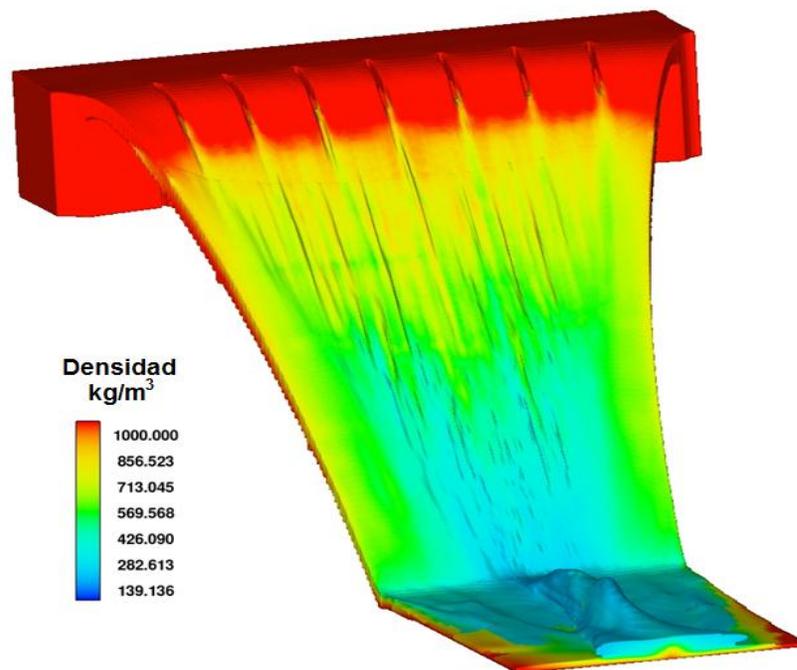


# SIMULACIÓN FÍSICA Y MATEMÁTICA DEL FLUJO EN VERTEDORES ESCALONADOS

HC1109.1

## Informe Final

COORDINACION DE HIDRÁULICA  
SUBCOORDINACIÓN DE HIDRÁULICA AMBIENTAL



Jorge Armando Laurel Castillo  
Ariosto Aguilar Chávez

Diciembre 2011

## Índice

1. Introducción .....	1
2. Modelación numérica .....	4
2.1 Introducción .....	4
2.2 Descripción del modelo numérico empleado .....	4
2.3 Modelación numérica bidimensional de vertedores escalonados.....	5
a) Simulación de los diferentes tipos de flujos en vertedores escalonados.....	5
b) Simulación de flujo rasante a escala prototipo.....	14
2.4 Modelación numérica de la presa el Zapotillo .....	19
a) Simulación bidimensional .....	19
b) Simulación tridimensional.....	26
3. Modelación física de la presa el Zapotillo y comparación de resultados.....	33
4. Conclusiones .....	37
Referencias .....	40
Anexo. Generación de archivos STL a través de nube de puntos (XYZ). .....	42

## Lista de Figuras

Figura 2.1 Vista en perspectiva del vertedor escalonado modelado por Roshan <i>et al</i> (2010). .....	6
Figura 2.2 Malla utilizada en la simulación de los experimentos de Roshan <i>et al</i> (2010). .....	6
Figura 2.3 Distribución de la carga hidráulica en el dominio de flujo. Caso de flujo escalón por escalón. ....	7
Figura 2.4 Distribución de presiones en el dominio de flujo. Caso de flujo escalón por escalón. ....	8
Figura 2.5 Distribución de velocidades en el dominio de flujo. Caso de flujo escalón por escalón. ...	8
Figura 2.6 Vectores de velocidad en los escalones 1 y 2. Caso de flujo escalón por escalón. ....	9
Figura 2.7 Distribución de la carga hidráulica en el dominio de flujo. Caso de flujo de transición. .	10
Figura 2.8 Distribución de presiones en el dominio de flujo. Caso de flujo de transición. ....	10
Figura 2.9 Distribución de velocidades en el dominio de flujo. Caso de flujo de transición. ....	11
Figura 2.10 Líneas de corriente. Caso de flujo de transición. ....	11
Figura 2.11 Distribución de la carga hidráulica en el dominio de flujo. Caso de flujo rasante. ....	12
Figura 2.12 Distribución de presiones en el dominio de flujo. Caso de flujo rasante. ....	12
Figura 2.13 Distribución velocidades en el dominio de flujo. Caso de flujo rasante. ....	13
Figura 2.14 Líneas de corriente. Caso de flujo rasante. ....	13
Figura 2.15 Comparación entre gastos y tirantes críticos medidos por Roshan <i>et al</i> (2010) contra calculados. ....	14
Figura 2.16 Malla utilizada en la modelación bidimensional de la presa Rendwick. ....	15
Figura 2.17 Distribución de la carga hidráulica en el dominio de cálculo. ....	16
Figura 2.18 Distribución de presiones en el dominio de cálculo. ....	16
Figura 2.19 Distribución velocidades en el dominio de cálculo. ....	17
Figura 2.20 Vectores de velocidad en la región de flujo rasante. ....	18
Figura 2.21 Distribución de la densidad en el dominio de cálculo. ....	18
Figura 2.22 Malla utilizada en la modelación bidimensional de la presa el Zapotillo. ....	20
Figura 2.23 Distribución de la carga hidráulica en dominio de cálculo. ....	21
Figura 2.24 Distribución de presiones en el dominio de cálculo. ....	21
Figura 2.25 Distribución de presiones sobre la rápida. ....	22
Figura 2.26 Distribución de velocidades en el dominio de cálculo. ....	23
Figura 2.27 Distribución de velocidades en la región de flujo rasante. ....	23
Figura 2.28 Perfil de velocidades en la región de flujo rasante. Perpendicular a la superficie escalonada. ....	24

Figura 2.29 Distribución de la densidad en el dominio de cálculo.....	25
Figura 2.30 Número de Thoma sobre la superficie de la Rápida de la Presa el Zapotillo. ....	25
Figura 2.31 Vista en 3D de la geometría simulada de la Presa el Zapotillo. ....	26
Figura 2.32 Vista en planta de los bloques de malla interconectados.....	27
Figura 2.33 Distribución de anchos y numero de celdas por bloque.....	27
Figura 2.34 Vista en perspectiva de la superficie libre del agua y la estructura. ....	28
Figura 2.35 Distribución de la carga hidráulica total en el dominio de cálculo.....	29
Figura 2.36 Distribución de velocidades en el dominio de cálculo. ....	30
Figura 2.37 Vista en planta de las líneas de corriente. ....	31
Figura 2.38 Vista en 3D de las líneas de corriente. ....	31
Figura 2.39 Distribución de la densidad de la mezcla agua-aire en el dominio de cálculo. ....	32
Figura 3.1 Vista del modelo físico bidimensional. Escala 1:40.....	33
Figura 3.2 Vista del modelo físico tridimensional. Escala 1:50 (Salgado, 2011). ....	34
Figura 3.3 Medición de velocidades en el modelo escala 1:40 (Salgado, 2011). ....	34
Figura 3.3 Comparación cuantitativa entre valores de velocidad medidos y simulados. Bidimensional.....	36
Figura 3.4 Comparación cualitativa entre distribución de concentración de aire. Tridimensional. ...	36
Figura A.1 Selección del archivo XYZ de entrada en el programa xyz2stl. ....	43
Figura A.2 Instrucción final en el programa xyz2stl.....	43
Figura A.3 Visualización del <i>stl</i> generado a través del programa xyz2stl.....	44

## 1. Introducción

Los vertedores han sido utilizados durante más de 3000 años (Chanson, 2000) como estructura de emergencia ante los efectos de sobre almacenamiento de una presa, y por su forma geométrica se tienen una gran capacidad para la disipación de energía, reduce las dimensiones de las estructuras disipadoras (González y Chanson, 2007), como lo son los tanques de amortiguamiento y las cubetas deflectoras, y en algunos casos no es necesario considerarlas.

La forma del perfil de un vertedor de excedencias se basa en la propuesta de Bazin (Chow, 1981), y posteriormente modificada por Creager (U.S.B.R., 1974) para ajustar la caída de presión provocada por el efecto de fricción. Entonces, una vez que conforma la forma del perfil longitudinal con la relación propuesta por Creager, o alguna similar que se presenta en la literatura (Chow, 1981), se debe verificar que la presión sobre la cresta del cimacio o en la rápida de descarga no sea negativa en un valor tal que induzca un proceso de cavitación (USBR, 1974).

Una alternativa para reducir los efectos de la cavitación en un vertedor es la inclusión de una estructura de aireación, los resultados de incluir estos aireadores se reportado por varios autores (Echavez, 2006). Bajo el principio de aireación una mejor alternativa es proponer una secuencia de escalones sobre la rápida descenso, a esta configuración se le conoce como vertedores escalonados.

Los vertedores escalonados presentan una auto-aireación y el riesgo de cavitación se reduce significativamente (Boes and Hager, 2003). Además de las propiedades hidráulicas antes mencionadas, los avances en los procesos constructivos, como es la técnica RCC (Concreto Compactado por Rodillo), hace que el costo de la obra de excedencias se reduzca significativamente (Barani *et al*, 2005).

En las últimas dos décadas se ha realizado mucha investigación en el funcionamiento de hidráulico de los vertedores escalonados, principalmente mediante modelos físicos en laboratorio a escala reducida (Bombardelli et al, 2010).

Para verificar el diseño de un vertedor se puede contemplar la construcción de un modelo de escala reducida en la laboratorio y la confiabilidad de estos modelos de escala reducida está definida por las leyes de similitud (Vergara, 1993), y la hipótesis del escalamiento es válida si no se tienen correlaciones espurias.

Para vertedores escalonados se recomienda una escala de líneas menor a 15 (Boes y Hager, 2003), sin embargo, Chanson (2008) ha demostrado que aun utilizando una escala de líneas de 2 existen notables diferencias en las concentraciones de aire y en los niveles y longitudes de escala de turbulencia. Con lo anterior, para determinar correctamente el funcionamiento hidráulico de grandes presas se requeriría el uso de espacios muy grandes en laboratorio. Además de que el gasto de agua necesario para llevar a cabo las modelaciones rebasaría la capacidad de cualquier laboratorio. Una alternativa muy atractiva para superar esta dificultad es aplicar la modelación numérica, con la cual no es necesario utilizar la hipótesis de escalamiento, además de que la modelación numérica permite obtener valores simultáneos de presión, velocidades y concentración de aire en todo el dominio del flujo del vertedor.

En las últimas tres décadas, se han realizado importantes contribuciones en los métodos numéricos para la solución de flujos a superficie libre. Los métodos más exitosos para este propósito son: VOF (siglas en inglés de "Volume of Fluid") (Bombardelli *et al*, 2010), Level-Set(Lee *et al*, 2008), SPH (Ferrari, 2010) and PFEM (Larese *et al*, 2008). Por lo que en la actualidad, considerando también la capacidad de cómputo disponible incluso en PC's, es posible simular obras hidráulicas mediante la Dinámica de Fluidos Computacional (CFD).

Al respecto, existen diversos códigos tanto gratuitos como comerciales, como son: Ansys-CFX<sup>1</sup>, Flow-3D<sup>2</sup> y OpenFOAM<sup>3</sup>.

En este estudio, se realizaron modelaciones numéricas de diferentes vertedores escalonados, con el fin de determinar las capacidades de los códigos CFD para la caracterización hidráulica de los mismos.

---

<sup>1</sup><http://www.ansys.com/Products/Simulation+Technology/Fluid+Dynamics/ANSYS+CFX>

<sup>2</sup><http://www.flow3d.com/>

<sup>3</sup><http://www.openfoam.com/>

## 2. Modelación numérica

### 2.1 Introducción

Para llevar a cabo las simulaciones numéricas, se utilizó el modelo comercial Flow3D. En el cual se resuelven las ecuaciones de Navier-Stokes en coordenadas cartesianas mediante el método del volumen finito con mallas estructuradas, y la superficie libre es capturada mediante el método True-VOF, el cual tiene mejoras importantes en comparación del método VOF tradicional. Este modelo tiene implementado los siguientes modelos de turbulencia: Smagorinsky, k-e y RNG.

Las pruebas numéricas se dividieron en dos partes, primeramente se muestran modelaciones numéricas bidimensionales de algunos experimentos disponibles en la literatura, y posteriormente se simuló la geometría de la presa el Zapotillo, la cual se analizó experimentalmente en el laboratorio Enzo Levi del IMTA.

### 2.2 Descripción del modelo numérico empleado

La formulación de la ecuación de conservación de masa y las ecuaciones de Navier-Stokes en coordenadas cartesianas, utilizadas por el modelo Flow3D, son resueltas mediante el método del volumen finito en mallas estructuradas, y la superficie libre es capturada mediante el método True-VOF (Volume of Fluid).

La ecuación de conservación de masa que se resuelve en el modelo es la siguiente:

$$\frac{\partial}{\partial x}(uA_x) + R \frac{\partial}{\partial y}(vA_y) + \frac{\partial}{\partial z}(wA_z) + \xi \frac{uA_x}{x} = \frac{R_{SOR}}{\rho} \quad (1)$$

donde,  $\rho$  es la densidad de fluido,  $R_{SOR}$  es una fuente de masa,  $(u, v, w)$  son las componentes de velocidad en las direcciones  $(x, y, z)$ ,  $(A_x, A_y, A_z)$  son las fracciones de área de la celda perpendiculares a las direcciones  $(x, y, z)$ , y las

ecuaciones de Navier-Stokes:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{V_F} \left\{ uA_x \frac{\partial u}{\partial x} + vA_y R \frac{\partial u}{\partial y} + wA_z \frac{\partial u}{\partial z} \right\} - \xi \frac{A_y v^2}{xV_F} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + G_x + f_x - b_x - \frac{R_{SOR}}{\rho V_F} (u - u_w - \delta u_x) \\
 \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{V_F} \left\{ uA_x \frac{\partial v}{\partial x} + vA_y R \frac{\partial v}{\partial y} + wA_z \frac{\partial v}{\partial z} \right\} + \xi \frac{A_y uv}{xV_F} &= -\frac{1}{\rho} \left( R \frac{\partial p}{\partial y} \right) + G_y + f_y - b_y - \frac{R_{SOR}}{\rho V_F} (v - v_w - \delta v_y) \\
 \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{1}{V_F} \left\{ uA_x \frac{\partial w}{\partial x} + vA_y R \frac{\partial w}{\partial y} + wA_z \frac{\partial w}{\partial z} \right\} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + G_z + f_z - b_z - \frac{R_{SOR}}{\rho V_F} (w - w_w - \delta w_z)
 \end{aligned} \tag{2}$$

donde  $(G_x, G_y, G_z)$  son las componentes aceleración de la gravedad en las direcciones  $(x, y, z)$ ,  $(f_x, f_y, f_z)$  las aceleraciones viscosas debidas a los esfuerzos cortantes en las direcciones  $(x, y, z)$ .

La superficie libre del agua es determinada mediante la solución de la siguiente ecuación de transporte:

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{V_F} \left[ \frac{\partial}{\partial x} (FA_x u) + R \frac{\partial}{\partial y} (FA_y v) + \frac{\partial}{\partial z} (FA_z w) + \xi \frac{FA_x u}{x} \right] = F_{DIF} + F_{SOR} \tag{3}$$

donde  $F$  es la fracción de fluido, misma que toma valores de 0 a 1, donde el 0 es donde se tiene aire y 1 donde se tiene agua.

