

# Análisis elastoplástico de estabilidades estática y pseudoestática de cortinas de enrocamiento

Xiangyue Li-Liu  
Raúl Flores-Berrones

Instituto Mexicano de Tecnología del Agua

*La estabilidad de taludes es un aspecto importante a analizar en el diseño de presas de tierra y enrocamiento. Los datos experimentales han mostrado que las leyes de Mohr-Coulomb que describen el comportamiento de resistencia al corte dejan de ser lineales para enrocamientos, por lo que deben tomarse en cuenta en el análisis. Los métodos tradicionales para el análisis de estabilidad de taludes han mostrado una serie de deficiencias que deben superarse para lograr una mejora en los resultados del estudio. En este trabajo se presenta un análisis elastoplástico, con el cual se determinan factores de seguridad ante cargas estáticas y pseudoestáticas, así como coeficientes sísmicos críticos. Se considera que los materiales siguen los criterios no lineales de Mohr-Coulomb por medio de una función potencial. Los resultados numéricos se comparan con las soluciones analíticas cuando estén disponibles o contra los resultados obtenidos de otros autores. Las cartas de diseño presentadas pueden usarse directamente para el diseño. Se discuten los resultados obtenidos con la perspectiva de sus implicaciones sobre el diseño de las presas de enrocamiento.*

**Palabras clave:** cortina, presa, talud, enrocamiento, suelo, elasto-plasticidad, resistencia al corte, estabilidad.

## Introducción

Las cortinas son estructuras de contención del agua que forman una parte esencial de cualquier proyecto de presas; tienen que diseñarse cumpliendo criterios de seguridad contra inestabilidad estructural, flujos de agua incontrolados, y erosión interna y externa, entre otros factores adversos que pudieran poner en peligro su integridad física o mal funcionamiento. La estabilidad de taludes de las cortinas de tierra y enrocamiento debe evaluarse desde las etapas de estudio preliminar de un proyecto hasta el final de construcción y durante la vida útil de la obra; el análisis debe retroalimentarse por los resultados de monitoreo de desplazamientos y esfuerzos. En las últimas décadas, la ingeniería de presas se ha desarrollado hacia la construcción de presas de enrocamiento. Este tipo de cortina es tal, que el cuerpo principal se constituye predominantemente por materiales de enrocamiento, teniendo como elemento impermeable un núcleo arcilloso delgado en la parte central o cara de concreto aguas arriba. Aunque no

existe un criterio universalmente aceptado, generalmente se consideran enrocamientos aquellos materiales cuyo tamaño máximo de partículas es mayor que 2 mm.

Los materiales de enrocamiento se destacan por su alta permeabilidad, alta resistencia a la erosión interna y alta resistencia al corte, por lo que es la selección preferida ante otros tipos de cortina, siempre y cuando estén disponibles los materiales de construcción. Una de las características más notables de estos materiales es que la ley de resistencia al corte deja de ser lineal, como suele ser en arcillas y arenas. Esta peculiaridad presente en dichos materiales obliga a que se interpreten las pruebas de laboratorio siguiendo criterios no lineales y que los estudios de estabilidad se establezcan con base en envolventes de resistencia no lineales. Por otro lado, cuando las presas se localizan en zonas sísmicas, deben diseñarse para resistir las fuerzas dinámicas previstas del sitio. Aunque las cargas sísmicas son dinámicas, quedan ampliamente aceptados los estudios pseudoestáticos que suponen fuerzas sísmicas como una proporción de las fuerzas de gravedad. Dichos

estudios se pueden emplear en las etapas de diseño preliminar, particularmente cuando los coeficientes sísmicos están bien establecidos para regiones sísmicas en cuestión. En presas de bajo peligro potencial, este tipo de estudios también sirve para diseños definitivos. Los análisis de estabilidad pseudoestática son aún más útiles si se advierte que, a través de ellos, se pueden calcular los llamados coeficientes sísmicos críticos con que se pueden posteriormente determinar, por medio del procedimiento de doble integración temporal de Newmark, deformaciones permanentes de los taludes.

En la literatura se han reportado algunos estudios sobre la estabilidad estática de los taludes formados por enrocamientos, tomando en cuenta los criterios no lineales de resistencia al corte. Sin embargo, estos estudios han sido desarrollados con base en los métodos tradicionales para el análisis de estabilidad, los cuales pueden presentar problemas numéricos bajo ciertas condiciones. Además, las fuerzas sísmicas no han sido tomadas en cuenta en estos estudios. Para contar con herramientas confiables de diseño, es necesario recurrir a nuevos métodos de análisis y generar resultados que sean de fácil uso en la práctica.

En este trabajo se estudia la estabilidad de taludes por medio de un análisis elastoplástico. Los taludes de las cortinas de enrocamiento son uniformes y cimentados sobre terreno firme. Se considera que los materiales siguen los criterios no lineales de Mohr-Coulomb y los efectos de agua están ausentes. Aunque el enfoque del presente trabajo es de cortinas de enrocamiento, el procedimiento de análisis desarrollado, así como los resultados obtenidos, también sirven para evaluar la estabilidad de taludes formados por otros tipos de materiales, desde aquellos puramente friccionantes con criterios lineal y no lineal, hasta materiales cohesivos y rocosos con resistencia a la tensión. Las cargas sísmicas son tomadas en cuenta bajo la hipótesis pseudoestática. Los resultados numéricos se comparan con las soluciones analíticas cuando estén disponibles o contra resultados obtenidos de otros autores. Las cartas de diseño presentados pueden usarse directamente para el diseño. Se discuten los resultados conseguidos con la perspectiva de sus implicaciones sobre el diseño de las presas de enrocamiento.

### **Métodos de análisis de estabilidad de taludes**

La evaluación de la estabilidad de taludes puede llevarse a cabo siguiendo una de las siguientes cuatro metodologías: método de equilibrio límite, método de líneas de deslizamiento, análisis límite y el modelado elastoplástico. Los métodos de equilibrio límite son

los primeros desarrollos para efectuar el análisis de estabilidad, los cuales han ganado una gran aceptación en la práctica de diseño (ver, por ejemplo, Abramson *et al.*, 1996). Los métodos de dovela son los métodos de equilibrio límite más usados, en los que una masa deslizante, con una superficie deslizante previamente supuesta, se divide en una serie de dovelas verticales. En cada dovela se establece el equilibrio de fuerzas como un cuerpo libre, suponiendo la dirección de las fuerzas que interactúan entre las dovelas. Las superficies de falla que se suponen pueden ser circulares, espirales o de geometría irregular. En el análisis, después de examinar un gran número de superficies de falla, se puede encontrar una que es la más crítica, definiendo consecuentemente el factor de seguridad para esa condición. Dependiendo de las hipótesis hechas sobre la distribución de las fuerzas actuantes entre las dovelas, se han desarrollado varios procedimientos de análisis tales como Fellenius, Bishop, Sarma, Morgenstern y Price, y Spencer, entre otros (Abramson *et al.*, 1996). Aunque los métodos de equilibrio límite son ampliamente usados en la práctica, sus limitaciones son bien conocidas. En el estricto sentido de la mecánica de sólidos, ningún método de equilibrio límite se puede considerar como riguroso; no se toman en cuenta las relaciones de esfuerzo-deformación de los materiales, no se garantiza necesariamente que las condiciones para los campos de esfuerzo sean estáticamente admisibles o los mecanismos de falla sean cinemáticamente admisibles.

Por otro lado, los métodos de análisis límite que han sido empleados por varios autores (ver, por ejemplo, Sloan, 1988) están basados en el principio de trabajos virtuales, suponiendo que el suelo tenga un comportamiento perfectamente plástico con una regla de flujo asociada. Es posible, por lo tanto, contar con las soluciones de cota superior estrictas, en las cuales se determinan los factores de seguridad. En estos métodos, el campo de esfuerzos, asociado con la solución, se encuentra en equilibrio con las cargas impuestas a lo largo de las fronteras de la masa de suelo y el campo de velocidades es también compatible con las velocidades impuestas. Trabajos recientes (ver Erickson y Drescher, 2002) han extendido el análisis a los suelos que obedecen las reglas de flujo no asociadas. El análisis límite puede aportar soluciones analíticas para problemas sencillos o puede ser numéricamente implementado para taludes de geometría compleja. Como una alternativa a los métodos de equilibrio límite y de análisis límite, la tercera y última metodología, modelado elastoplástico, ha mostrado recientemente su utilidad en el estudio de estabilidad de taludes.

