dynamic parallel coupler. *Lecture Notes In Computer Science, High Performance Computing for Computational Science, Vol.2565*, 479-492.
- Picard, E. (1893). Sur l'application des méthodes d'approximations successives à l'étude de certaines équations différentielles ordinaires. *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées*, 9, 217-272.
- Ploshay, J., y Anderson, J. (2002). Large sensitivity to initial conditions in seasonal predictions with a coupled ocean-atmosphere general circulation model. *J. Geophys*, 29, 4.
- Putrevu, U., y Svendsen, I. (1999). Three dimensional dispersion of momentum in wave induced nearshore currents. *Eur. J. Mech. B Fluids*, 18, 409-427.
- Reed, K., y Jablonowski, C. (2012). Idealized tropical cyclone simulations of intermediate complexity: A test case for agcms. *J. Adv. Model. Earth Syst*, 4, M04001.
- Reniers, A., E.B.Thornton, y Roelvink, J. (2004). Morphodynamic modeling of an

- embayed beach under wave-group forcing. *J. Geophys. Res*, 109, C01030.
- Ruessink, B., Miles, J., Feddersen, F., Guza, R., y Elgar, S. (2001). Modeling the alongshore current on barred beaches. *J. Geophys. Res*, 106 (C10), 22,451-22,463.
- Saad, Y. (2003). *Iterative methods for sparse linear systems*. Minnesota: Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Schwarz, H. (1870). *Gesammelte mathematische abhandlungen. vierteljahrsschrift der naturforschenden gessellschaft*. Zurich: republished Springer-Verlag.
- Seo, H., Miller, A., y Roads, J. (2007). The scripps coupled ocean–atmosphere regional (scoar) model, with applications in the eastern pacific sector. *J. Clim.*, 20, 381-402.
- Shchepetkin, A., y McWilliams, J. (2005). The regional oceanic modeling system (roms): a split-explicit, free-surface, topography-following-coordinate oceanic model. *Ocean Modelling*, 9(4), 347-404.
- Shepard, F. (1936). Undertow, rip tide or rip current. *Science*, 84, 181-182.
- Shepard, F., Emery, K., y La-Fond, E. (1941). Rip currents: a process of geological importance. *J. Geol.*, 49, 337-369.
- Shepard, F., y Inman, D. (1950). Nearshore water circulation related to bottom topography and refraction. *Trans. Am. Geophys. Union*, 31, 196-212.
- Short, A. (1999). Handbook of beach and shoreface morphodynamics. En (p. 379). John Willey and Sons.
- Short, A., y Hogan, C. (1994). Rip currents and beach hazards, their impact on public safety and implications for coastal management. *Journal of Coastal Research Special, Special Issue No. 12. COASTAL HAZARDS PERCEPTION, SUSCEPTIBILITY AND MITIGATION*, 197-209.
- Sobolev, S. (1936). L'algorithme de schwarz dans la théorie de l'élasticité. *Comptes rendus doklady de l'académie des sciences de l'URSS*, IV No. XIII 6,

243-246.

- Sonu, C. (1972). Field observations of nearshore circulation and meandering currents. *J. Geophys. Res*, 77, 3232-3247.
- Staniforth, A., Wood, N., y J.Côté. (2002). A simple comparison of four physics dynamics coupling scheme. *Monthly Weather Review*, 130(12), 3129-3135.
- Svendsen, I., y Putrevu, U. (1994). Nearshore mixing and dispersion. *Proc. R. Soc. London, Ser. A* 445, 1-16.
- Tayachi, M., Rousseau, A., Blayo, E., Goutal, N., y Martin, V. (2014). Design and analysis of a schwarz coupling method for a dimensionally heterogeneous problem. *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 75, 446-465.
- Teixeira, J., Reynolds, C., y Judd, K. (2007). Time step sensitivity of nonlinear atmospheric models: Numerical convergence, truncation error growth, and ensemble design. *J. Atmos. Sci.*, 64, 175-189.
- Toselli, A., y Widlund, O. B. (2005). *Domain decomposition methods—algorithms and theory*. Berlin: Springer.
- Uchiyama, Y., McWilliams, J., y Restrepo, J. (2009). Wave–current interaction in nearshore shear instability analyzed with a vortex-force formalism. *J. Geophys. Res*, 114, C06021.
- Uchiyama, Y., McWilliams, J., y Shchepetkin, A. (2010). Wave–current interaction in an oceanic circulation model with a vortex-force formalism: Application to the surf zone. *Ocean Modelling*, 34(1-2), 16-35.
- Valcke, S. (2006). *OASIS3 user guide* (Inf. Téc.). Toulouse, France: CERFACS.
- Wan, H., Rasch, P., M.A.Taylor, y Jablonowski, C. (2015). Short-term time step convergence in a climate model. *Journal of Advances in Modeling Earth Systems*, 71(1), 215-225.
- Warner, J. C., Armstrong, B., He, R., y Zambon, J. B. (2010). Development of a coupled ocean-atmosphere-wave-sediment transport (coawst) modeling system. *Ocean Modelling*, 35, 230-244.

- Wedi, N. (1999). *The numerical coupling of the physical parameterizations to the "dynamical" equations in a forecast model, technical memorandum 274* (Inf. Téc.). Reading, U.K: ECMWF.
- Whitham, G. (1974). *Linear and nonlinear waves*. New York: Wiley.
- Williamson, D. (1999). Convergence of atmospheric simulations with increasing horizontal resolution and fixed forcing scales. *Tellus A*, 51(5), 663-673.
- Williamson, D. (2008). Convergence of aqua-planet simulations with increasing resolution in the community atmospheric model, version 3. *Tellus A*, 60(5), 848-862.
- Wind, H., y Vreugdenhil, C. (1986). Rip-current generation near structures. *J. Fluid Mech.*, 171, 459-476.
- Wright, L., y Short, A. D. (1984). Morphodynamic variability of surf zones and beaches. *Mar. Geol.*, 56, 93-118.
- Yu, J., y Slinn, D. (2003). Effect of wave–current interaction on rip currents. *J. Geophys. Res*, 108(C3), 3088-3106.