### 2.3 Modelación numérica bidimensional de vertedores escalonados

#### a) Simulación de los diferentes tipos de flujos en vertedores escalonados

Como punto de partida, se reprodujeron numéricamente los experimentos realizados por Roshan *et al* (2010), con un vertedor de 12 escalones y se caracterizaron tres tipos de flujo en vertedores escalonados, los cuales son: escalón por escalón, de transición y rasante. Con una serie de experimentos considerando 13 gastos con sus respectivos tirantes críticos y tipo de flujo. La configuración del vertedor con 12 escalones fue

considerando una huella y altura de 0.335 y 0.065 respectivamente. La altura total del modelo (Figura 2.1), distancia entre la cresta y el pie de la estructura, es de 0.78 m.

La malla utilizada consta de aproximadamente 340,000 celdas, con tamaños de  $dx=\{0.005$  a  $0.02\}$  m, y  $dy=\{0.0025$  a  $0.01\}$  m (Figura 2.2). El modelo de turbulencia escogido fue el de Smagorinsky (1963).

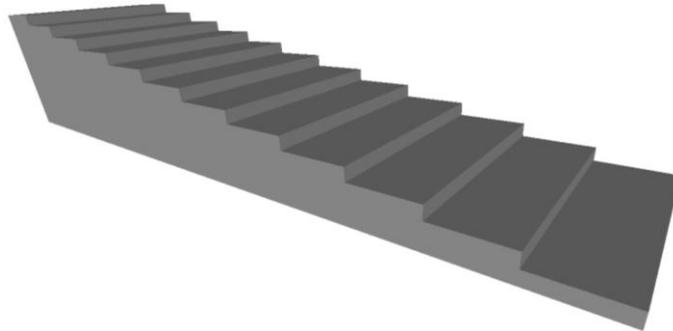


Figura 2.1 Vista en perspectiva del vertedor escalonado modelado por Roshan *et al* (2010).

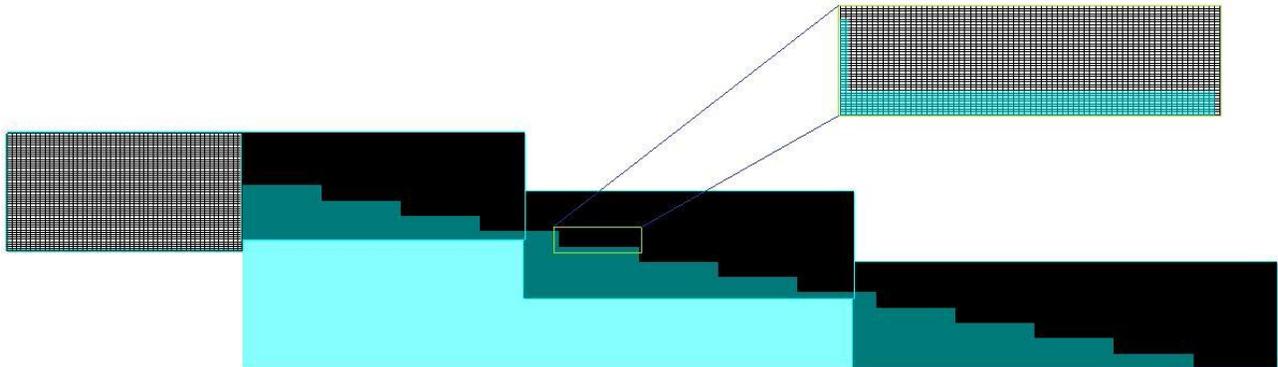


Figura 2.2 Malla utilizada en la simulación de los experimentos de Roshan *et al* (2010).

### *Flujo escalón por escalón*

Para la simulación de flujo escalón por escalón, se impuso en la frontera aguas arriba un nivel de superficie libre del agua de 0.845 m. Para ésta condición de frontera se obtuvo un gasto de  $0.0268 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$  y un tirante crítico de 0.0417 m. Una vez calculada la carga hidráulica total en el dominio de fluido (Figura 2.3) se determinó que la pérdida de carga para estas condiciones de flujo es de 76.6%. La Figura 2.4 muestra la distribución de presiones en todo el dominio de fluido, puede observarse que aunque éstas presentan valores negativos, dichos valores son sumamente pequeños (2.4 cm columna de agua) y no están presentes en la superficie del vertedor escalonado. De acuerdo con la gráfica de presiones, puede observarse que la masa de agua va pasado de escalón por escalón. Por otra parte, pueden observarse velocidades máximas de hasta 2.22 m/s (Figura 2.5), las cuales se presentan después del último escalón. Finalmente, en la Figura 2.6 se observan zonas de recirculación de flujo en los escalones 1 y 2, en el primero con mayor intensidad.

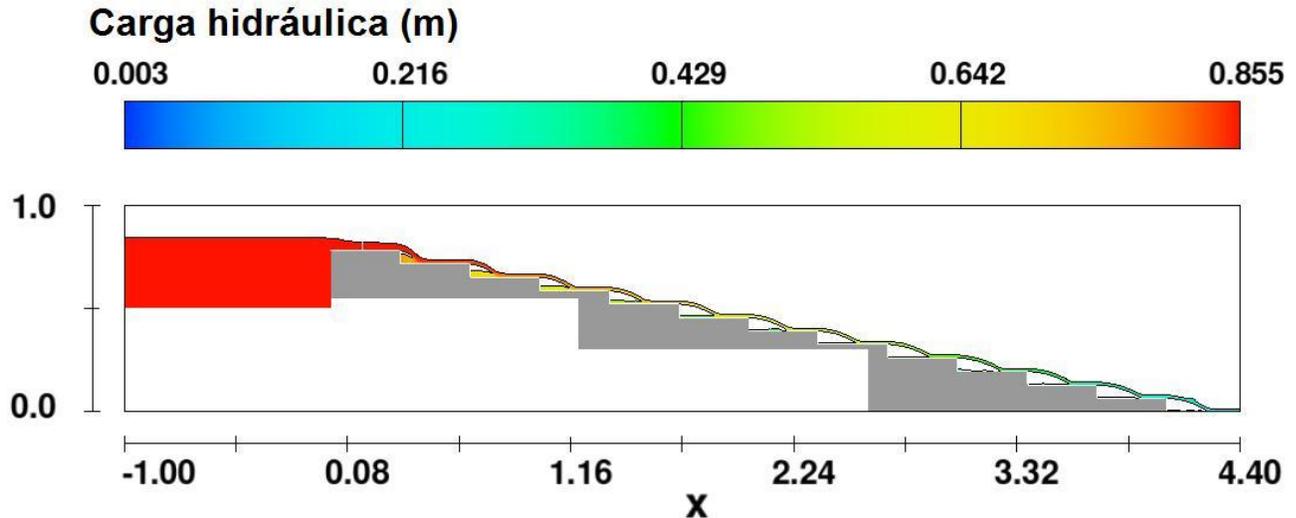


Figura 2.3 Distribución de la carga hidráulica en el dominio de flujo. Caso de flujo escalón por escalón.

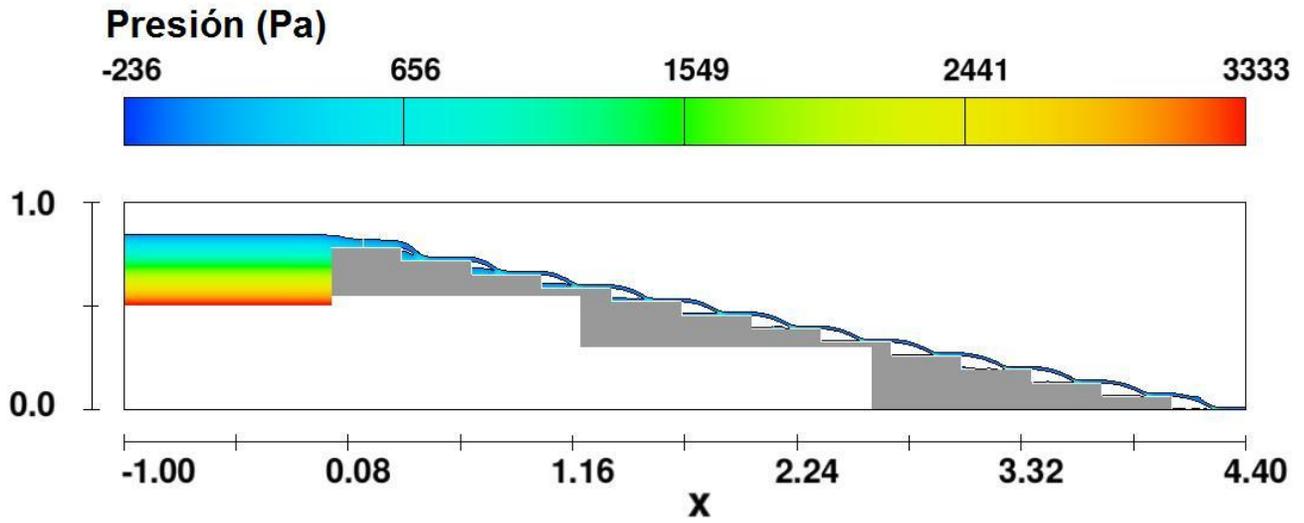


Figura 2.4 Distribución de presiones en el dominio de flujo. Caso de flujo escalón por escalón.

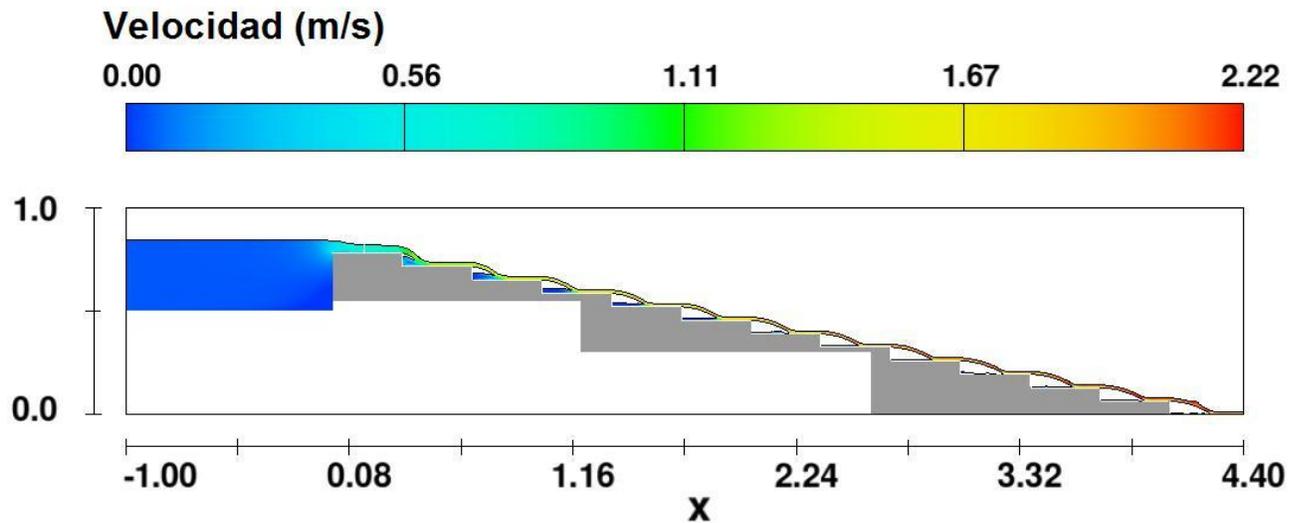


Figura 2.5 Distribución de velocidades en el dominio de flujo. Caso de flujo escalón por escalón.

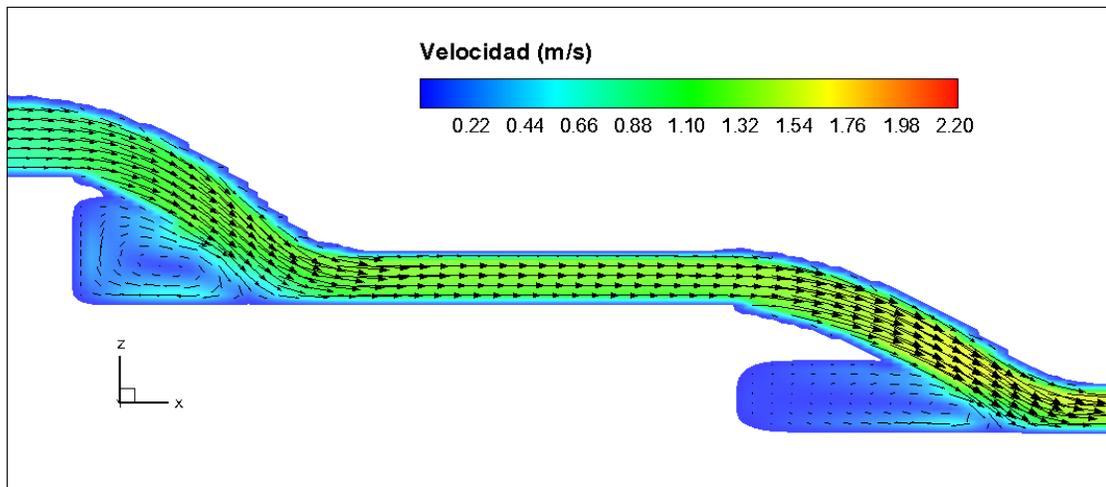


Figura 2.6 Vectores de velocidad en los escalones 1 y 2. Caso de flujo escalón por escalón.

### *Flujo de transición*

Para este caso, en la frontera aguas arriba se impuso un nivel de la superficie libre de 0.895 m, con lo que se obtuvo un gasto de  $0.0619 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$  y un tirante crítico de 0.073 m. Para estas condiciones de simulación el vertedor disipa el 69.8% de energía (Figura 2.7). En la Figura 2.7 se muestra la distribución de presiones en el campo de flujo, y se observa que se tienen presiones negativas muy pequeñas cerca de las esquinas de los escalones, pero sin embargo no existen en la superficie de la estructura. También puede observarse la forma ondulada de la superficie libre. Para este gasto, se presentan velocidades máximas de 2.68 m/s (Figura 2.9), y la capa de flujo que caracteriza al flujo rasante no está totalmente desarrollada. Por otra parte, las líneas de corriente (Figura 2.10) trazadas en todos los escalones, muestran que no en todos los escalones se forman regiones de recirculación.

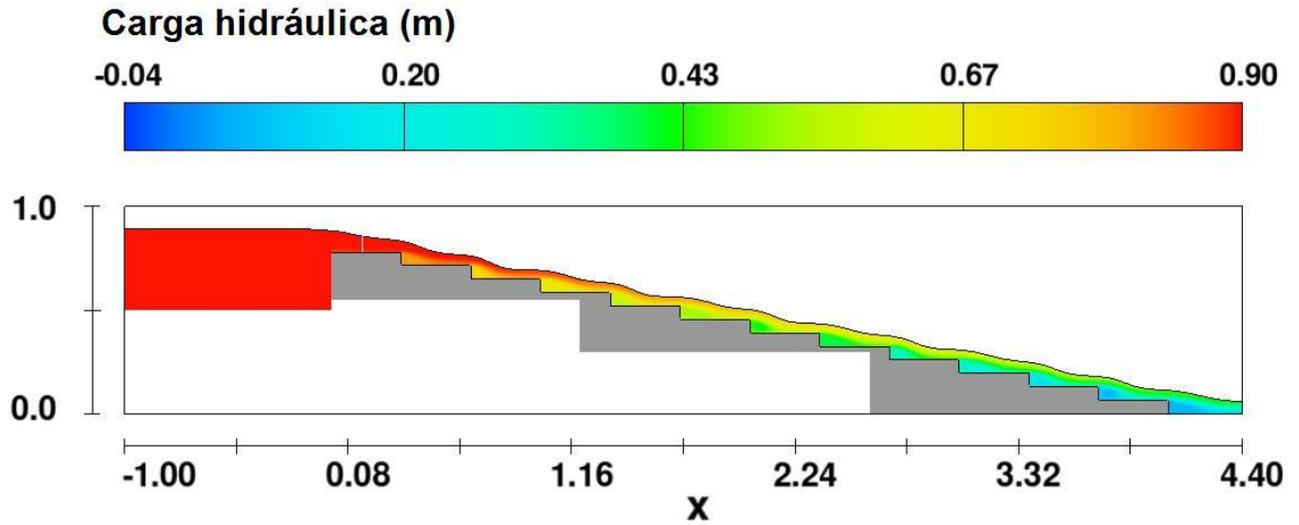


Figura 2.7 Distribución de la carga hidráulica en el dominio de flujo. Caso de flujo de transición.