Los análisis elastoplásticos se realizan generalmente en el contexto del método de elemento finito, los cuales por lo general tienen como objetivo determinar esfuerzos, deformaciones y, particularmente, desplazamientos en un medio continuo bajo las cargas impuestas. Si tales análisis son empleados para el estudio de estabilidad de taludes, su enfoque es determinar las cargas de colapso de las que se pueden calcular los factores de seguridad. Dichos factores dependen de las características mecánicas y geométricas de los taludes, así como de las cargas gravitacionales (Griffiths y Lane, 1999). Son tres los aspectos que deben considerarse en este tipo de análisis: modelo de los materiales, procedimiento de solución y criterios para encontrar los factores de seguridad. Los análisis de este tipo han sido reportados en la literatura bajo el nombre de factor de reducción que poco a poco ha ganado popularidad por su versatilidad en tratar taludes con inclinación irregular, suelos no homogéneos, patrón de aguas subterráneas complejo y cargas externas variadas. La más notable ventaja del análisis elastoplástico, sobre los tradicionales métodos de análisis, radica en que no es necesario suponer mecanismos de falla a priori, por lo que su uso puede extenderse a masas de suelo altamente heterogéneas, inclusive hasta con propiedades aleatoriamente distribuidas (Griffiths y Fenton, 2004).

### Procedimiento del análisis elastoplástico

En el análisis elastoplástico se considera que los materiales tienen comportamientos no lineales, tales como plasticidad, *creep*, agrietamientos o daños difusos, por lo que las ecuaciones diferenciales asociadas tienen que resolverse por medio de algoritmos iterativos. Uno de los primeros desarrollos de este tipo es el algoritmo viscoplastico, que fue implementado precisamente para resolver problemas de plasticidad (Zienkiewicz y Corneau, 1974). El algoritmo es particularmente útil para calcular las cargas de colapso que son de interés primordial para los problemas geotécnicos, tales como capacidades de carga de cimentaciones, empujes de tierra en muros y estabilidad de taludes. Aunque originalmente concebido para describir los comportamientos viscosos de los materiales que dependen de la escala de tiempo, el uso del algoritmo fue extendido para calcular los comportamientos elastoplásticos que no dependen del tiempo. En el algoritmo se supone que los componentes de deformación están compuestos por la parte elástica y la elastoplástica. Para cada etapa de carga se estima la respuesta elástica inicial de acuerdo con el nivel de la carga impuesta. Si los esfuerzos elásticos exceden la superficie de fluencia, las deformaciones viscoplasticas

comienzan a ocurrir. Después de iteraciones, es factible alcanzar a determinar una deformación estacionaria en la que se obtiene un estado de esfuerzo que el material realmente puede experimentar. Con la solución plástica así obtenida se finaliza entonces el análisis. La estabilidad numérica se controla por intervalos de tiempo. La implementación computacional del algoritmo es fácil y su uso es económico, ya que no se requiere actualizar las matrices de rigidez elásticas una vez que están formadas. Sin embargo, se han mostrado limitaciones para su uso empleando relaciones constitutivas más complejas. A pesar de ello, Potts (2003) indica que el algoritmo viscoplastico funciona bien para modelos elastoplásticos sencillos como Tresca y Mohr-Coulomb (MC). Los detalles del algoritmo han sido descritos por otros autores (Zienkiewicz y Corneau, 1974; Potts, 2003), por lo que aquí sólo se puntualizan algunos aspectos importantes que están relacionados con los alcances de este trabajo.

Considérese la superficie de fluencia MC  $f$  expresada como:

$$f = q - p \sin \phi - c \cos \phi \quad (1)$$

donde  $p = -(\sigma_1 + \sigma_3)/2$  y  $q = (\sigma_1 - \sigma_3)/2$ ,  $\sigma_1 + \sigma_3$  son los esfuerzos mayor y menor, respectivamente, siendo  $\sigma_1 > \sigma_3$ . Hay que recordar que los esfuerzos de tensión son positivos, de manera tal que  $q$  es siempre positivo y  $p$  es positivo cuando se encuentra en compresión. En este trabajo, todos los esfuerzos se consideran efectivos, por lo que el efecto de presión de poro no está incluido y los materiales son secos o saturados con drenaje total;  $\phi$  y  $c$  son el ángulo de fricción interna y la cohesión, respectivamente. Para materiales perfectamente elastoplásticos sin efectos de endurecimiento, en que la función de fluencia es del tipo MC, Corneau (1975) han derivado los intervalos de tiempo necesarios para garantizar la estabilidad numérica del algoritmo, cuyo valor se estima como  $\Delta t = 4(1+\nu)(1-2\nu)/E/(1-2\nu + \sin^2 \phi)$ , donde  $E$  y  $\nu$  son módulos de elasticidad y relación de Poisson, respectivamente. Para cualquier material, los valores físicamente válidos del ángulo de fricción interna varían entre 0 y  $\pi/2$ , por lo que los intervalos de tiempo válidos para todo el rango de  $\phi$  está dado por  $\Delta t = 2(1+\nu)(1-2\nu)/E/(1-\nu)$ . Nótese que en el algoritmo, la referencia al tiempo es solamente un artificio numérico.

Como el criterio de resistencia al corte considerado en este trabajo es no lineal, es más conveniente expresar la superficie de fluencia en términos de la resistencia al corte en el plano de falla  $\tau$ , por lo que la ecuación (1) se sustituye por la siguiente función:

$$f = q - \tau \sec \phi \quad (2)$$

La expresión explícita de  $\tau$  se detalla más adelante. A fin de buscar los factores de seguridad mínimos, es necesario factorizar la función de fluencia. Para ello se introduce el factor de seguridad  $F$  mediante la función de fluencia factorizada  $f_F$ :

$$f_F = q - \tau_F \sec \phi_F \quad (3)$$

donde el ángulo de fricción factorizado  $\phi_F$  y la resistencia al esfuerzo cortante factorizada  $\tau_F$  se definen como  $\tan \phi_F = \tan \phi / F$  y  $\tau_F = \tau / F$ , respectivamente. La solución por medio del algoritmo viscoplastico se lleva a cabo considerando la función de fluencia factorizada por diferentes valores de factor de seguridad. Las cargas de gravedad se aplican en un solo incremento. Se definen previamente el límite de convergencia y el máximo número de iteraciones. La solución para cada factor de seguridad se obtiene cuando la convergencia se alcanza dentro del máximo número de iteraciones. Para pequeños valores de factor de seguridad, la solución converge rápidamente con pocas iteraciones. Conforme se incrementa el factor de seguridad, la solución requiere un mayor número de iteraciones para alcanzar la convergencia. El factor de seguridad se puede incrementar hasta cierto valor en que la solución ya no alcanza su convergencia dentro del máximo número de iteraciones permitido. Este último valor de factor de seguridad es el valor final que se busca. Tal proceso también se conoce por el nombre de factor de reducción, ya que el factor de seguridad funge como un factor que reduce los parámetros de resistencia al corte. Este procedimiento ha sido aplicado principalmente para suelos cohesivos. Para suelos puramente friccionantes (Yu *et al.*, 2005), se ha mostrado su eficiencia considerando el criterio MC lineal y la regla de flujo asociada. El presente trabajo tiene por objeto presentar soluciones para criterios de resistencia no lineales.

En los análisis elastoplásticos, uno de los aspectos importantes que se tiene que abordar es la asociatividad de las reglas de flujo plástico. El comportamiento de los materiales no solamente está caracterizado por la función de fluencia (ecuación 1), sino también por el potencial plástico  $g$  que se expresa en una forma similar a la de la ecuación (1), reemplazando el ángulo de fricción  $\phi$  por el ángulo de dilatancia  $\psi$ ;  $g = \rho \sin \psi - q$ . Se puede decir que mientras la función de fluencia determina el campo de esfuerzos, el potencial plástico es responsable del patrón de deformaciones. La regla de flujo es asociada cuando  $\psi = \phi$  y es no asociada cuando ambos ángulos cumplen otras relaciones. Si se desarrolla un modelo de material refinado en combinación de la realización de un programa experimental laborioso, es posible definir el

potencial  $g$  específico y, por consiguiente, el ángulo de dilatancia,  $\psi$ ; sin embargo, esta práctica no es común en diseños de presas. Generalmente, el ángulo de dilatancia se define tomando como referencia el ángulo de fricción. Por ejemplo, los efectos de asociatividad en problemas de capacidad de carga se puede estudiar para diferentes condiciones de asociatividad, tales como  $\psi = 0$ ,  $\phi/2$  o  $\phi$  (Erickson y Drescher, 2002). Para el problema de análisis de estabilidad de taludes que nos ocupa es interesante observar en la ecuación (3) que en este tipo de análisis es el ángulo de fricción interna factorizado y no el ángulo de fricción original el que está explícitamente involucrado en la solución; esto es, este último parámetro ya no es un parámetro controlador independiente en la solución. Para visualizar mejor este aspecto, es conveniente recordar que el factor de seguridad de un talud infinito, de material puramente friccionante, está dado por la siguiente expresión (Li, 2001):

$$\frac{F}{\tan \phi} = \frac{\cot \beta - k}{k \cot \beta + 1} \quad (4)$$

donde  $k$  es el coeficiente sísmico y  $\beta$  es el ángulo formado por la cara del talud y la línea horizontal. Se supone que la fuerza sísmica sea proporcional al peso del material por el factor  $k$ ; un valor positivo del coeficiente  $k$  indica una fuerza sísmica actuante en la dirección horizontal desde el interior del talud hacia su cara. De nuevo, el ángulo de fricción interna factorizado ( $\phi_F$ ) está explícitamente incluido en esta solución analítica, en lugar del ángulo de fricción. El hecho de que las soluciones analítica y numérica incluyen el factor  $F/\tan \phi$  como una variable independiente del sistema, sugiere que el ángulo de fricción interna factorizado, en lugar del ángulo de fricción, es el que se debe tomar como referencia para establecer las condiciones de asociatividad en el análisis de estabilidad de taludes. De esta manera, la condición estrictamente asociada  $\psi = \phi$  nunca se puede emplear y las condiciones no asociadas, tales como  $\psi = \phi_F$  o  $\psi = 0$ , son las que se deben aplicar. Cuando se usa el criterio MC no lineal, es más difícil todavía aplicar la condición  $\psi = \phi$ , porque el ángulo de fricción no es constante, sino varía dependiendo del nivel de esfuerzos. Los efectos de la no asociatividad en el análisis elastoplástico se mostrarán más adelante.

### Criterio de Mohr-Coulomb no lineal

Una de las primeras expresiones para incluir la no linealidad en la envolvente MC fue propuesta por Duncan y Chang (1970). Se empleó una expresión semi

logarítmica para relacionar el nivel de esfuerzo medio y el ángulo de fricción interna, siendo estimado este último directamente a partir de los datos de ensayos triaxiales. Esta expresión es ampliamente usada en los análisis elásticos no lineales de las presas, junto con las relaciones hiperbólicas de esfuerzo-deformación de Duncan-Chang. Sin embargo, esta expresión es matemáticamente incorrecta para niveles de esfuerzos muy bajos, donde el valor de fricción interna no está acotado por un valor finito. Hoek y Brown (1980) propusieron un criterio de falla no lineal para rocas, relacionando los esfuerzos principales. La relación ha sido modificada de manera que se expresa, en términos de los esfuerzos en el plano de falla, mediante una función potencial (Collins *et al.*, 1988). Sin embargo, esta relación no es válida cuando la resistencia a la tensión es nula, por lo que su uso está limitado a materiales rocosos. A partir de 1965, Marsal (1973) había realizado pruebas triaxiales con materiales de enrocamiento, encontrando las envolventes MC no lineales. Con base en estos y otros resultados experimentales, Mello (1977) sugirió otra relación del tipo potencial que puede darse de la siguiente forma adimensional (Jiang *et al.*, 2003; Baker, 2004):

$$\tau = AP_a \left( \frac{\sigma}{P_a} + T \right)^n \quad (5)$$

donde  $\sigma$  es el esfuerzo normal en los planos de falla; el esfuerzo  $\sigma$  a compresión es positivo;  $P_a$  es la presión atmosférica;  $T$  es un parámetro adimensional que expresa la fracción de la resistencia a la tensión con respecto a la presión atmosférica;  $A$  y  $n$  son parámetros de material que son adimensionales y no negativos, y que se pueden determinar usando los datos obtenidos de las pruebas triaxiales o de corte directo. El parámetro  $n$  está acotado por 1 y 0.5; cuando  $n=1$ , se recupera la envolvente lineal. El valor de  $n$  no puede ser menor que 0.5, porque para la condición  $n < 0.5$ , el radio de la curvatura de  $\tau$  es menor que el radio del círculo tangente de Mohr (Jiang *et al.*, 2003). La ecuación (5) es la que se usa en este trabajo, porque es una expresión general válida no solamente para enrocamientos sino también para otros materiales geológicos (Baker, 2004). Charles y Watts (1980) recopilaron varias fuentes de datos experimentales y dedujeron los rangos de los parámetros de resistencia no lineales. Como la expresión que usaron estos autores no estaba en forma normalizada, los parámetros que obtuvieron tienen que pasar por un proceso de transformación para convertirse en los parámetros  $A$  y  $n$  expresados en la ecuación (5). En esta

última referencia se puede notar que el parámetro  $A$  de los enrocamientos varía entre 0.75 y 2.0, y  $n$  entre 0.65 y 0.90.

La ecuación (5) se puede introducir en la ecuación (2), sólo que el ángulo de fricción expresado en esta última ecuación debe sustituirse por el valor tangente de dicho ángulo. El valor tangente del ángulo de fricción se puede calcular como:

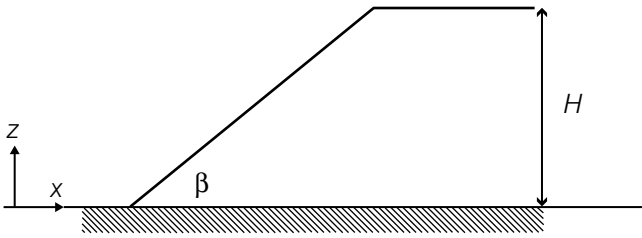
$$\tan \phi_t = \frac{\partial \tau}{\partial \sigma} = An \left( \frac{\sigma}{P_a} + T \right)^{n-1} \quad (6)$$

Siguiendo la misma filosofía de introducir el factor de seguridad para la función de fluencia lineal, se define el valor factorizado de la tangente del ángulo de fricción como  $\tan \phi_{tF} = \tan \phi_t / F$  y la función de fluencia factorizada finalmente se queda en la forma  $f_F = q - \tau_F \sec \phi_{tF}$ . En la ecuación (5) se observa que la dependencia del nivel de esfuerzo se refleja en el esfuerzo normal  $\sigma$  que está definido en el plano de falla. Sin embargo, los análisis elastoplásticos se llevan a cabo usando el esfuerzo normal  $p$ . Se requiere, por lo tanto, una relación por la que se puede estimar el esfuerzo  $\sigma$  a partir de  $p$ . Esta relación está dada por  $p - \sigma = \tau_F \tan \phi_{tF}$ , la cual es derivada con base en la relación entre el círculo tangente de Mohr y la envolvente MC. Esta ecuación es no lineal, por lo que su solución se logra por medio del procedimiento de Newton-Raphson, suponiendo un valor inicial de  $\sigma = p$ . Solamente se requieren unas pocas iteraciones para lograr conseguir la solución convergente. Una vez obtenido el valor de  $\sigma$ , se estiman el valor tangente del ángulo de fricción interna factorizado y la resistencia factorizada, y finalmente se determina la función de fluencia factorizada. Si dicha función es mayor que cero, ocurren deformaciones plásticas y el potencial plástico se calcula con la condición de no asociatividad  $\psi = \phi_{tF}$ .

### Resultados considerando el criterio Mohr-Coulomb lineal

A fin de ilustrar el uso del análisis elastoplástico para evaluar la estabilidad de taludes, considérese un talud uniforme cimentado sobre una base horizontal rígida. El talud tiene un ángulo  $\beta$  con respecto a la línea horizontal (ilustración 1). Aunque idealizado, este modelo de talud uniforme se puede utilizar directamente en la evaluación de estabilidad de cortinas de enrocamiento con cara de concreto o con núcleo delgado. El análisis se lleva a cabo usando elementos cuadriláteros para la condición de deformación plana. El cuerpo del talud está acotado por una frontera lejana vertical. Si  $H$  es la altura del talud,

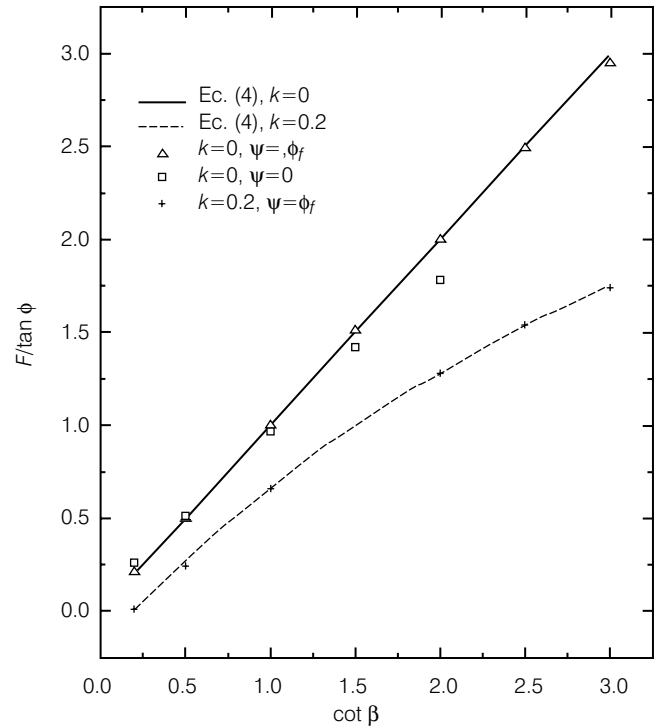
Ilustración 1. Cortina de enrocamiento analizada.