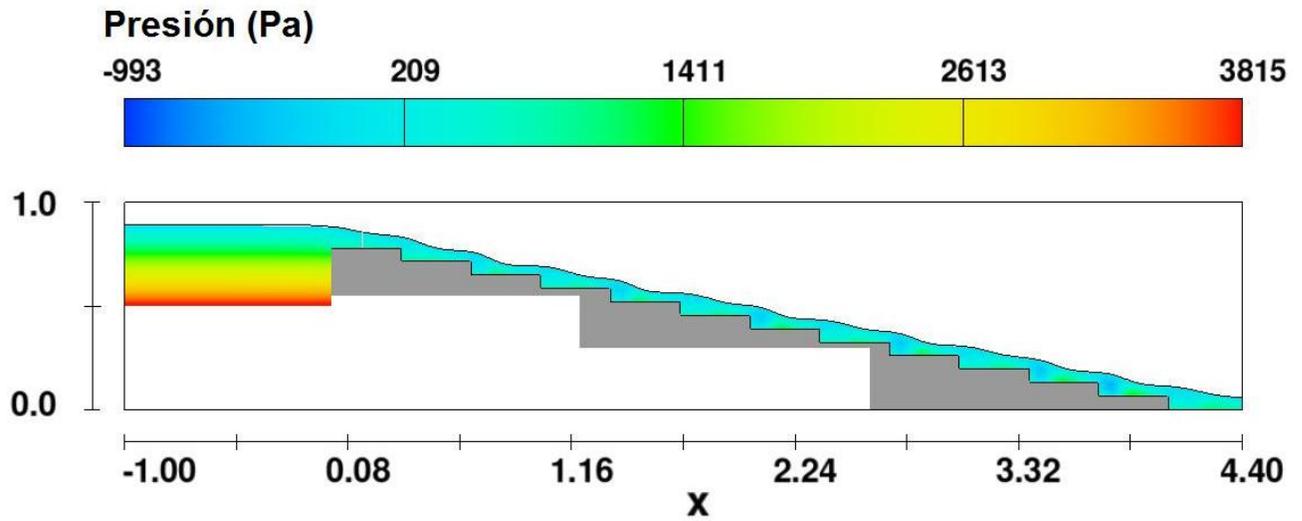


Figura 2.8 Distribución de presiones en el dominio de flujo. Caso de flujo de transición.

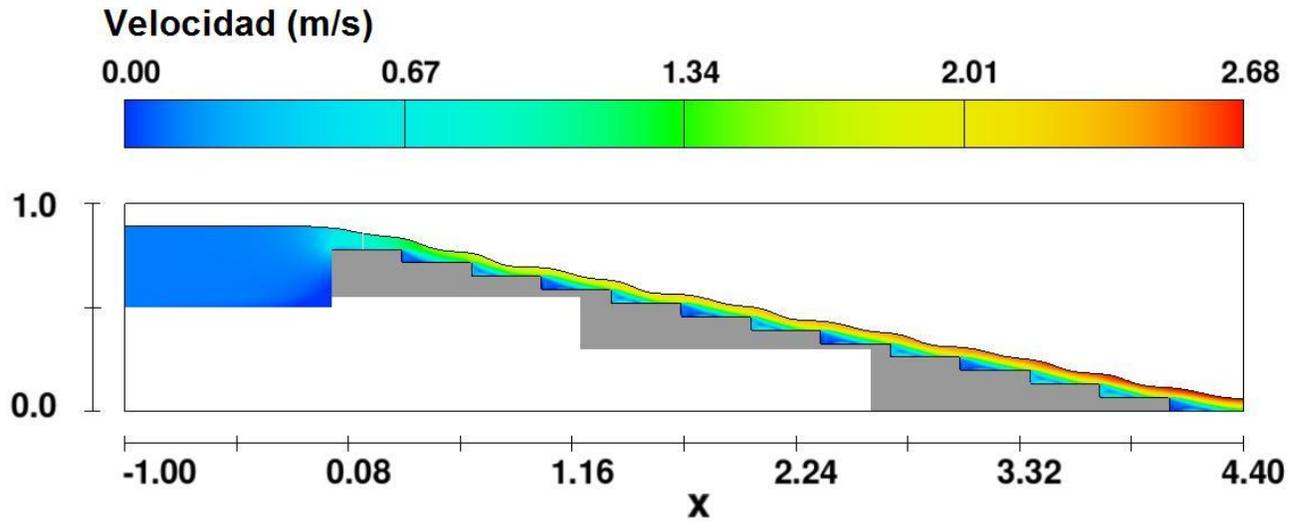


Figura 2.9 Distribución de velocidades en el dominio de flujo. Caso de flujo de transición.

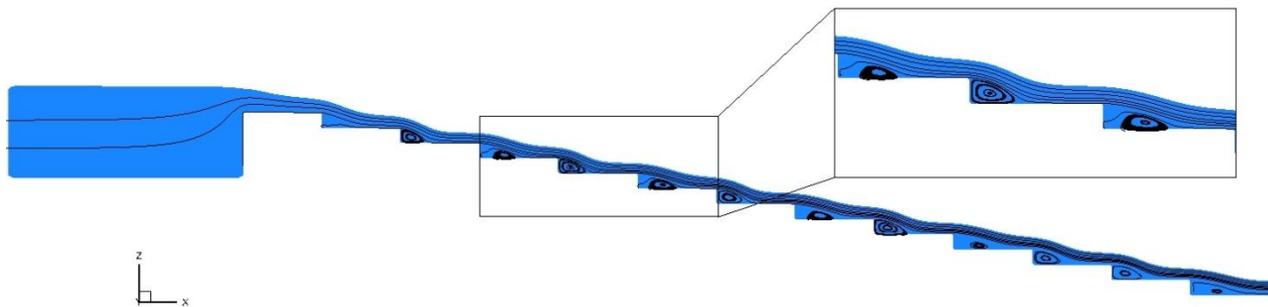


Figura 2.10 Líneas de corriente. Caso de flujo de transición.

### *Flujo rasante*

En la simulación del flujo rasante, se impuso un nivel de 0.97 m en la frontera agua arriba. Con ésta carga inicial se obtuvo un gasto de  $0.123 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$  y un tirante crítico de 0.133 m. De acuerdo con los valores obtenidos de la carga hidráulica (Figura 2.11), la pérdida de energía para este caso es 57.2%. A diferencia del caso del flujo de transición, las presiones negativas son de magnitudes menores, pero de igual forma se presentan en zonas cercanas a las esquinas de los escalones sobre la región de fluido (Figura 2.12).

Puede observarse también que para ésta condición la superficie libre del agua presenta ligeras ondulaciones. La Figura 2.13 muestra la distribución de velocidades a lo largo del vertedor, donde se aprecian las dos regiones de flujo, la recirculante y la capa rasante, tal y como lo describen González y Chanson (2007). En este caso las velocidades alcanzan valores máximos de hasta 3 m/s.

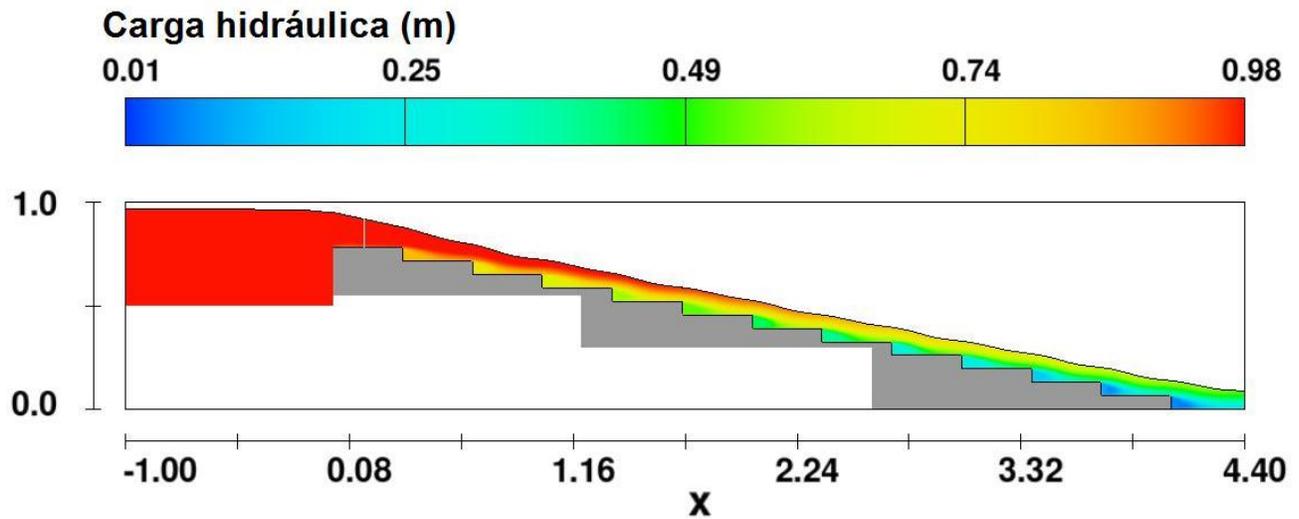


Figura 2.11 Distribución de la carga hidráulica en el dominio de flujo. Caso de flujo rasante.

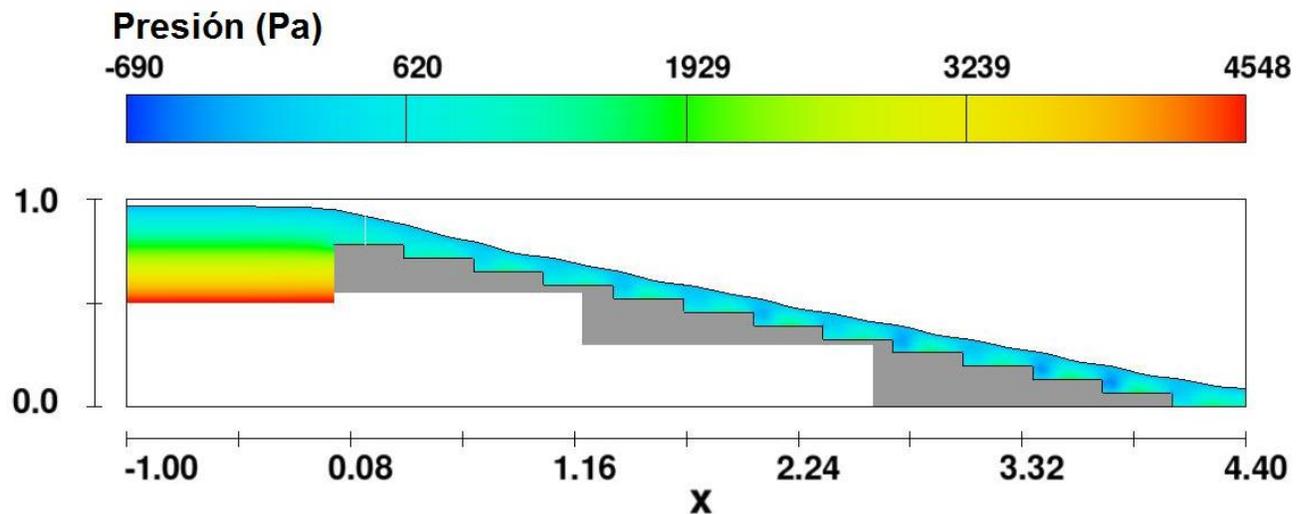


Figura 2.12 Distribución de presiones en el dominio de flujo. Caso de flujo rasante.

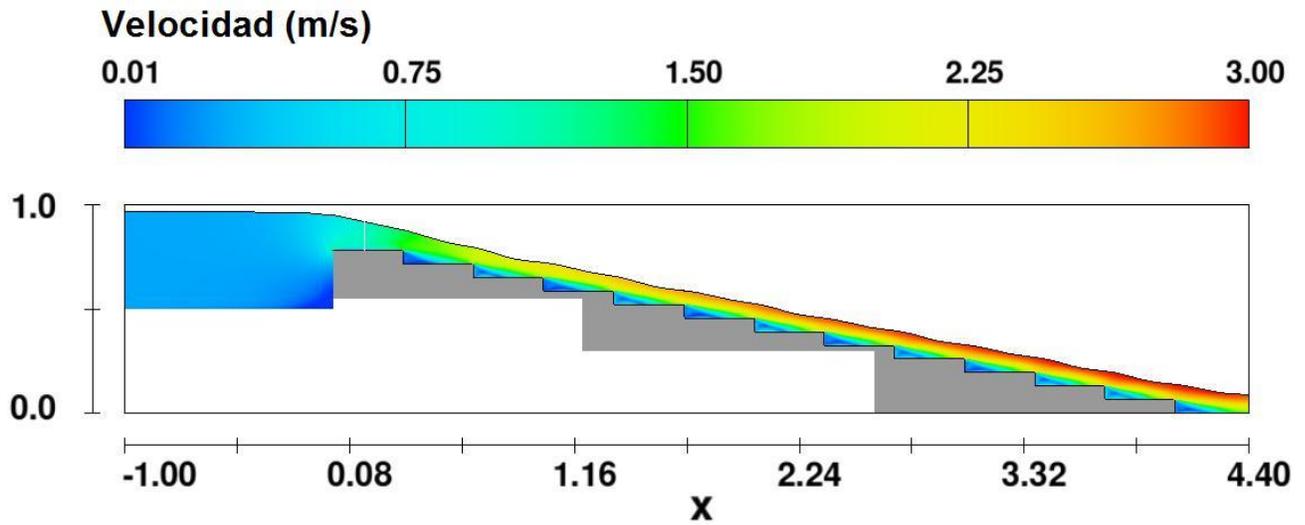


Figura 2.13 Distribución velocidades en el dominio de flujo. Caso de flujo rasante.

La región de vórtices recirculantes puede apreciarse en la Figura 2.14, donde se grafican las líneas de corriente. A diferencia del flujo de transición, en el flujo rasante los vórtices están claramente marcados en todos los escalones.

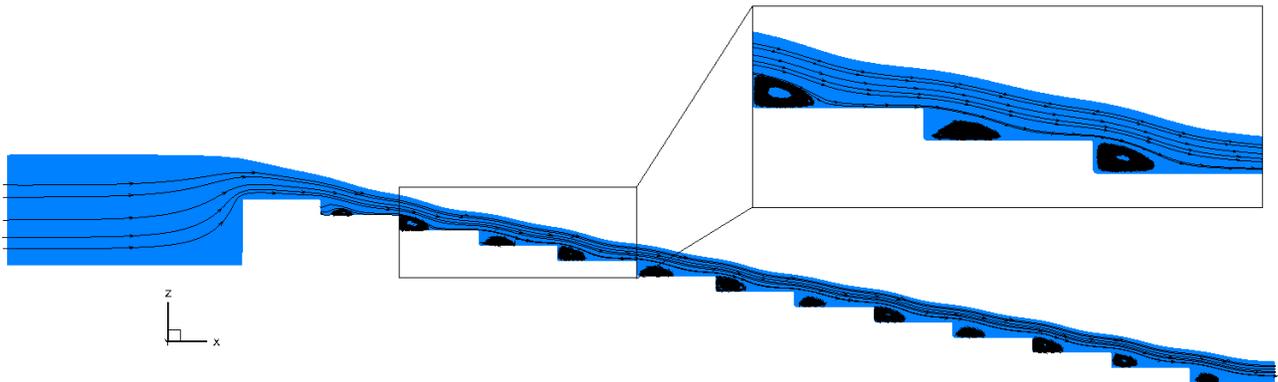


Figura 2.14 Líneas de corriente. Caso de flujo rasante.

Los resultados cuantitativos modelados coinciden con los tipos de flujo, gastos y tirantes críticos (Figura 2.15) reportados por Roshan *et al* (2010).

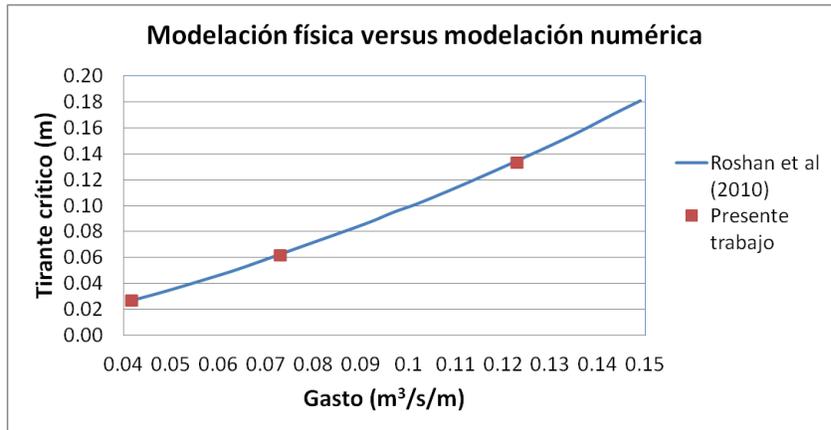


Figura 2.15 Comparación entre gastos y tirantes críticos medidos por Roshan *et al* (2010) contra calculados.

### b) Simulación de flujo rasante a escala prototipo

Para este caso se considero la geometría del vertedor de la presa Rendwick, para la cual Hunt *et al* (2008) construyeron un modelo físico de laboratorio escala 1:8. Las razones por las cuales se eligió ésta geometría son las siguientes:

1. El ángulo del vertedor es de  $14.04^\circ$ , y en la literatura no se reportan casos con vertedores de pendiente moderada (ángulos entre  $10$  y  $30^\circ$ ) (González y Chanson, 2007).
2. El número de escalones es de 40, que es al menos el doble del número de escalones que generalmente se reporta en la literatura (Bombardelli *et al*, 2010). Con esta configuración se analizará, además del funcionamiento hidráulico, el funcionamiento de los diferentes módulos del modelo numérico y sobre todo la estabilidad en la solución para la presión.

La malla numérica, del vertedor de la presa Rendwick, consistió en 2,315,723 celdas (Figura 2.16) con dimensiones de 0.058X0.058 m ( $dx$  y  $dz$ ) en la rápida, 0.1016X0.1016 sobre la cresta y 0.1016X0.2032 aguas arriba.

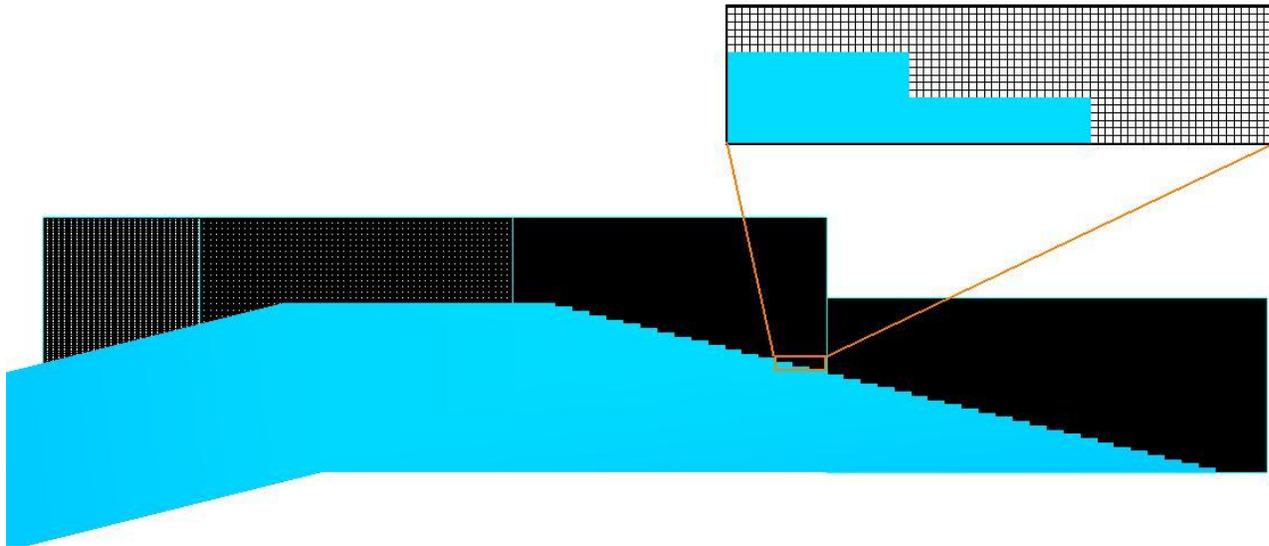


Figura 2.16 Malla utilizada en la modelación bidimensional de la presa Rendwick.

La altura total de la estructura del vertedor es de 12.192 m, y la carga impuesta en la simulación fue de 3.048 m. Bajo estas condiciones de operación se obtuvo un gasto de 8.908 m<sup>3</sup>/s/m, una condición de flujo rasante y una pérdida de energía del 55% (Figura 2.17). De acuerdo con la distribución de presiones (Figura 2.17) no se presentan presiones negativas en la superficie de la estructura, que junto con los valores tan bajos de velocidad en las zonas de flujo recirculante (en comparación con la velocidad en la capa rasante), reduce el riesgo de cavitación (Falvey, 1990). El comportamiento de la variación de la superficie libre coincide con lo reportado por Hunt *et al* (2008), la cual se hace prácticamente paralela a la cresta del vertedor (Figura 2.18). Las velocidades máximas desarrolladas sobre la zona de flujo son del orden de los 13.0 m/s (Figura 2.19), aunque puede apreciarse que el flujo se desarrolla en forma no uniforme a lo largo de la rápida, presentando valores más altos al pie.

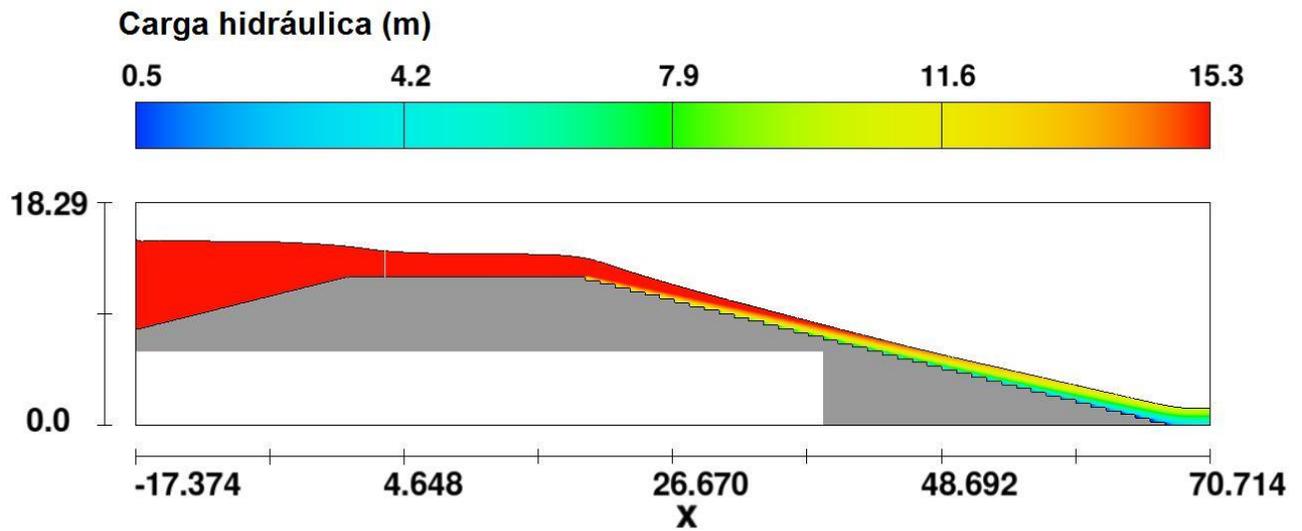


Figura 2.17 Distribución de la carga hidráulica en el dominio de cálculo.

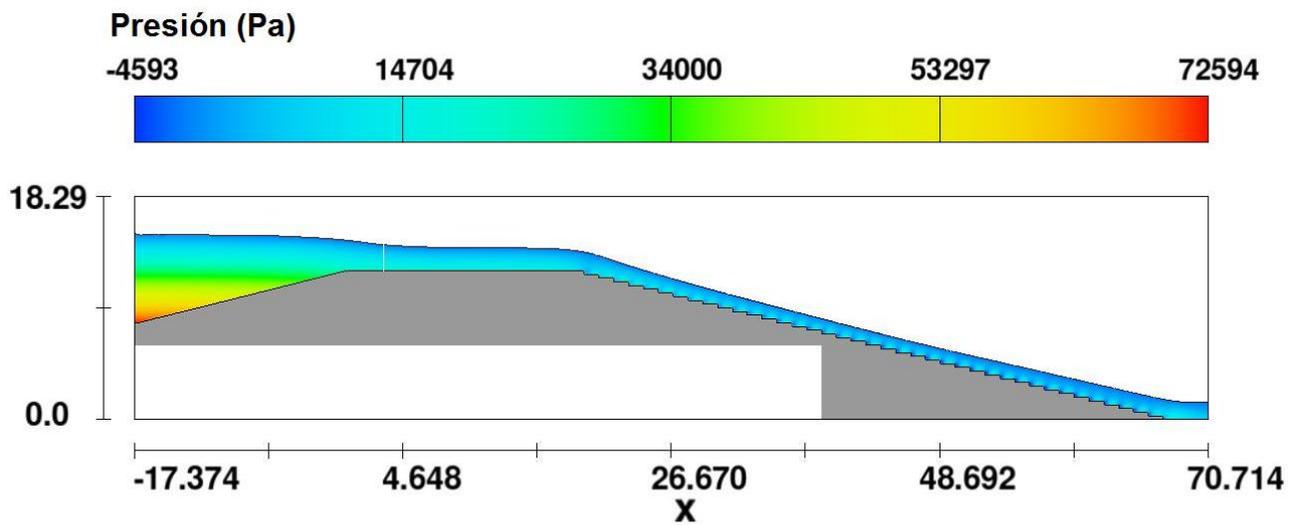


Figura 2.18 Distribución de presiones en el dominio de cálculo.

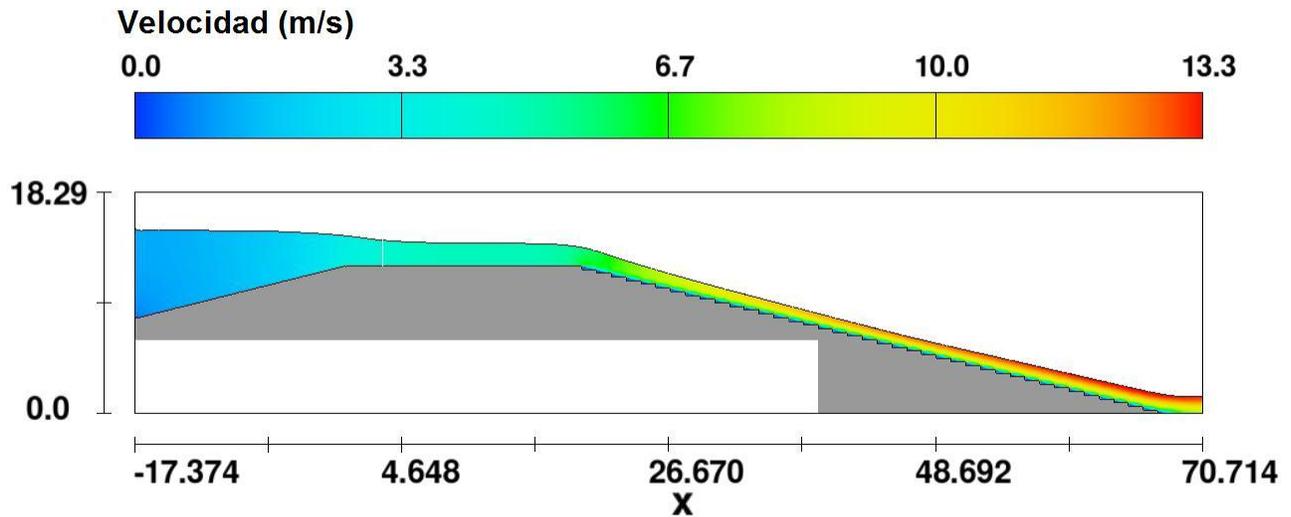


Figura 2.19 Distribución velocidades en el dominio de cálculo.

La Figura 2.20 muestra los vectores velocidad en la zona cercana al pie de la estructura. La región de flujo rasante y las zonas de recirculación se encuentran perfectamente definidas. Como dato interesante, pueden observarse franjas con velocidades de 6.0 m/s casi paralelas a las huellas de los escalones.

Finalmente, se decidió probar el modelo de inclusión de aire implementado en el Flow3D, con el cual también se puede evaluar la densidad de la mezcla aire agua y los efectos hidrodinámicos debidos a los cambios de densidad. En este caso de prueba, el punto de inserción natural se localizó en el escalón 23, y la longitud medida desde la cresta hasta el punto de inserción difiere en un 13% en comparación con el valor obtenido mediante la fórmula de Chanson (2001). Para ésta geometría, Hunt *et al* (2008) reportan el punto de inserción en el escalón 21 para un gasto de  $6.3 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$ . En este caso no se compararon valores en los cambios de densidad debido a que no son reportado en la publicación de Hunt *et al* (2008).