la cresta del talud tiene un ancho de  $5H$  y la base del talud está dada por  $5H + H \cot \beta$ . Una malla de  $20 \times 10$  consiste en doscientos elementos cuadrilaterales con ocho nudos y cuatro puntos Gaussianos. Cabe mencionar que, rigurosamente hablando, la geometría considerada en este trabajo corresponde a un talud más que a una cortina, ya que las cortinas tienen un ancho bastante reducido con respecto a su altura. Sin embargo, los estudios han mostrado que el ancho de la corona tiene poca influencia sobre la estabilidad de los taludes. Además, un modelo con corona extendida arroja resultados más conservadores que el modelo con corona reducida. Es por ello que en la literatura es ampliamente adoptado el primer modelo para estimar, de manera preliminar, la estabilidad de las cortinas. En estudios más detallados se puede mejorar la precisión de los resultados con las medidas reales de la corona. La consideración de una corona con un ancho que es cinco veces su altura, tal como se especifica en el presente estudio, trata de asegurar que las fronteras artificialmente impuestas en el método de elemento finito no distorsionen el cálculo de los factores de seguridad.

En la ilustración 2 se muestra la variación del número de estabilidad definido como  $F/\tan \phi$  con diferentes valores de  $\cot \beta$ . Se analiza primero el caso sin cargas sísmicas. Se presentan, junto con la solución analítica (ecuación 4), los resultados numéricos para dos condiciones de no asociatividad  $\psi = \phi_f$  y  $\psi = 0$ . Se llevaron a cabo varias pruebas numéricas para establecer las combinaciones apropiadas del límite de tolerancia y el número máximo de iteraciones. Se puede alcanzar una solución numérica más cercana a la analítica si se ocupa la combinación de  $10^{-5}$  y 5 000 para el límite de tolerancia y máximo número de iteraciones, respectivamente. La condición  $\psi = \phi_f$  muestra su capacidad de proporcionar la precisión numérica necesaria para todos los rangos de inclinación del talud desde  $\cot \beta = 0.2$  a 3. Si se aplica la condición  $\psi = 0$ , el factor  $F/\tan \phi$  calculado puede ser mayor o menor que aquellos logrados a partir de la condición  $\psi = \phi_f$ . Para los taludes  $\cot \beta = 0.2$  y 0.5, el número de estabilidad correspondiente a la condición

Ilustración 2. Factores de seguridad considerando criterios Mohr-Coulomb lineal.



$\psi = 0$  es mayor que aquel calculado para la condición  $\psi = \phi_f$ . Para los taludes más tendidos con valores mayores de  $\cot \beta$ , la tendencia es inversa: los factores calculados, suponiendo  $\psi = 0$ , son siempre menores. A pesar de las diferencias que existen entre las soluciones conseguidas por considerar las dos condiciones de no asociatividad, se han obtenido resultados aceptables para ambas soluciones en taludes con  $\cot \beta = 0.2, 0.5$  y 1. Para mayores valores de  $\cot \beta$ , la divergencia entre ambas soluciones es tan grande que ya no puede ser aceptable. Cuando el valor de  $\cot \beta$  es mayor que 2.5, las soluciones numéricas con la condición  $\psi = 0$  no se pueden lograr. En este caso, los valores no racionales de  $F/\tan \phi$  se obtienen dentro de los valores establecidos del límite de tolerancia y el máximo número de iteraciones. El aumentar el máximo número de iteraciones o disminuir el límite de tolerancia no conduce a cambios en la tendencia arriba mencionada. Situaciones de este tipo, que se refieren como no solución numérica, se hallan en otras circunstancias, como se hará referencia más adelante.

En la ilustración 2 también se muestran las soluciones analíticas y numéricas cuando los efectos sísmicos están incluidos, considerando un coeficiente sísmico de  $k = 0.2$ . Solamente se muestran los resultados

numéricos para la condición  $\psi = \phi_f$ , y se observa una buena concordancia entre los resultados numéricos y aquellos calculados usando la ecuación (4). Con base en estos resultados se concluye que mientras que la condición no asociada  $\psi = \phi_f$  puede aplicarse con confiabilidad para analizar los problemas de estabilidad de taludes puramente friccionantes, la condición  $\psi = 0$  debe descartarse para tal finalidad. Erickson y Drescher (2002) usaron el método elastoplástico para determinar la capacidad de carga de las cimentaciones. Sus resultados, calculados para la condición  $\psi = 0$ , no son favorables, en comparación con las soluciones basadas en los métodos de características. Esta conclusión es similar a la que se llega a tener en el presente trabajo.

Como se comentó anteriormente, el análisis de estabilidad pseudoestática es particularmente útil cuando se desean estimar deformaciones permanentes de acuerdo con el procedimiento de Newmark (1965), a partir de los coeficientes sísmicos críticos. Estos coeficientes se pueden determinar de manera similar al cálculo de los coeficientes sísmicos, solamente que ahora el proceso consiste en modificar el coeficiente sísmico para que el factor de seguridad llegue a igualar a uno. La ilustración 3 muestra los coeficientes sísmicos críticos  $k_y$  para dos valores de  $\phi$ , 40 y 50°, suponiendo la condición asociada  $\psi = \phi = \phi_f$ ; esta igualdad surge porque en este caso el factor de seguridad es igual a uno. La solución analítica para el coeficiente sísmico crítico, en un talud infinito, se puede obtener a partir de la ecuación (4), imponiendo  $F = 1$ :

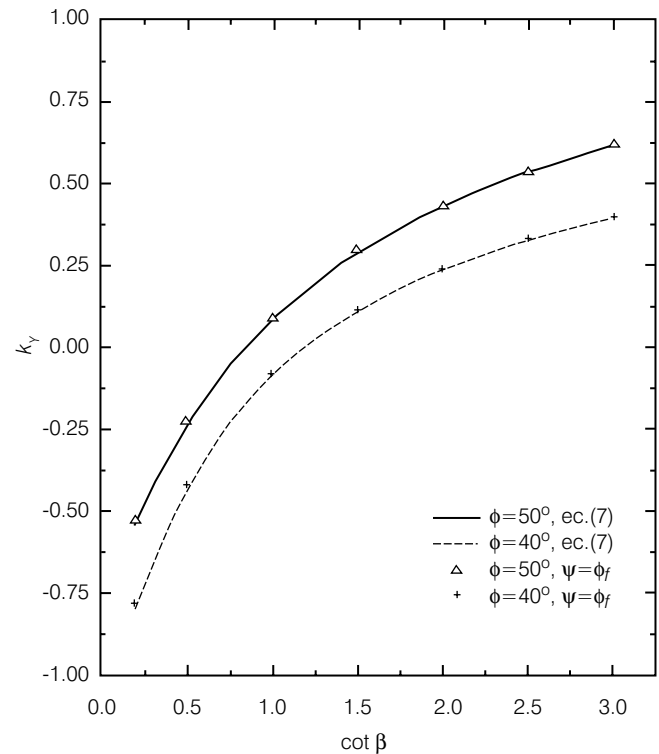
$$k_y = \tan(\phi - \beta) \quad (7)$$

Para los casos estudiados, las soluciones analítica y numérica proveen resultados cercanos. Los valores de  $k_y$  pueden ser positivos o negativos. Cuando son positivos, las cargas sísmicas actúan hacia la cara del talud y cuando son negativos, la carga se activa hacia el cuerpo del talud. Para ambos signos, la solución numérica arroja buenos resultados. Sin embargo, se puede observar que la solución numérica ya no converge en taludes muy tendidos, en los que además el ángulo de fricción del material es demasiado pequeño.