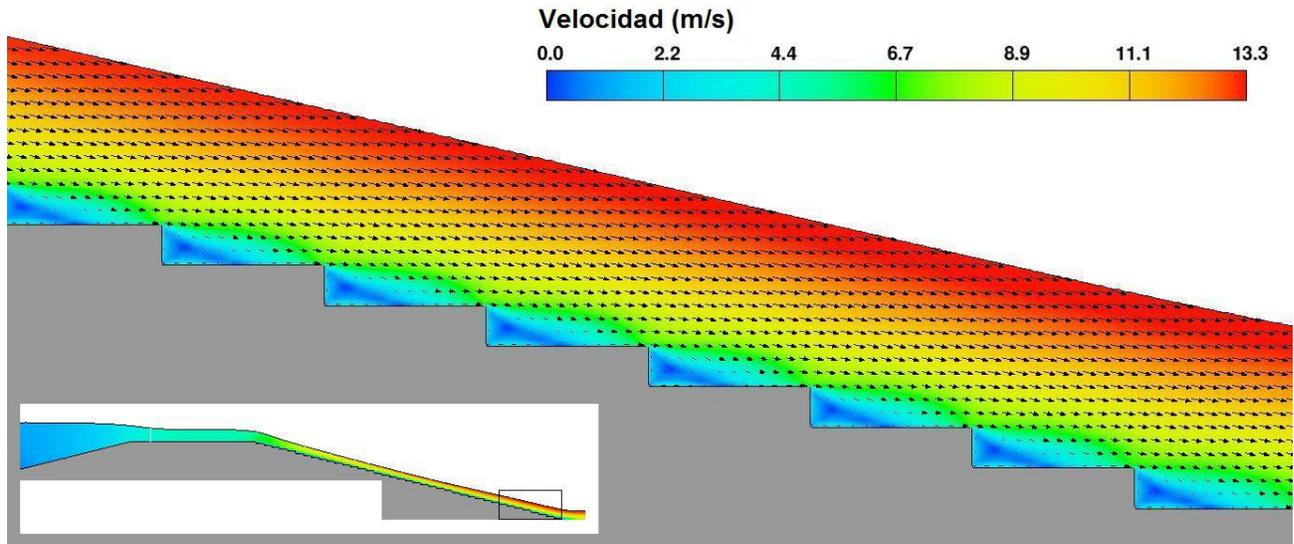


Figura 2.20 Vectores de velocidad en la región de flujo rasante.

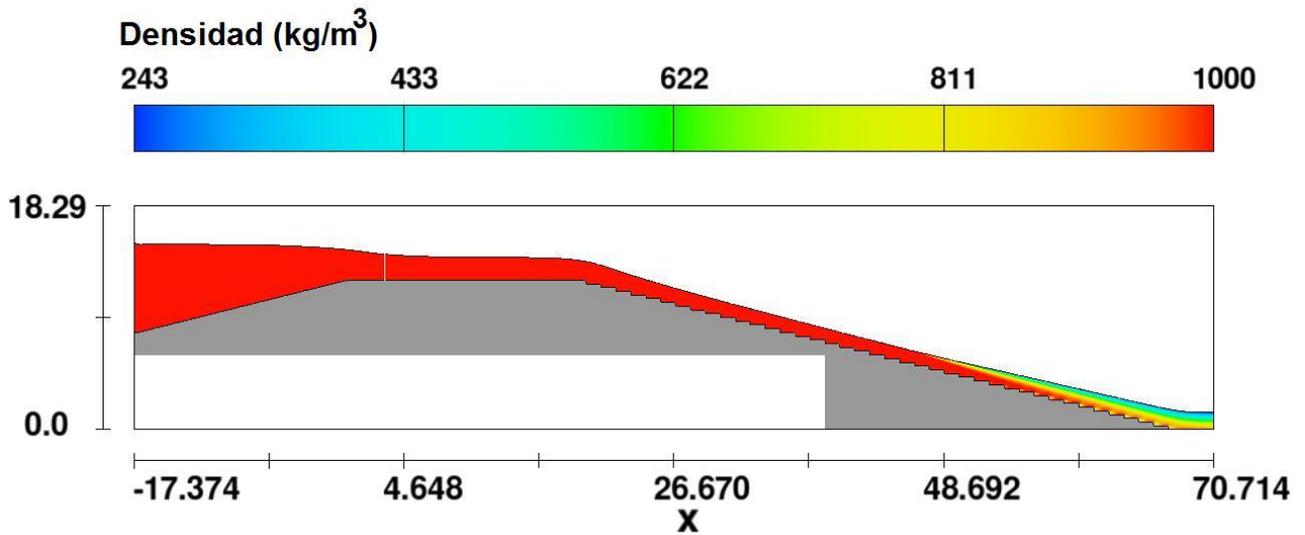


Figura 2.21 Distribución de la densidad en el dominio de cálculo.

## **2.4 Modelación numérica de la presa el Zapotillo**

La geometría simulada de la obra de excedencias de la presa el Zapotillo, cuenta con **93 escalones**, los cuales tienen una altura de 1.5 m y una huella de 1.25 m, más dos escalones intermedios con altura de 3.0 m y una huella de 2.5 m, con los se forma un ángulo de  $50.19^\circ$  y una altura total de la estructura de 114.19 m. La longitud de la rápida es de 153 m. La carga y gasto de diseño considerado en las simulación es de 6.76 m y  $5050 \text{ m}^3/\text{s}$ , respectivamente. El vertedor es tipo abanico con longitud de cresta de 140.4 m y un ángulo de  $23.739^\circ$  en la abertura radial.

Las simulaciones numéricas se llevaron a cabo en dos fases, la primera fue bidimensional considerando la sección central de la geometría. Posteriormente, se implementó la configuración tridimensional. En ambos casos no se consideró el tanque de amortiguamiento.

### **a) Simulación bidimensional**

En la simulación numérica bidimensional, el dominio de cálculo fue discretizado con 150,000 celdas con tamaños de  $0.25 \times 0.25 \text{ m}$  ( $dx$  y  $dz$ , respectivamente),  $0.25 \times 0.5 \text{ m}$  y  $0.5 \times 0.5 \text{ m}$ , distribuidas en seis bloques interconectados (Figura 2.22). Las celdas con dimensiones mínimas se localizan sobre la rápida y las de mayores dimensiones en la frontera aguas abajo. Se consideró ésta resolución para captar las variaciones de velocidad y de presión en la zonas de flujo recirculante de forma.

Una vez impuesta la carga de diseño de 6.76m se obtuvo un gasto de  $38.59 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$  y una pérdida de energía del 75.85% (Figura 2.23). A partir de los 90 m de elevación, la superficie libre del agua se hace prácticamente paralela a la pendiente de la rápida. La 24 muestra la distribución de presiones en todo el dominio de cálculo, las caídas de presión sobre la zona de la cresta y aguas bajo de ésta. Se tiene un incremento importante de la

presión sobre los escalones intermedios (con el doble de dimensiones), cerca de la interface entre la zona de flujo de recirculación y flujo rasante, igualmente sobre el pie de la estructura.

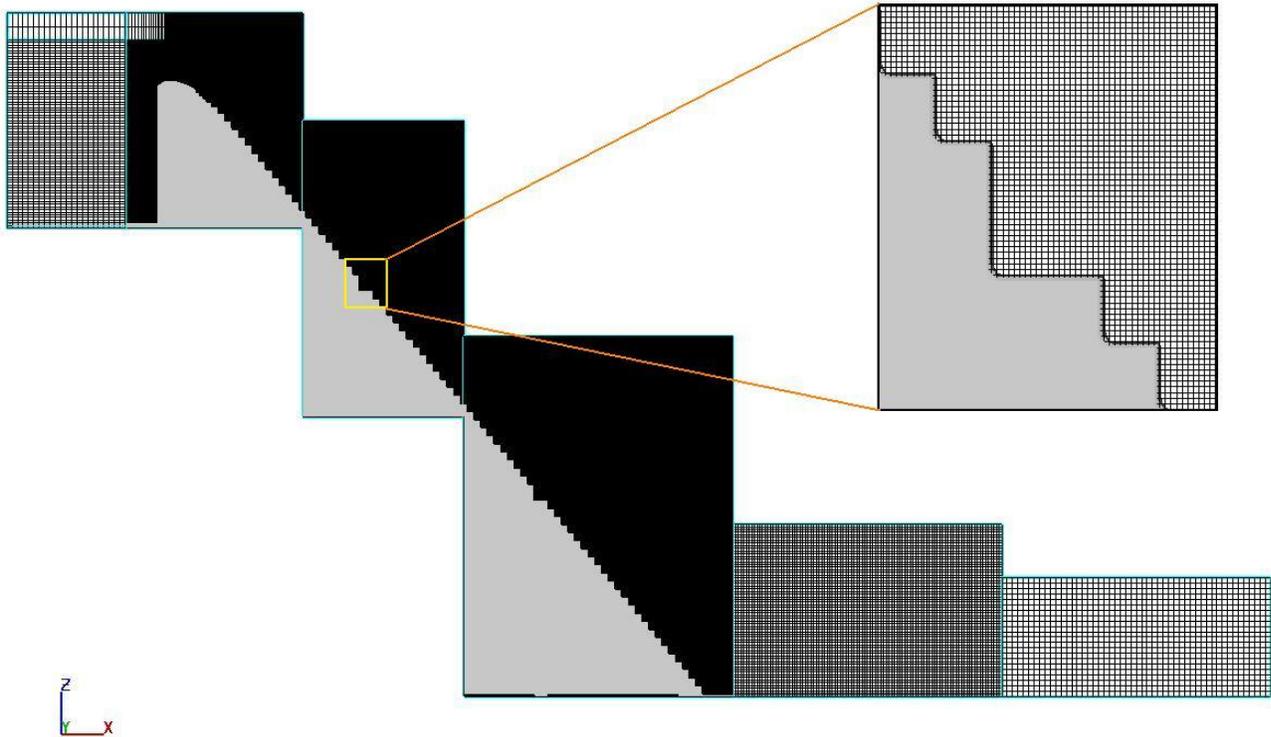


Figura 2.22 Malla utilizada en la modelación bidimensional de la presa el Zapotillo.

Para hacer un mejor análisis de la distribución de presiones sobre la rápida se ajustó la escala a los valores máximos y mínimos que en ella se tenía (Figura 2.25). Puede observarse, que una vez que la superficie libre del agua es paralela al talud de la estructura se presenta una distribución de presiones muy similar en todos los escalones, salvo en los escalones intermedios y los dos escalones posteriores. La forma de las líneas de iso-contornos concuerda con la obtenida por Chen *et al* (2002) para un vertedor escalonado con un ángulo de  $53^\circ$ . No se pudo comparar esta distribución con el modelo probado en el Laboratorio en Enzo Levi, debido a la forma de realización de las pruebas experimentales, pero en forma cualitativa se tienen resultados similares a los numéricos presentados en este estudio.

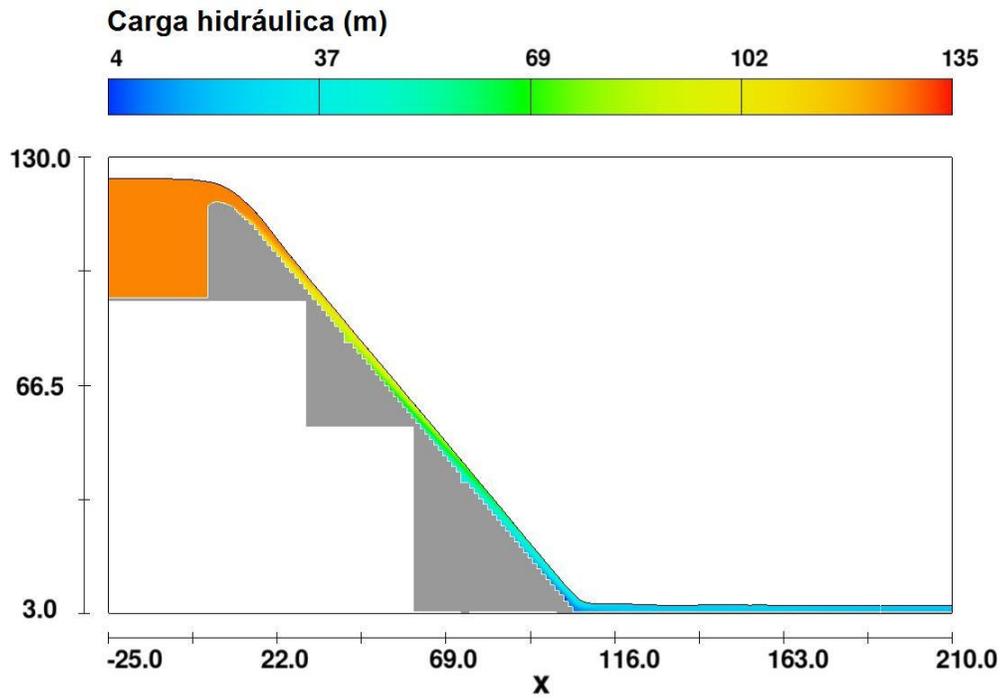


Figura 2.23 Distribución de la carga hidráulica en dominio de cálculo.

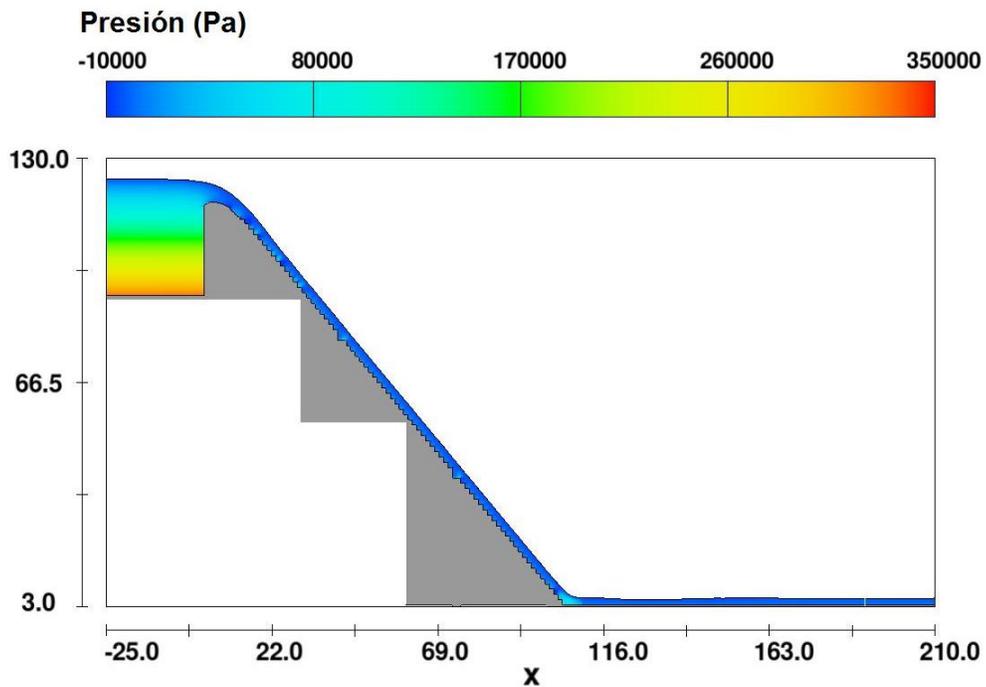


Figura 2.24 Distribución de presiones en el dominio de cálculo.