### Resultados considerando el criterio de Mohr-Coulomb no lineal

En un talud uniforme, los resultados del análisis, usando el criterio MC no lineal, deben presentarse de una manera normalizada. Considérese el peso volumétrico del material  $\gamma$  y la altura del talud  $H$ ; el valor tangente

Ilustración 3. Coeficientes sísmicos críticos considerando criterios Mohr-Coulomb lineales.



del ángulo de fricción interna  $\phi_{TF}$  se puede escribir, de la ecuación (6), como:

$$\tan \phi_{TF} = \frac{n}{\Omega} \left( \frac{\sigma}{\gamma H} + \frac{TP_a}{\gamma H} \right)^{n-1} \quad (8)$$

donde  $\Omega$  es el número de estabilidad adimensional definido como:

$$\Omega = \frac{F}{A} \left( \frac{\gamma H}{P_a} \right)^{1-n} \quad (9)$$

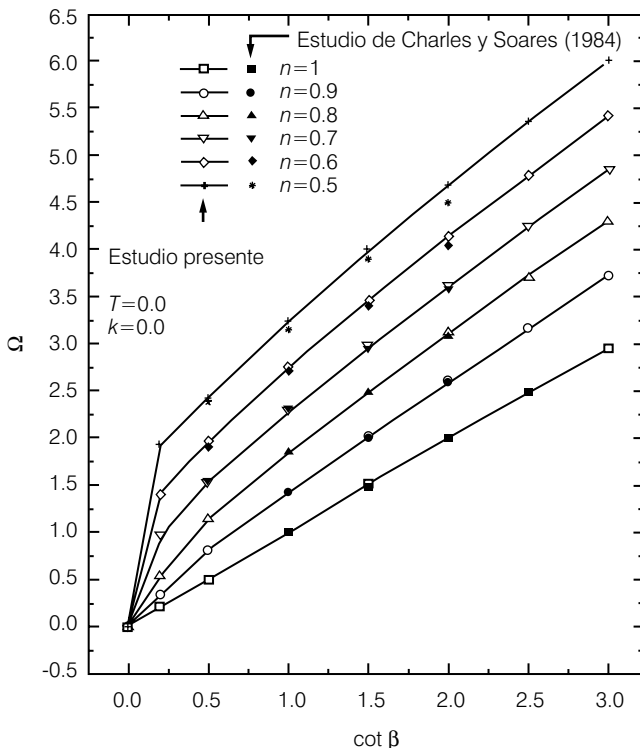
La ecuación (8) también sugiere que la solución debe efectuarse de preferencia en un espacio de esfuerzo normalizado, en el que todos los esfuerzos se normalizan con respecto a  $\gamma H$ . El número de estabilidad  $\Omega$  se transforma a  $F/\tan \phi$  cuando la envolvente MC es lineal. Para los casos no lineales, los efectos de la altura de la cortina y la densidad de masa del material están absorbidos en el número  $\Omega$ , cuyo valor depende solamente de la inclinación del talud ( $\cot \beta$ ), el parámetro  $n$  y el factor de la resistencia a la tensión  $TP_a/\gamma H$ .

En la ilustración 4 se muestra el número  $\Omega$  como una función de  $\cot \beta$  para diferentes valores de  $n$ : 1, 0.9, 0.8, 0.7, 0.6 y 0.5. No se consideró en el estudio la resistencia a la tensión, por lo que estos resultados son comparables a aquellos obtenidos por Charles y Soares (1984). Considerando que la condición  $\psi = \phi_F$  genera buenos resultados para el criterio MC lineal, la condición  $\psi = \phi_{FF}$  es la que se usó para el caso no lineal. Se presentan solamente los resultados para la carga estática ( $k=0$ ) en esta ilustración. Los valores de  $\Omega$  se incrementan conforme el parámetro  $n$  decrece. Las curvas para la carga estática muestran una tendencia similar a la que se reportó por Charles y Soares (1984). Estos autores usaron el método de equilibrio límite para analizar los taludes con el criterio MC no lineal, empleando tres procedimientos: arco circular de Fellenius, arco circular de Bishop y planos de falla pasando por el pie del talud. Generalmente, los valores de  $\Omega$  calculados por estos autores alcanzan los mínimos valores cuando se usa el método de Fellenius y máximos cuando se aplica la hipótesis de fallas planas. El método de Bishop no aporta resultados racionales para el rango de inclinación  $0 \leq \cot \beta \leq 0.5$ . Esto se debe a que el método adopta un procedimiento iterativo para estimar

los esfuerzos normales, el cual no necesariamente resulta convergente. Este procedimiento pierde su condición numérica apropiada para taludes empinados y superficies de falla superficiales. Dicho método aporta valores de  $\Omega$  7% mayores que aquellos obtenidos por el procedimiento de Fellenius. Los resultados obtenidos en el presente trabajo son cercanos a los obtenidos por el método de Bishop para taludes con  $\cot \beta > 0.5$ . Para el talud de  $\cot \beta = 2$ , los valores calculados de  $\Omega$  en este trabajo son 2.60, 3.11, 3.62, 4.14 y 4.69 para  $n = 0.9, 0.8, 0.7, 0.6$  y  $0.5$ , respectivamente. Estos valores son 1 a 5% mayores que aquellos obtenidos por el método de Bishop, 2.60, 3.08, 3.58, 4.05 y 4.50, los cuales pudieron inferirse de las gráficas de Charles y Soares (1984). Para el talud de  $\cot \beta = 0.5$ , los valores calculados en este trabajo son 1.53, 1.97 y 2.43 para  $n = 0.7, 0.6$  y  $0.5$ , respectivamente, y son comparables a aquellos obtenidos por el método de Bishop: 1.55, 1.92 y 2.39. En la ilustración 3 se presentan estos resultados obtenidos por Charles y Soares (1984). Para taludes más inclinados con  $\cot \beta < 0.5$ , el presente estudio puede generar resultados que el método de Bishop es incapaz de producir. En el cuadro 1 se presentan los valores del número  $\Omega$  para taludes casi verticales. El efecto no lineal de la resistencia es de cierta manera equivalente a la aportación de la cohesión que es capaz de sostener cortes verticales. Sin embargo, tal efecto no puede ser captado por los métodos de análisis tradicionales, de allí las bondades del análisis elastoplástico. También se puede observar que los factores calculados  $\Omega$  para diferentes valores de  $n$  convergen a cero si las cargas sísmicas no están consideradas. Esta tendencia no se puede predecir por el método de Bishop.

La ilustración 5 muestra la variación de  $\Omega$  con respecto a  $\cot \beta$  para un coeficiente sísmico igual a 0.2. Los valores de  $\Omega$  decrecen considerablemente con la presencia de las cargas sísmicas. Estos resultados no han sido reportados por otros autores con anterioridad. Las curvas en la ilustración 3 también indican un punto de convergencia para  $\Omega = 0$  cuando  $\cot \beta = k$ . La ilustración

**Ilustración 4. Números de estabilidad  $\Omega$  considerando criterios Mohr-Coulomb no lineales y cargas estáticas sin tomar en cuenta la resistencia a la tensión.**

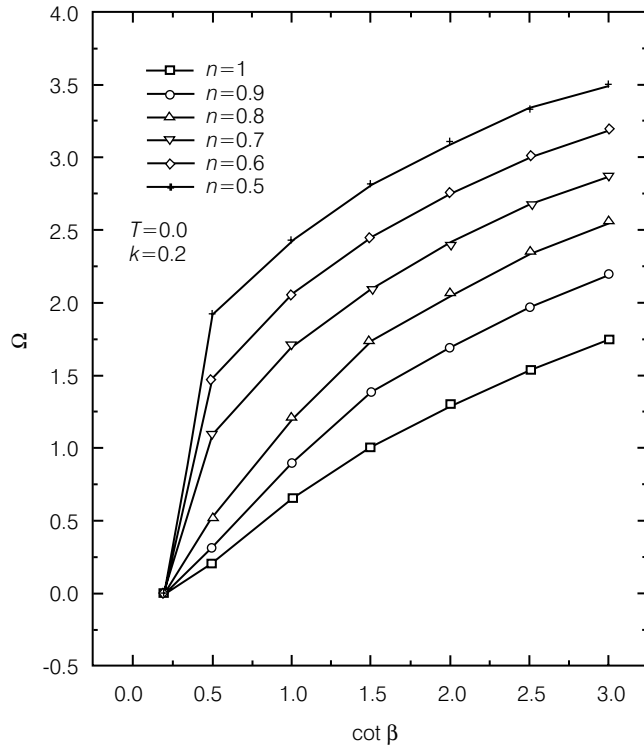


**Cuadro 1. Valores del factor de estabilidad  $\Omega$  para taludes casi verticales, sin considerar fuerzas sísmicas.**

$\cot \beta$	$n=0.6$	$n=0.8$	$n=1$
0.01	0.02	0.09	0.63
0.02	0.04	0.17	0.83
0.04	0.06	0.24	0.96
0.06	0.08	0.32	1.08
0.08	0.11	0.38	1.18
0.1	0.14	0.45	1.27



**Ilustración 5. Números de estabilidad  $\Omega$  considerando criterios Mohr-Coulomb no lineales y cargas pseudoestáticas sin tomar en cuenta la resistencia a la tensión.**