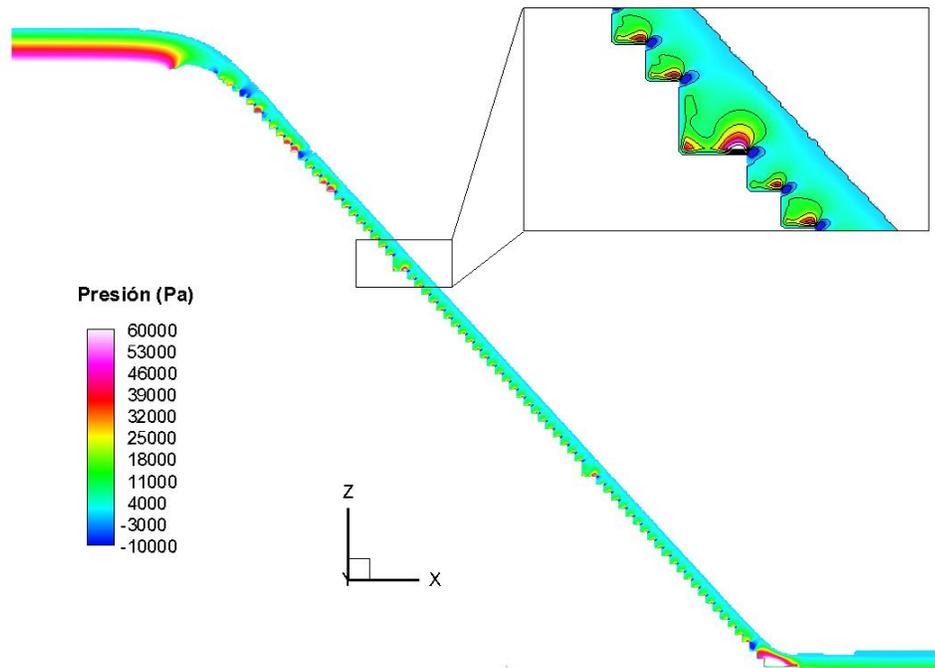


Figura 2.25 Distribución de presiones sobre la rápida.

En la Figura 2.25, se presentan un gradiente importante de presiones en la zona adjunta a las esquinas de los escalones, pasando de presiones negativas a positivas, este patrón se mantiene para todos los escalones donde la superficie libre del flujo es paralela al talud de la estructura. Fuera de esa zona, se aprecian algunos puntos con presiones negativas como son: aguas abajo de la cresta en la zona de transición del tamaño de los escalones, y cerca del pie de la estructura. Estos puntos se consideran de mucho interés, ya que las presiones negativas contribuyen al riesgo de cavitación y se evalúa con el valor del *número de Thoma* (que se evalúa más adelante

Para esta carga de diseño, la velocidad del agua alcanza valores de 22.3 m/s (Figura 2.26), cerca de la superficie libre del agua a lo largo de la segunda mitad de la longitud de la rápida. La capa de flujo rasante se muestra perfectamente definida así como también las zonas de recirculación (Figura 2.27), con un tirante promedio de 2.3 m.

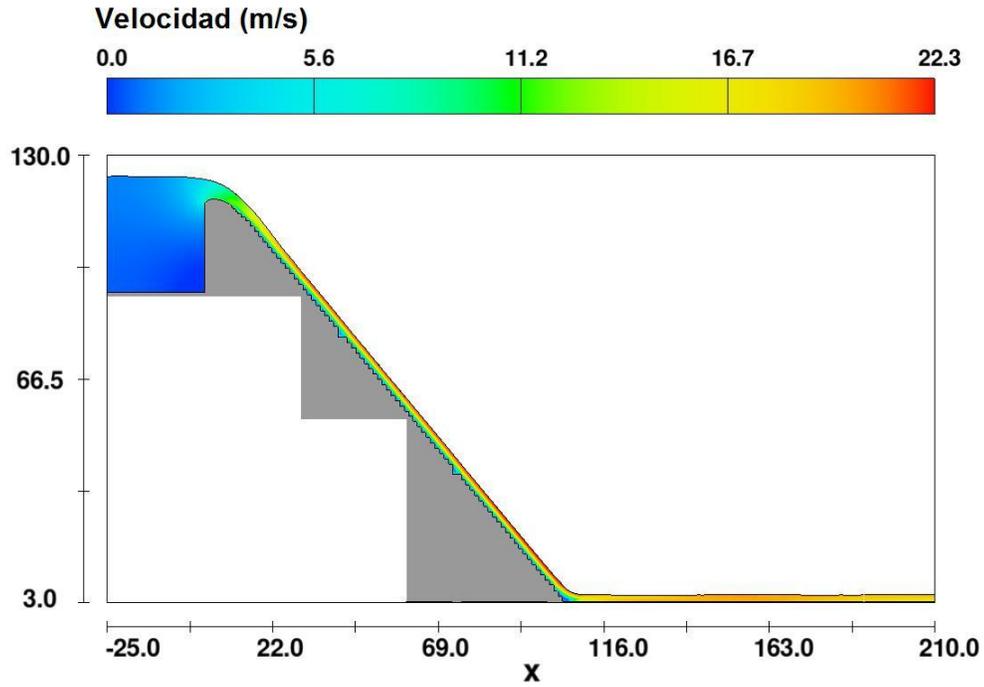


Figura 2.26 Distribución de velocidades en el dominio de cálculo.

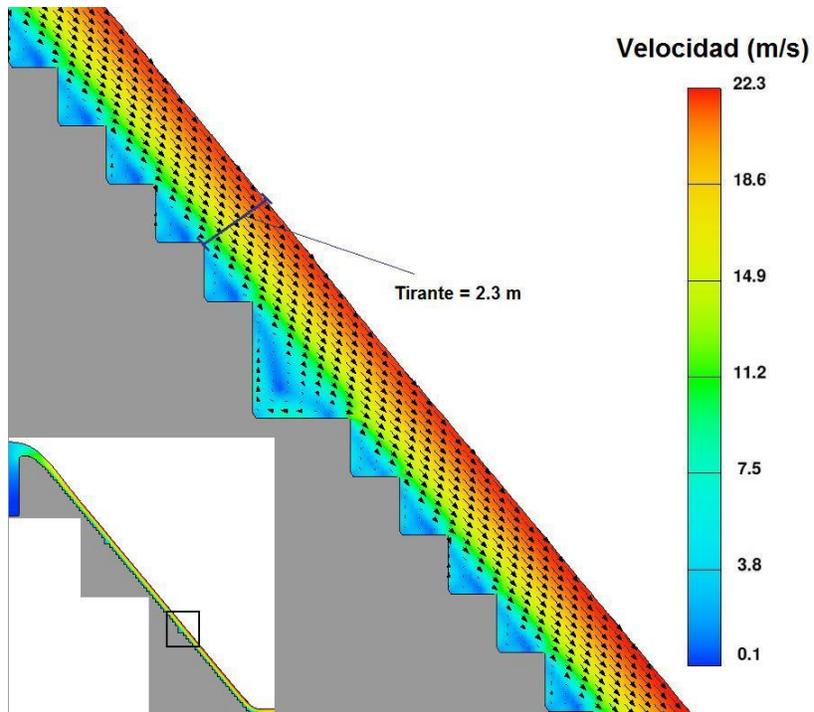


Figura 2.27 Distribución de velocidades en la región de flujo rasante

La Figura 2.28 muestra el perfil de velocidades correspondiente a la zona de flujo rasante. La distribución de velocidades indica que se mantiene la condición de no deslizamiento, a pesar de ser un flujo rasante que flota sobre el campo de flujo recirculante, con lo cual se contribuye a la disipación de la energía a lo largo de la rápida, manteniendo el esfuerzo cortante.

Este perfil se asemeja en forma a los reportados por Bombardelli *et al* (2010), sin embargo las magnitudes de velocidad que se desarrollan en el presente estudio debido a la altura de la presa, son hasta cuatro veces mayores.

Al igual que en las simulaciones anteriores, para este caso también se calculó la intrusión de aire (Figura 2.29). El punto de inceptión se localiza al inicio de los escalones, sin embargo, la intrusión de aire empieza a desarrollarse un poco antes del primer escalón con dimensiones mayores. Finalmente, también se calcularon los números de *Thoma* (Arreguín-Cortés, 2000) con el fin de identificar zonas sujetas a posible cavitación (Figura 2.30), utilizando el criterio de Echávez y Ruiz(2006). De acuerdo con los cálculos, puede apreciarse las ventajas de la utilización de una rápida escalonada, ya que los valores del número de *Thoma* están por encima del índice de cavitación incipiente. Nota: si el vertedor fue una rápida lisa se requeriría la inclusión de aireadores para la eliminación de los efectos de la cavitación.

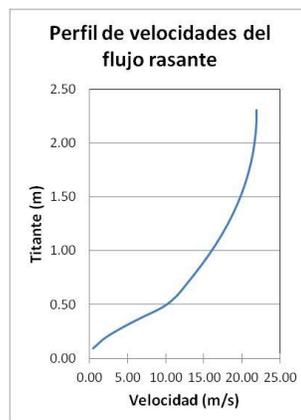


Figura 2.28 Perfil de velocidades en la región de flujo rasante. Perpendicular a la superficie escalonada.

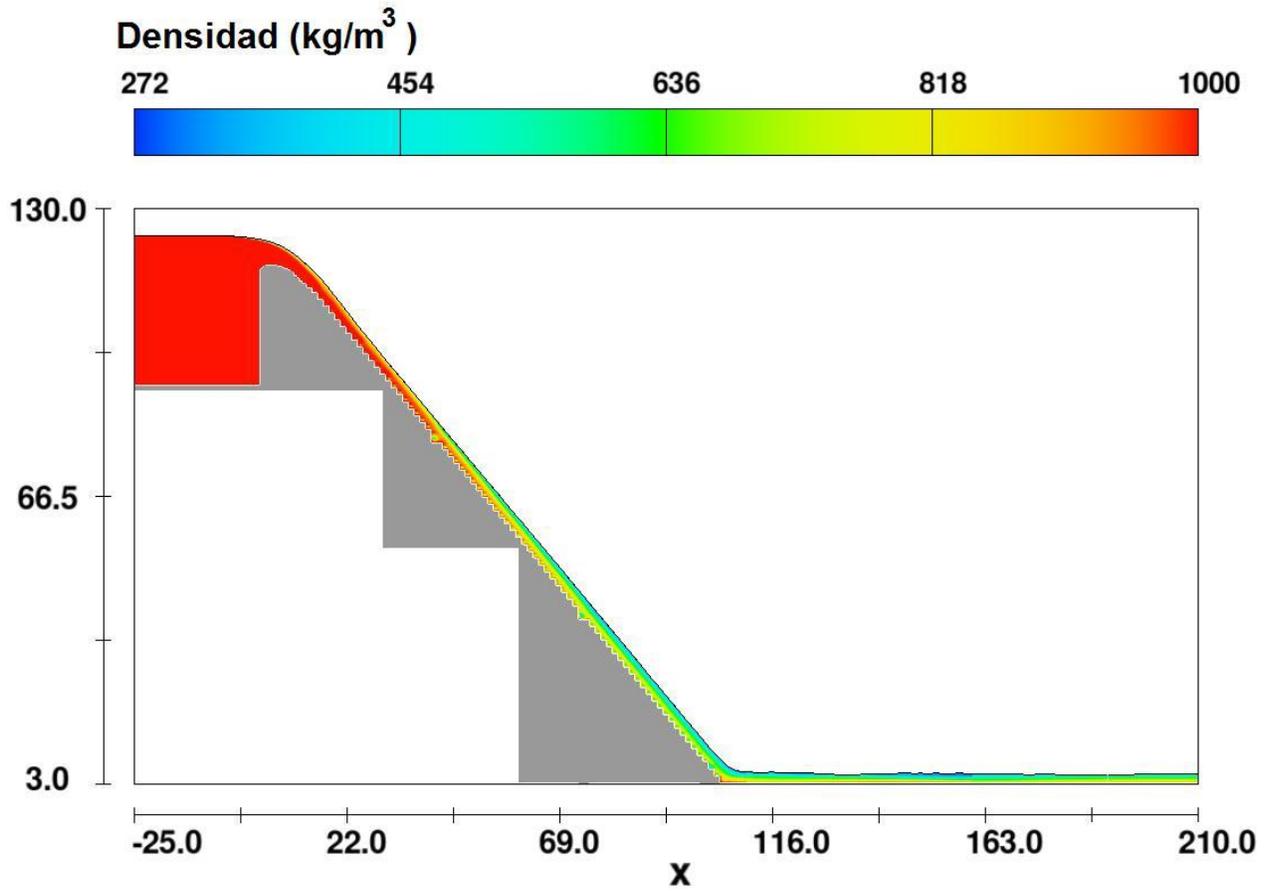


Figura 2.29 Distribución de la densidad en el dominio de cálculo.

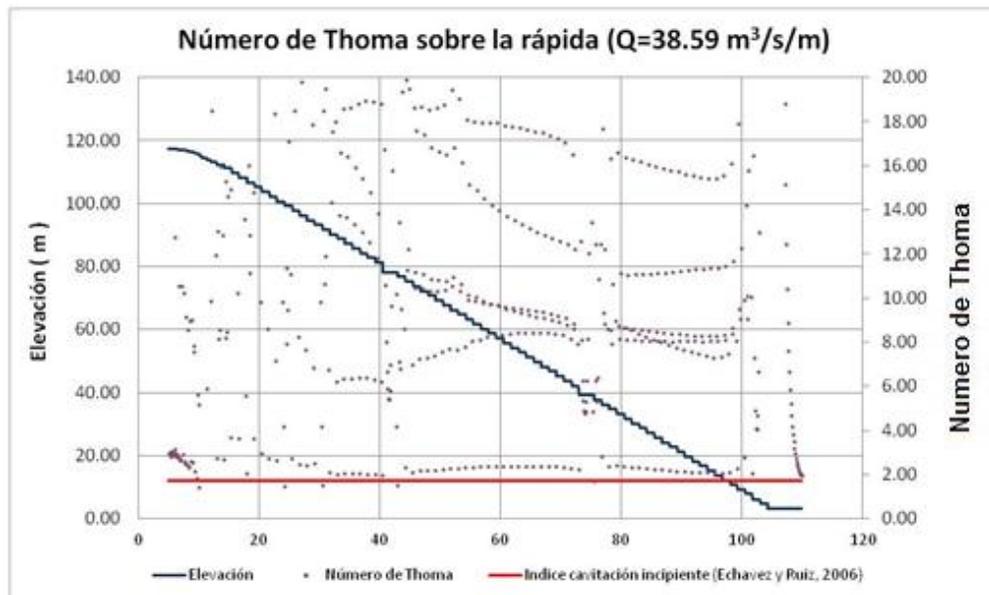


Figura 2.30 Número de *Thoma* sobre la superficie de la rápida de la presa El Zapotillo.

### ***b) Simulación tridimensional***

Para llevar a cabo la simulación numérica tridimensional, se construyó un modelo CAD en formato *stl* de la geometría de la Presa el Zapotillo (Figura 2.31), en cual se muestra el vertedor de abanico más la rápida escalonada. Para ello, se utilizaron seis bloques interconectados tal como se hizo en la simulación bidimensional (Figura 2.32), con anchos de celda variable, los cuales se muestran en la Figura 2.33. El total de celdas utilizado en el preproceso fue de 16,264,192. Mientras que durante el proceso de cálculo se utilizaron 8,943,014 de celdas.

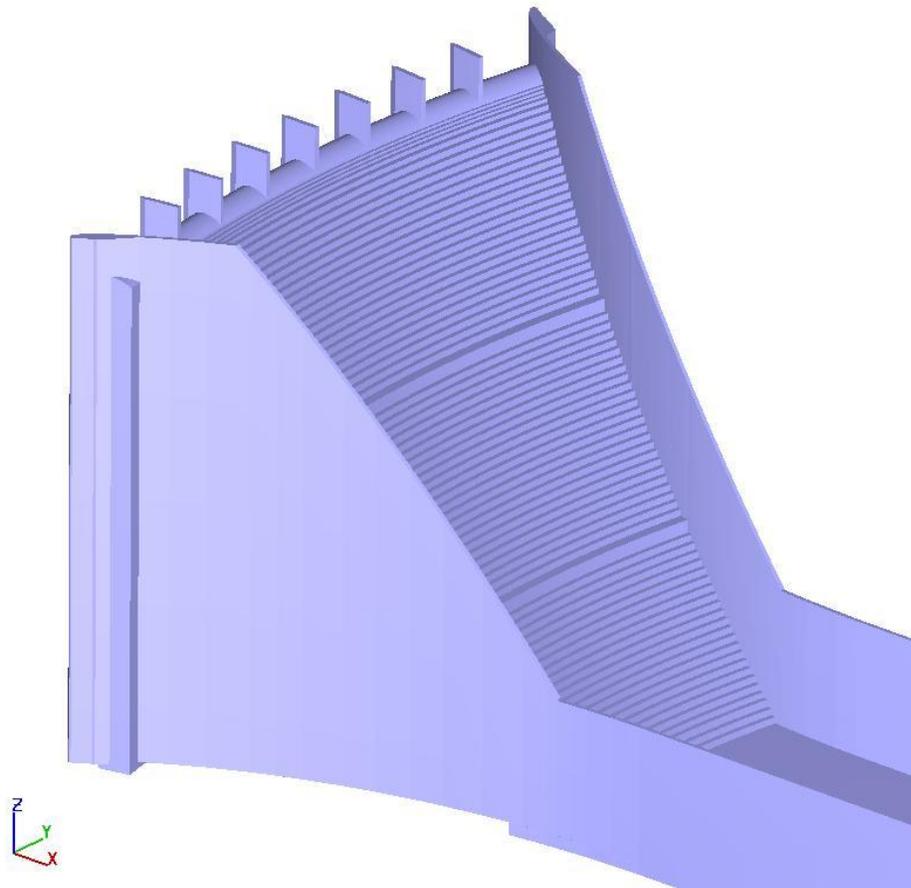


Figura 2.31 Vista en 3D de la geometría simulada de la Presa el Zapotillo.

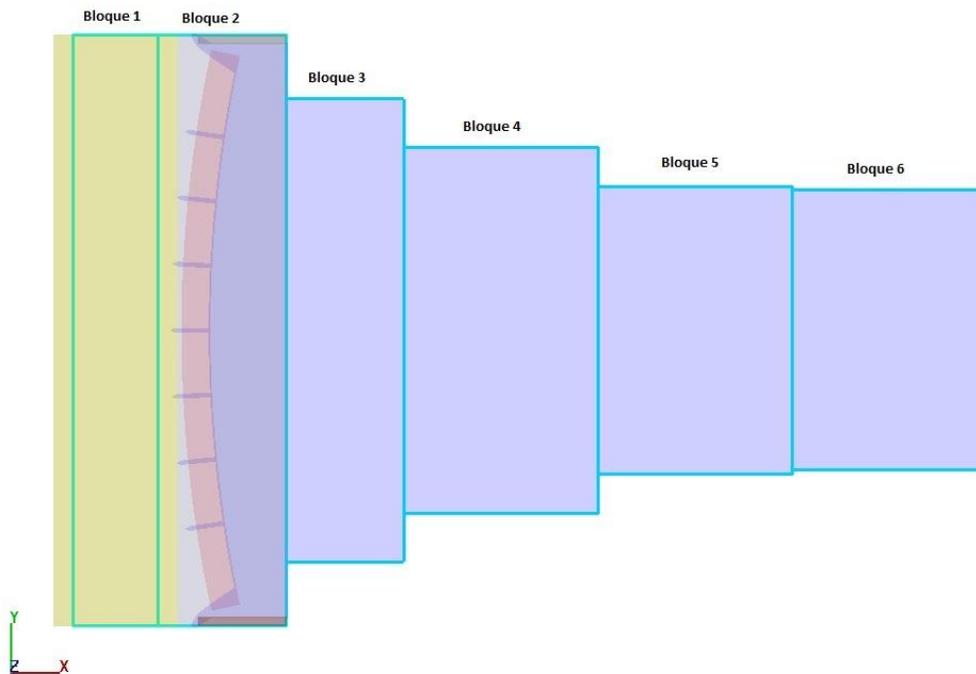


Figura 2.32 Vista en planta de los bloques de malla interconectados.

Bloque	dy (m)	celdas
1	1.00	273,504
2	0.50	1,539,792
3	0.50	3,132,960
4	0.50	10,746,400
5	0.50	511,632
6	1.00	59,904
	Total	16,264,192

Figura 2.33 Distribución de anchos y numero de celdas por bloque.

Una vez forzado el modelo numérico para operar con una carga de 6.76 m, se obtuvo un gasto promedio de 5415 m<sup>3</sup>/s, el cual es un 7.23% mayor al gasto teórico obtenido para dicha condición. La Figura 2.34 muestra la superficie libre del agua, así como la estructura hidráulica y las pilas a lo largo de la cresta del vertedor. Puede notarse una enorme variabilidad en la superficie libre del agua en la franja central, a diferencia de las zonas aledañas a los muros. Al pie de la estructura existe un apilamiento de la masa de agua en la zona central.

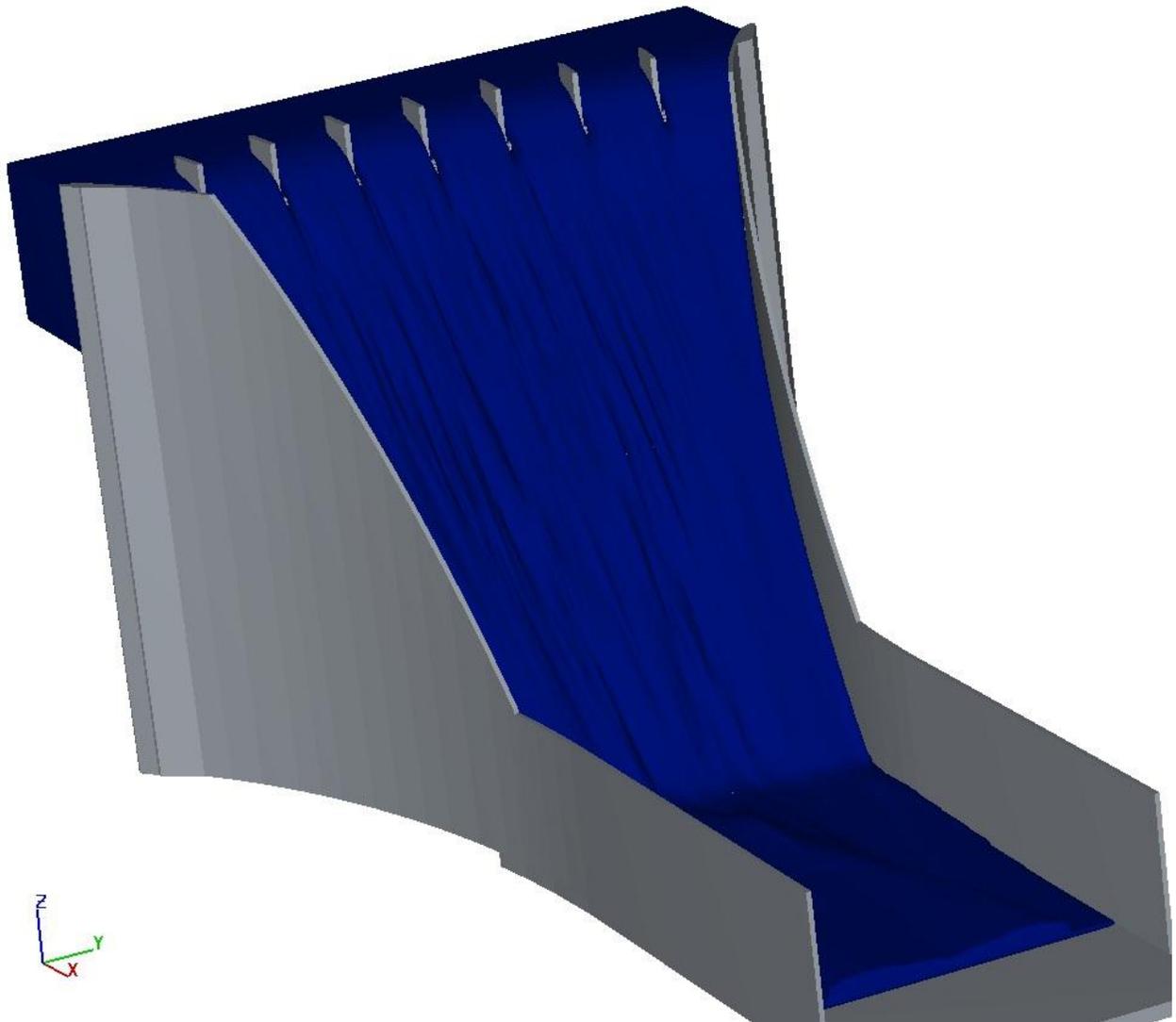


Figura 2.34 Vista en perspectiva de la superficie libre del agua y la estructura.

Para éstas condiciones de simulación, la disipación de energía en el modelo numérico es del orden del 73%. De acuerdo con la distribución de la carga hidráulica (Figura 2.35) y de velocidades (Figura 2.36) en el dominio de cálculo, el flujo se comporta de manera muy diferente en la franja central, en comparación a la zonas pegadas a los muros laterales.

Las velocidades en las franjas laterales alcanzan valores de hasta 35 m/s (Figura 2.36), que son del orden de un 55% mayores a las velocidades máximas obtenidas en la simulación bidimensional. En la franja central los valores varían de 17 a los 25 m/s, esto demuestra la importancia de contar con modelaciones completamente tridimensionales tanto físicas como numéricas.

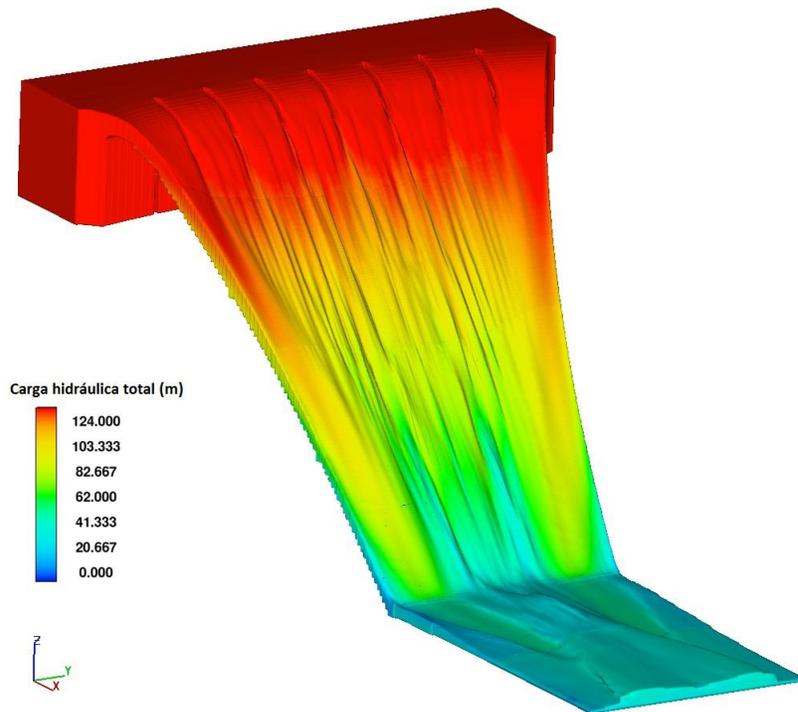


Figura 2.35 Distribución de la carga hidráulica total en el dominio de cálculo.

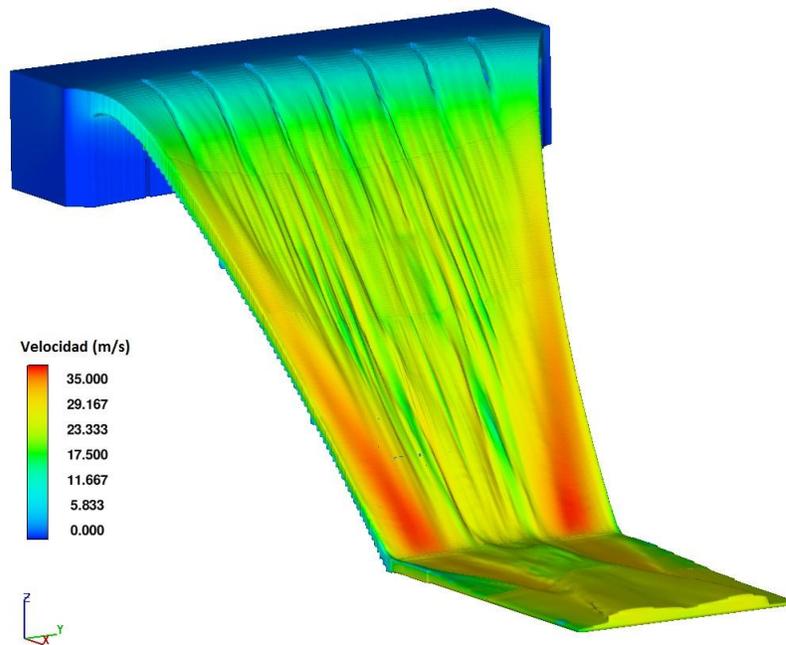


Figura 2.36 Distribución de velocidades en el dominio de cálculo.

Para obtener una mejor idea sobre el comportamiento del flujo, se graficaron las líneas de corriente. En su vista en planta (Figura 2.37) se observa que en las franjas laterales las líneas de corrientes van casi paralelas a los muros de contención, sin embargo, una vez que pasan el pie de la estructura tienden a concentrarse en la zona central.

Como se ha mencionado anteriormente, la zona central se comporta de manera totalmente diferente y las líneas de corriente sufren cambios bruscos de dirección, y al contrario de las franjas laterales, las líneas de corriente pasando el pie de la estructura tienden a divergir.

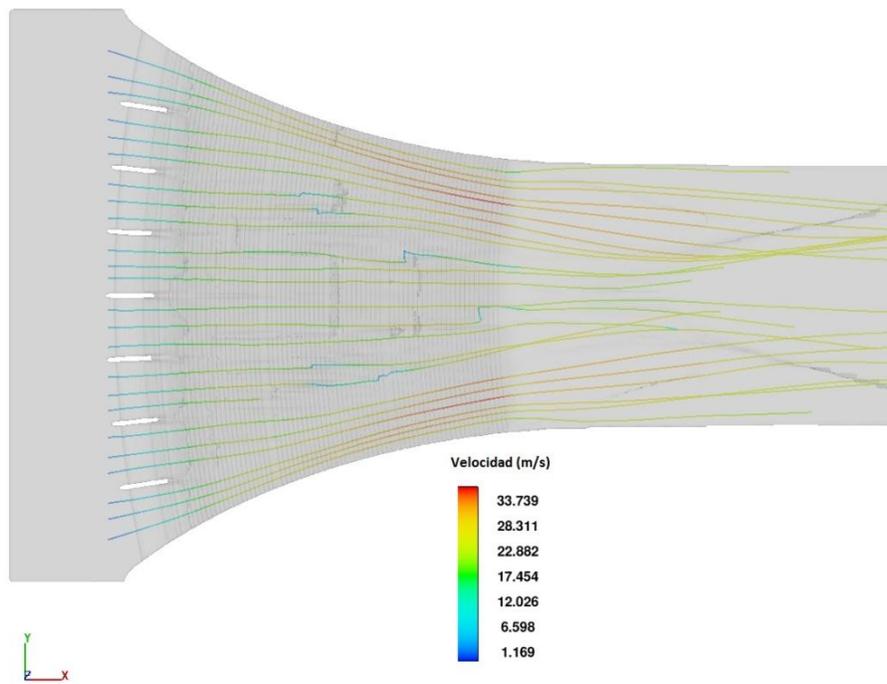


Figura 2.37 Vista en planta de las líneas de corriente.