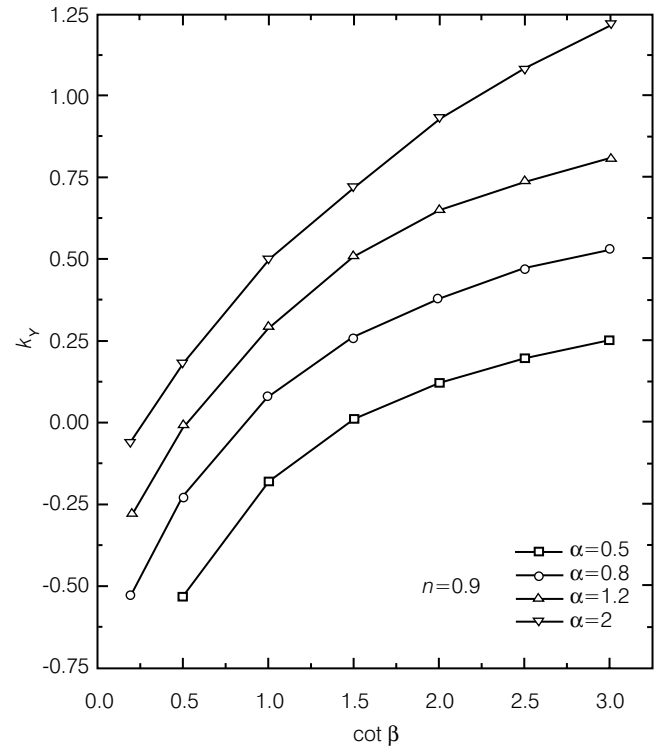
6 muestra los valores calculados de los coeficientes sísmicos críticos aplicando el criterio MC no lineal con un valor de  $n=0.9$ . En un talud uniforme cimentado sobre terreno firme, los coeficientes sísmicos críticos dependen de la inclinación del talud  $\cot \beta$ , el parámetro  $n$  y otro factor adimensional  $\alpha$ , que está definido como:

$$\alpha = A \left( \frac{\gamma H}{P_a} \right)^{n-1} \quad (10)$$

Los resultados mostrados en la ilustración 6 se obtuvieron con cuatro valores de  $\alpha$ : 0.5, 0.8, 1.2 y 2. En cuanto al cálculo de los coeficientes sísmicos críticos, el presente método produce buenos resultados para un amplio rango de parámetros, con la excepción del caso  $\cot \beta \leq 0.2$ , donde la solución numérica se muestra inestable.

Los materiales de enrocamiento por lo general poseen poca o nula resistencia a la tensión, por lo que las discusiones expuestas hasta ahora son válidas para las cortinas de enrocamiento. Sin embargo, el planteamiento teórico aquí descrito es tan general que se puede aprovechar para estudiar materiales más allá de los enrocamientos, abarcando conceptos de cohesión o resistencia a la tensión. La resistencia a la tensión incluida

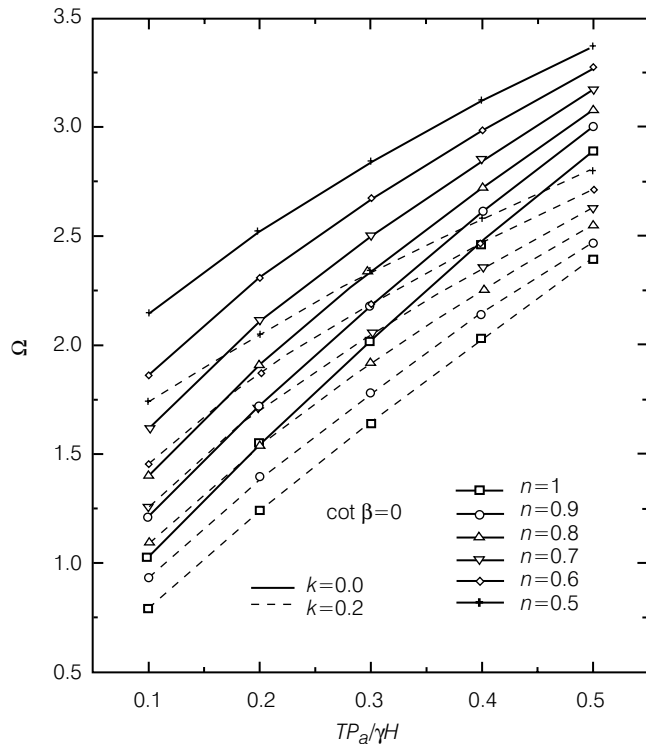
**Ilustración 6. Coeficientes sísmicos críticos considerando criterios de Mohr-Coulomb no lineales.**



en el criterio MC no lineal es equivalente a la intercepción de cohesión en el eje  $\tau$ . Para el caso lineal con  $n=1$ , el factor de resistencia a la tensión  $TP_a/\gamma H$  se convierte en el bien conocido factor  $c/\gamma H \tan \phi$ . Michalowski (2002) desarrolló una serie de cartas de diseño para taludes uniformes usando  $F/\tan \phi$  y  $c/\gamma H \tan \phi$  como dos variables independientes. Ambos son equivalentes a  $\Omega$  y  $TP_a/\gamma H$ , que han sido definidos en el presente trabajo. Mientras que la introducción de los primeros dos parámetros para el criterio MC lineal, como lo que se ha hecho en el trabajo de Michalowski (2002), parece intuitiva; los últimos dos parámetros aparecen como resultado natural del criterio MC no lineal. La ventaja de usar estos parámetros para desarrollar cartas de diseño es el hecho de que el factor de seguridad está incluido solamente en uno de los dos parámetros  $F/\tan \phi$ , de tal manera que su cálculo no requiere iteraciones. En cambio, las cartas de diseño tradicionales, como las de Taylor, definen dos parámetros  $c/\gamma H$  y  $\tan \phi/F$ , incluyendo en ambos el factor de seguridad. Su uso, por lo tanto, requiere iteraciones para finalmente lograr calcular el factor de seguridad.

En la ilustración 7 se muestran las curvas  $\Omega$  versus  $TP_a/\gamma H$  para diferentes valores de  $n$  en un corte vertical. Aunque el método elastoplástico descrito en este trabajo ha mostrado su capacidad de ofrecer buenos

**Ilustración 7. Números de estabilidad  $\Omega$  considerando criterios Mohr-Coulomb no lineales, cargas estáticas y pseudoestáticas, y la resistencia a la tensión.**



resultados en un amplio rango de inclinación de talud, aquí solamente se presentan los resultados de un corte vertical, porque es el talud más crítico. Se usan dos valores de coeficientes sísmicos  $k = 0$  y  $0.2$ . Los resultados obtenidos para el caso lineal son similares a aquellos logrados por Michalowski (2002). Sin embargo, este autor consideró un talud cimentado sobre una masa semi infinita de las mismas propiedades. Las superficies de falla pueden penetrarse a la cimentación, de manera que los factores  $\Omega$  son mucho menores que los obtenidos en el presente trabajo, en que la cimentación se considera rígida. Para el criterio MC no lineal, Yang y Yin (2004) habían presentado algunos resultados para taludes similares a los considerados por Michalowski (2002), utilizando los criterios de Hoek y Brown (1980). Estos resultados no se pueden comparar directamente con los mostrados en la ilustración 6, ya que la definición de factores de seguridad es diferente de la que se emplea en este trabajo. Sin embargo, es interesante observar, a partir de los resultados mostrados en la ilustración 6, que el criterio no lineal de la ecuación (5) puede abarcar el criterio de Hoek y Brown (1980), por lo que la ecuación (5) es de carácter general para suelos y rocas. Por otro lado, el presente método es capaz de realizar cálculos para cortes

verticales, mostrando otra vez sus ventajas sobre el método de Bishop para el criterio MC no lineal. Las ilustraciones 4 y 6 se pueden usar como cartas de diseño.

Para mostrar el uso de los resultados presentados en esta sección presentamos a continuación un ejemplo de cálculo. Considérese una cortina de enrocamiento con una altura de 50 m y con taludes 1.5:1 en ambos lados de la cortina. Los materiales tienen los siguientes parámetros:  $A = 1.05$ ,  $n = 0.9$ ,  $T = 0$ . y  $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ . Con el valor de  $\cot \beta = 1.5$  y la condición estática ( $k = 0$ ) se usa la ilustración 4 para determinar que el valor correspondiente de  $\Omega$  es igual a 2.02. Con la definición del parámetro  $\Omega$ , tal como la expresada en la ecuación (8), se tiene el factor de seguridad como:

$$F = \Omega A \left( \frac{\gamma H}{P_a} \right)^{n-1} = 2.02 \times 1.05 \times \left( \frac{20 \times 50}{100} \right)^{-0.1} = 1.68$$

Supóngase que la cortina esté ubicada en una zona sísmica. Se considera para el diseño el sismo máximo creíble, cuya máxima aceleración del terreno en la roca basal de la cortina es 0.4 veces la aceleración de la gravedad. El coeficiente de la aceleración máxima del terreno es entonces 0.4. De acuerdo con los criterios de Hynes-Griffin y Franklin (ver Li, 2001), quienes recomiendan un coeficiente sísmico igual a la mitad del coeficiente de la aceleración máxima del terreno, el coeficiente sísmico para el caso en cuestión es  $0.4/2=0.2$ . De la ilustración 5 se determina el nuevo valor de  $\Omega$ , correspondiente a la condición sísmica que es igual a 1.39. El factor de seguridad sísmico es, por lo tanto, igual a:

$$F = \Omega A \left( \frac{\gamma H}{P_a} \right)^{n-1} = 1.39 \times 1.05 \times \left( \frac{20 \times 50}{100} \right)^{-0.1} = 1.16$$

Como el valor de  $n$  es igual a 0.9, el coeficiente sísmico crítico se puede calcular usando la ilustración 6. Para ello se estima primero el valor de  $\alpha$ :

$$\alpha = A \left( \frac{\gamma H}{P_a} \right)^{n-1} = 1.05 \times \left( \frac{20 \times 50}{100} \right)^{-0.1} = 0.83$$

Con el valor de  $\cot \beta = 1.5$  se tienen desde la ilustración 6 los valores de  $k_\gamma$  iguales a 0.26 y 0.51 para  $\alpha = 0.8$  y 1.2, respectivamente. Una interpolación lineal da como resultado final el coeficiente sísmico crítico igual a 0.28. Con este último dato calculado se puede estimar la deformación permanente de la cortina usando

métodos simplificados como el de Makidisi y Seed (1978). Si la magnitud del sismo es 7.5, y el cociente entre la aceleración crítica y la aceleración máxima es igual a  $0.28/0.4=0.7$ , la carta propuesta por estos autores estima una deformación permanente promedio de 2 cm. Esta estimación sólo se puede considerar como ejemplo ilustrativo del procedimiento de cálculo. Hoy en día se requieren emplear métodos mucho más precisos para hacer esta estimación (ver Li, 2001).

### Consideraciones para el diseño de presas

Los resultados mostrados en las secciones anteriores tienen múltiples implicaciones para el análisis y diseño de presas. El primer aspecto relevante es la importancia de la no linealidad de la resistencia al corte en el análisis de estabilidad de taludes, sea de enrocamientos, suelos cohesivos o rocas. Los parámetros de resistencia al corte se obtienen de los datos experimentales de laboratorio, que pueden provenir de pruebas triaxiales o de corte directo. Los parámetros se determinan a través de un proceso de ajuste de curvas. Es fundamental, por lo tanto, suponer, antes de realizar el ajuste, el tipo de curvas que uno quiere: líneas rectas o curvas; y si son curvas, las funciones curvilíneas, hiperbólicas, potenciales, etcétera. Usando diferentes ecuaciones de ajuste, los resultados de análisis de estabilidad pueden ser diferentes, aun cuando los parámetros de ajuste representan con precisión los datos experimentales. Jiang *et al.* (2003) presentaron un conjunto de datos desde los cuales se ajustaron tres tipos de envolventes: una es no lineal con función potencial y las otras dos son lineales. En una de estas últimas dos líneas rectas se supone cohesión no nula.

Los parámetros ajustados ( $A$ ,  $n$  y  $T$ ) se enlistan en el cuadro 2, junto con los valores de SOS correspondientes; SOS es la suma de cuadrados de residuos, que es una medida de la calidad del ajuste de curvas. Como se puede ver, no existe una diferencia muy marcada entre las calidades de las tres envolventes ajustadas. El suelo en cuestión es arcilla fuertemente compactada y ensayada en pruebas triaxiales consolidadas no drenadas, con medición de presión de poro. Es destacado el hecho de que los resultados de estas pruebas consisten en 103 puntos de datos, permitiendo un ajuste de curva con una alta representatividad estadística. Es muy difícil contar con otro conjunto de datos similar, ya que por lo común se generan entre tres y seis puntos de datos en una prueba triaxial. Es, por lo tanto, que aunque este suelo no es enrocamiento (atención principal del presente trabajo), se le discute para conducir conclusiones para los enrocamientos. Usando estas tres envolventes,

empleando la malla de elemento finito usada en los cálculos anteriores y aplicando el procedimiento de análisis expuesto en este trabajo, se obtuvieron los factores de seguridad a las tres envolventes. Se consideró un talud con  $\cot \beta = 1.5$ . Deberían suponerse diferentes alturas del talud para realizar el cálculo de los factores de seguridad. Los resultados presentados en el cuadro 2 se obtuvieron por considerar cuatro valores de  $\gamma H/P_a$ , 0.2, 1, 10 y 20. La envolvente 1, que es no lineal, es la que representaría mejor los datos experimentales en todo el rango de esfuerzos. Los factores de seguridad varían con el parámetro  $\gamma H/P_a$  desde 2.07 para  $\gamma H/P_a=0.2$ , hasta 1.07 para  $\gamma H/P_a=20$ . La variación del factor de seguridad es 100%, cuando la diferencia entre alturas del talud es de cien veces. La envolvente 2 usa la envolvente lineal sin considerar la cohesión. El factor de seguridad calculado utilizando esta envolvente es independiente del parámetro  $\gamma H/P_a$ . Comparando con la envolvente no lineal 1, la lineal 2 subestima los factores de seguridad para todo el rango de esfuerzos considerado. La envolvente 3 considera el criterio MC lineal, pero incluyendo la componente de cohesión, por lo que los factores de seguridad son una función del parámetro  $\gamma H/P_a$ . Para altos valores del parámetro  $\gamma H/P_a > 10$ , las envolventes 1 y 3 conducen a factores de seguridad similares. Sin embargo, para bajos valores de  $\gamma H/P_a$ , los factores de seguridad calculados por la lineal 3 son considerablemente mayores que aquellos obtenidos por la no lineal 1. La sobreestimación del factor de seguridad por el orden de dos veces es inaceptable para el diseño.

En resumen, para alturas altas de talud, las tres envolventes ofrecen factores de seguridad similares; para alturas bajas, las dos envolventes lineales sobre o subestiman los factores de seguridad. Este ejemplo muestra las ventajas que ofrece el criterio MC no lineal sobre las envolventes lineales en un talud uniforme. En taludes no uniformes o donde la geometría del talud es compleja, el criterio no lineal es todavía mucho más acertado, porque los niveles de esfuerzos varían notablemente dentro del cuerpo de la masa y es difícil anticipar qué envolvente lineal es la adecuada.

**Cuadro 2. Comparación de factores de seguridad para diferentes criterios de resistencia.**

Envolvente	SOS	A	n	T	Factor de seguridad			
					$\gamma H/P_a$			
					0.2	1	10	20
1	9 285	0.582	0.857	0	2.07	1.64	1.18	1.07
2	13 944	0.532	1	0		1.06		
3	9 671	0.460	1	0.259	6.25	2.29	1.18	1.08

En las cortinas de enrocamiento, los materiales constituyentes suelen considerarse como granulares, cuya característica de resistencia al corte sólo está definida por un ángulo de fricción constante. Con este criterio MC lineal, los factores de seguridad del talud son constantes, independientes de su altura. Sin embargo, si se acepta el criterio MC no lineal, las cortinas de menor altura son más seguras que las de mayor altura. Con la finalidad de visualizar mejor este aspecto, supóngase un material con el peso volumétrico  $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ ,  $A = 1.5$ ,  $n = 0.8$  y  $k = 0$ . Para las cortinas de cot  $\beta = 1$  con  $H = 1$ , 10 y 100 m, los factores de seguridad son 2.4, 2.0 y 1.59. Esto es, las cortinas de mayor altura se deben construir con taludes más tendidos para tener el mismo factor de seguridad. Bajo efectos sísmicos, considerando el coeficiente sísmico  $k = 0.2$ , los factores de seguridad son del orden de 1.56, 1.3 y 0.9 para las tres alturas. Sin embargo, un pequeño cambio de altura, como puede ser una sobreelevación, la no linealidad de la resistencia tiene poco efecto; por ejemplo, tomando los datos anteriores, si la altura se modifica en 10%, el factor de seguridad se ve reducido solamente por 5%.

Con respecto al uso del análisis pseudoestático, uno de los aspectos importantes en el diseño es cómo seleccionar los coeficientes sísmicos. Tradicionalmente, dichos coeficientes se asignan para una zonificación sísmica regional; para cada región se define un coeficiente sísmico. Los estudios recientes han propuesto una correlación entre los coeficientes en cuestión y la aceleración máxima del terreno en un sitio determinado. Por ejemplo, los trabajos de Hynes-Griffin y Franklin (1984) recomiendan un coeficiente sísmico igual a la mitad de la aceleración máxima estimada en la roca basal. Para el diseño de presas, esta recomendación ofrece gran ventaja, ya que la sismicidad puede variar considerablemente de un sitio de presa al otro.

Por otro lado, los coeficientes sísmicos críticos son una característica intrínseca de un talud que mide su seguridad ante eventos sísmicos. Usando dichos coeficientes se pueden calcular las deformaciones permanentes del talud. Los estudios recientes de Crespellani *et al.* (1998) indican que la estimación de las deformaciones es altamente sensible a cómo se determinan con precisión los coeficientes sísmicos. Se ha mostrado que los mecanismos de falla juegan un papel fundamental. Un ejemplo de cálculo presentado por dichos autores ilustra con claridad este aspecto. Dado un talud de 5 m de altura, inclinación de  $50^\circ$ , cohesión constante de 10 kPa, ángulo de fricción constante de  $15^\circ$  y peso volumétrico de  $20 \text{ kN/m}^3$ , suponiendo falla plana por un lado y falla espirar logarítmica por el

otro, los coeficientes sísmicos críticos resultantes son 0.174 y 0.028, respectivamente. Los desplazamientos correspondientes para un sismo determinado son 18.1 cm y 148.9 cm, respectivamente. Esta diferencia entre ambas soluciones, del orden de 723%, se debe exclusivamente a la diferencia entre las geometrías de las superficies de falla. Este hecho marca la notable desventaja de los métodos de análisis de estabilidad tradicionales en que se tiene que suponer un mecanismo de falla a priori. En cambio, el análisis elastoplástico no necesita recurrir a ninguna hipótesis sobre mecanismos de falla. Más aún, los mecanismos de falla forman parte de los resultados del análisis. Con este tipo de análisis es de esperar que los cálculos de deformaciones permanentes sean más precisos.

## Conclusiones

En este trabajo se ha estudiado la estabilidad de cortinas de enrocamiento por medio del análisis elastoplástico, el cual muestra su superioridad en cuanto a la estabilidad numérica en el cálculo de factores de seguridad y la precisión en la estimación de coeficientes sísmicos críticos. En el análisis se debe aplicar la regla de flujo no asociada, a fin de garantizar la precisión de los resultados numéricos, aun cuando los taludes son casi verticales. Las cartas de diseño presentadas incluyen efectos sísmicos y pueden servir directamente para fines de diseño. Los criterios de Mohr-Coulomb no lineales son adecuados para describir el comportamiento de la resistencia al corte de los enrocamientos y tienen que adaptarse tanto en la interpretación de los resultados de laboratorio como en el procedimiento de diseño. Además de ofrecer una mejora en la estimación de los factores de seguridad para un amplio rango de esfuerzos, los criterios no lineales reflejan también el hecho de que la estabilidad de las cortinas de enrocamiento depende de la altura de las mismas.

Recibido: 16/11/2006

Aprobado: 13/07/2007

## Referencias

- ABRAMSON, L.W., LEE, T.S., SHARMA, S. y BOYCE, G.M. *Slope stability and stabilization methods*. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1996.
- BAKER, R. Nonlinear Mohr envelopes based on triaxial data. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*. Vol. 130, núm. 5. ASCE, 2004, pp. 498-506.

- CHARLES, J.A. y WATTS, K.S. The influence of confining pressure on the shear strength of compacted rockfill. *Geotechnique*. Vol. 30, núm. 4, 1980, pp. 353-367.
- CHARLES, J.A. y SOARES, M.M. Stability of compacted rockfill slopes. *Geotechnique*. Vol. 34, núm. 1, 1984, pp. 61-70.
- COLLINS, I.F., GUNN, C.I.M., PENDER, M.J. y YAN, W. Slope stability analyses for materials with a non-linear failure envelope. *Int. J. Num. Analyt. Meth. Geomech.* Vol. 12, 1988, pp. 533-550.
- CORMEAU, I.C. Numerical stability in quasi-static elasto/viscoplasticity. *Int. J. Num. Meth. Eng.* Vol. 9, 1975, pp. 109-127.
- CREPELLANI, T., MADIAI, C. y VANNUCCHI, G. Earthquake destructiveness potential factor and slope stability. *Geotechnique*. Vol. 48, núm. 3, 1998, pp. 411-419.
- DUNCAN, J.M. y CHANG, C.Y. Non-linear analysis of stress and strain in Soils. *J. of the Soil Mechanics and Foundation Division*. Vol. 96 (SM5), ASCE, 1970.
- ERICKSON, H.L. y DRESCHER, A. Bearing capacity of circular footings. *J. Geotechnical and Geoenvironmental Eng.* Vol. 128, núm. 1. ASCE, 2002, pp. 38-43.
- GRIFFITHS, D.V. y LANE, P.A. Slope stability analysis by finite elements. *Geotechnique*. Vol. 49, núm. 3, 1999, pp. 387-403.
- GRIFFITHS, D.V. y FENTON, G.A. Probabilistic slope stability analysis by finite elements. *J. Geotechnical and Geoenvironmental Eng.* Vol. 130, núm. 5, ASCE, 2004, pp. 507-518.
- HYNES-GRIFFIN, M.E. y FRANKLIN, A.G. Rationalizing seismic coefficients method. *Miscellaneous Paper* GL 84-13. Vicksburg, Mississippi, USA: USAEWES, 1984.
- HOEK, E. y BROWN, E.T. Empirical strength criterion for rock masses. *J. Geotechnical Eng.* Vol. 106, núm. 9, ASCE, 1980, pp. 1013-1036.
- JIANG, J.-C., BAKER, R. y YAMAGAMI, T. The effect of strength envelope nonlinearity on slope stability computations. *Canadian Geotechnical J.* Vol. 40, 2003, pp. 308-325.
- LI, X. Análisis sísmico. Capítulo 15 de *Geotecnia en ingeniería de presas*. Flores, R. et al. (editores). Jiutepec, México: Instituto Mexicano de Tecnología del Agua, 2001.
- MARSAL, R.J. Mechanical properties of rockfill. En *Embankment dam engineering*. Casagrande volume. New York: Wiley, 1973, pp. 109-200.
- MELLO, V.F.B. DE. Reflections on design decisions of practical significance to embankment dams, *Geotechnique*. Vol. 27, núm. 3, 1977, pp. 279-255.
- MICHALOWSKI, R.L. Stability charts for uniform slopes. *J. Geotechnical Geoenvironmental Eng.* Vol. 128, núm. 4. ASCE, 2002, pp. 351-355.
- NEWMARK, N.M. Effects of earthquakes on dams and embankments. *Geotechnique*. Vol. 15, núm. 2, 1965, pp. 139-160.
- POTTS, D.M. Numerical analysis: a virtual dream or practical reality? *Geotechnique*. Vol. 53, núm. 6, 2003, pp. 535-573.
- SLOAN, S.W. Lower bound limit analysis using finite elements and linear programming. *Int. J. Num. Analyt. Meth. Geomech.* Vol. 12, 1988, pp. 61-77.
- YANG, X.L. y YIN, J.H. Slope stability analysis with nonlinear failure criterion. *J Engineering Mech.* Vol. 130, núm. 3, ASCE, 2004, pp. 267-273.
- YU, Y, XIE, L. y ZHANG, B. Stability of Herat-rockfill dams: Influence of geometry on the three-dimensional effect. *Computers & Geotechnics*. Vol. 32, 2005, pp. 326-339.
- ZIENKIEWICZ, O.C. y CORMEAU, I.C. Visco-plasticity - plasticity and creep in elastic solids - a unified numerical solution approach. *Int. J. Num. Meth. Eng.* Vol. 8, 1974, pp. 821-845.

**Abstract**

*LI-LIU, X. & FLORES-BERRONES, R. Elastoplastic analysis of static and pseudostatic stabilities of rockfill dams. Hydraulic engineering in Mexico (in Spanish). Vol. XXIII, no. 1, January-March, 2008, pp. 157-170.*

*The stability of rockfill dams is studied by an elastoplastic analysis of slopes considering gravity and earthquake loadings. Available analytical solutions are compared with numerical results that are obtained assuming a linear Mohr-Coulomb envelope. The effect of non-associativity of the material is investigated and it is concluded that a special non-associativity condition should be imposed to model the plastic behavior in frictional slopes with confidence. A power-law relation is applied to represent the nonlinearity of Mohr-Coulomb envelopes. Factors of safety and critical seismic coefficients are computed for the nonlinear strength envelope. The elastoplastic analysis provides stable results in the computation of safety factors, even for steep slopes in which the limit equilibrium approach is not well conditioned.*

**Keywords:** *dam, embankment, slope, stability, rockfill, soil, elastoplasticity, shear strength, stability.*

**Dirección institucional de los autores:**

*Dr. Xiangyue Li-Liu  
Dr. Raúl Flores-Berrones*

Instituto Mexicano de Tecnología del Agua,  
Paseo Cuauhnáhuac 8532, Jiutepec, Morelos, 62550, México,  
teléfono: + (52) (777) 329 3600, extensión 899,  
xli@tlaloc.imta.mx,  
rflores@tlaloc.imta.mx