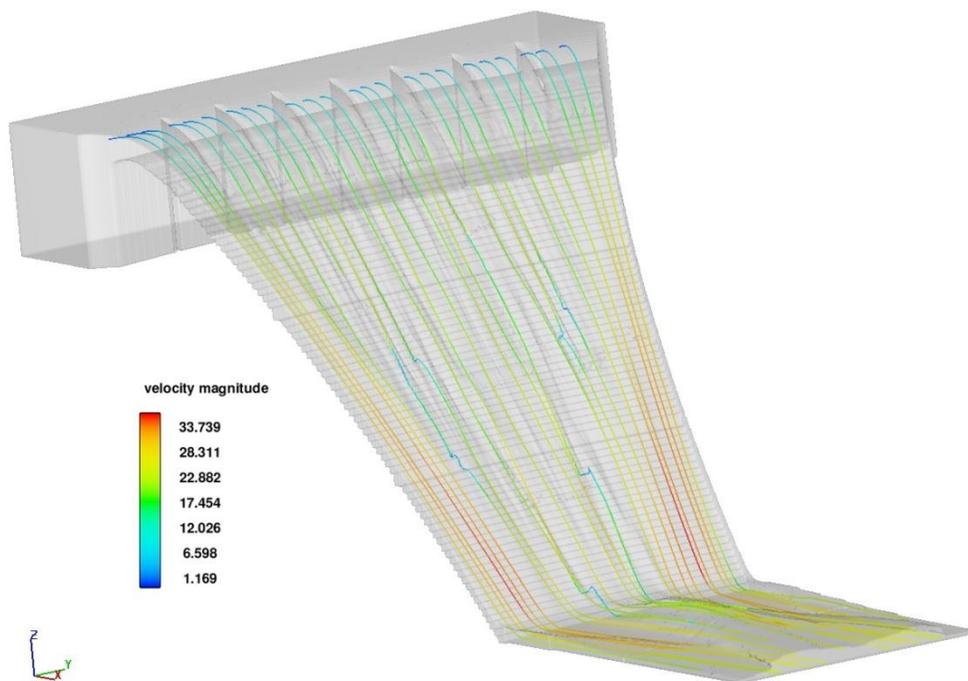


Figura 2.38 Vista en 3D de las líneas de corriente.

Los cambios bruscos de dirección se presentan en la zona limitada por los dos escalones con dimensiones mayores, lo cual puede apreciarse mejor en la vista en perspectiva (Figura 2.38). Aunque las líneas de corriente aparentan cruzarse en la vista en planta, es importante resaltar que eso no sucede realmente, como puede apreciarse en la vista en perspectiva.

Finalmente, como en los casos anteriores, se presenta la variación de la densidad en el dominio de cálculo (Figura 2.39). De acuerdo con los resultados de la simulación numérica, el punto de inserción se localiza prácticamente aguas abajo de las pilas, lo cual corresponde con lo observado en la modelación física.

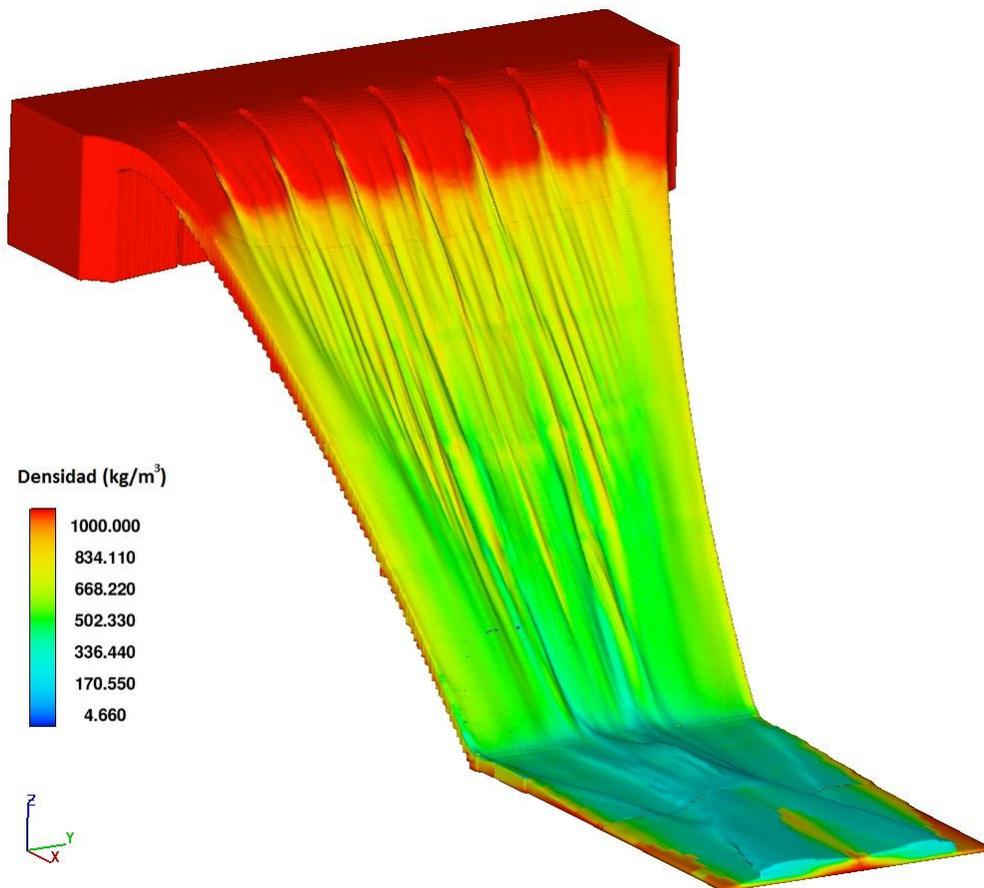


Figura 2.39 Distribución de la densidad de la mezcla agua-aire en el dominio de cálculo.

Para el caso de análisis de la densidad la concentración de aire es mayor en la franja central en comparación que en las franjas laterales. Esta concentración genera una alta turbulencia en la franja central, lo cual produce una alta disipación de energía.

### 3. Modelación física de la presa el Zapotillo y comparación de resultados

Para contrastar los datos medidos contra calculados, se hizo uso de los datos disponibles de la modelación física de la Presa el Zapotillo, de la cual se construyeron dos modelos físicos: uno bidimensional a escala 1:40 (Figura 3.1); y otro tridimensional a escala 1:50 (Figura 3.2). Los modelos a escala reducida fueron construidos en el laboratorio Enzo Levi del IMTA. Para medir las velocidades en el canal bidimensional, se hizo uso de una cámara de alta velocidad (Salgado, 2011), dichas velocidades se presentan en la Figura 3.3. En el modelo tridimensional se midieron presiones mediante piezómetros, y se instalaron aireadores en los escalones de mayores dimensiones.



Figura 3.1 Vista del modelo físico bidimensional. Escala 1:40.



Figura 3.2 Vista del modelo físico tridimensional. Escala 1:50 (Salgado, 2011).

Velocidades en la rápida de la Presa el Zapotillo. Modelo bidimensional.									
ARCHIVO	LINEA REFERENCIAL	ESCALÓN	GASTO	VELOCIDAD PARCIAL (m/s)	$(V_{parcial})^{*}(40)^{*}0.5$	DISTANCIA PARCIAL (m)	DISTANCIA PARCIAL PROTOTIPO (m)	DISTANCIA TOTAL X (m)	VELOCIDAD PROMEDIO TOTAL (m/s)
QmaxP1Z	L1	1	100.04 l/s	1I	11.884	0.201	8.032	0.698	14.180
				1C	13.029	0.416	16.628		
				1D	13.029	0.553	22.132		
QmaxP2Z	L2	13	100.04 l/s	2I	19.922	0.152	6.064	0.680	20.810
				2C	19.922	0.305	12.184		
				2D	19.353	0.586	23.428		
QmaxP3Z	L3	26	100.04 l/s	3I	25.090	0.124	4.964	0.663	27.100
				3C	26.051	0.307	12.280		
				3D	25.273	0.495	19.808		
QmaxP4Z	L4	38	100.04 l/s	4I	26.051	0.154	6.152	0.621	31.900
				4C	28.226	0.312	12.468		
				4D	28.226	0.483	19.324		
QmaxP1Z	L5	51	100.04 l/s	5I	29.213	0.139	5.552	0.576	35.570
				5C	28.796	0.307	12.280		
				5D	40.313	0.471	18.840		

Figura 3.3 Medición de velocidades en el modelo escala 1:40 (Salgado, 2011).

Aunque el modelo bidimensional va reduciendo el ancho de la sección con la altura, las velocidades medidas en él se utilizaron para hacer una comparación con la modelación numérica bidimensional del presente trabajo, dado que la contracción no es muy significativa ni brusca. Puede observarse que las magnitudes de velocidad obtenidas tanto en la modelación física como numérica tienen un valor similar a lo largo de la rápida (Figura 3.4), y que existe una inversión de entre valores mayores y menores de velocidad entre los escalones 13 y 26. Una mejor aproximación podría obtenerse representando tridimensionalmente la geometría a escala 1:40 tal cual, sin embargo, debido a que sigue siendo una aproximación bidimensional y las magnitudes de velocidad están en el orden. Esta comparación se consideró suficiente para fines de validación de la simulación numérica.

Para la simulación 3D, el comportamiento del modelo numérico se evaluó únicamente de manera cualitativa, ya que desafortunadamente es muy difícil técnicamente, y además costoso (ya que no se cuenta con el equipo adecuado), medir adecuadamente las velocidades y presiones en diferentes zonas de la rápida. La Figura 3.5 muestra la comparación entre la intrusión de aire en los modelos físicos y numéricos. Es interesante observar, que no sólo la posición del punto de inyección corresponde entre los modelos, sino que además corresponde la distribución de la densidad sobre la rápida. Como se había indicado anteriormente, la franja central de la rápida tiene un comportamiento sumamente distinto a las franjas laterales, y esto puede apreciarse claramente en la fotografía de la modelación física, en donde pueden observarse las franjas laterales prácticamente transparentes, mientras que en la zona central la masa se ve blanca debido a la alta intrusión de aire. La alta intrusión de aire en la franja central puede explicar los cambios bruscos en el trazo de las líneas de corriente, así como también las altas velocidades en las franjas laterales, ya que dado que hay una menor intrusión de aire, la disipación de energía también lo es.

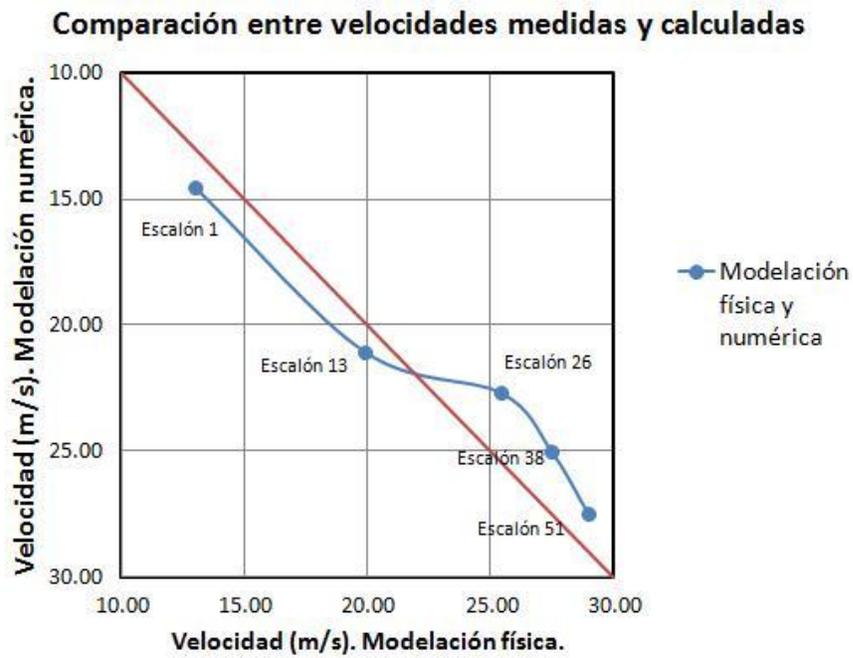


Figura 3.4 Comparación cuantitativa entre valores de velocidad medidos y simulados. Bidimensional.

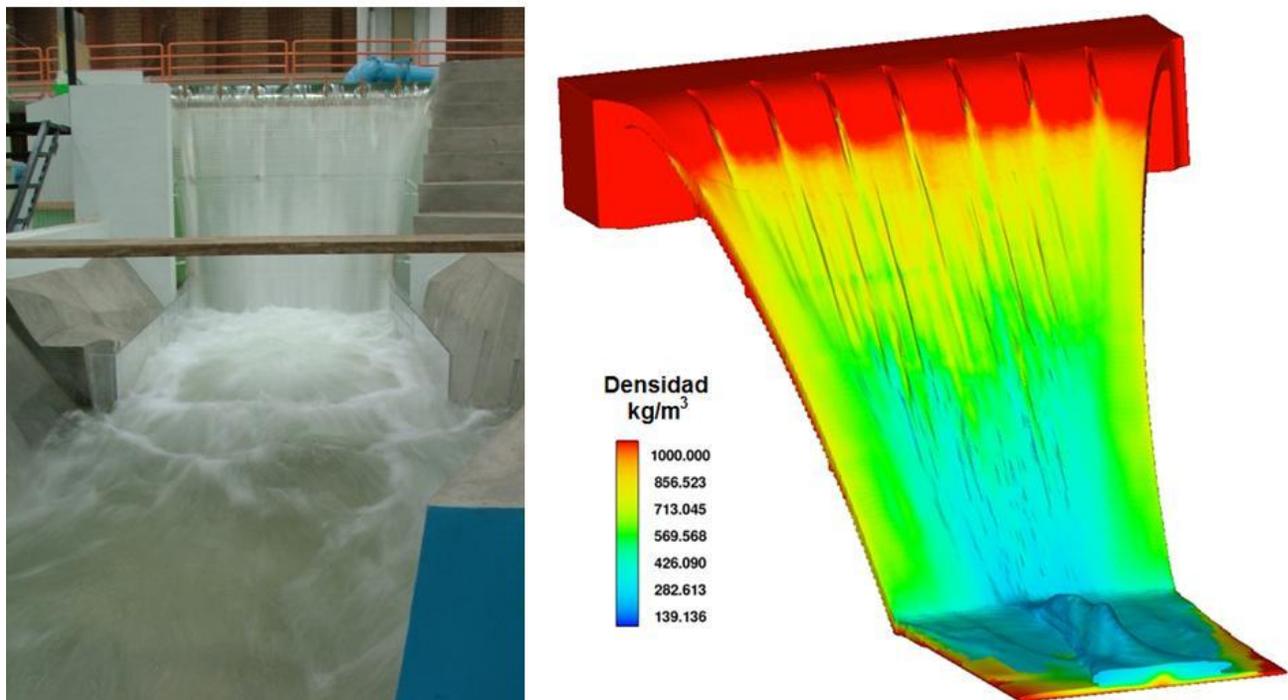


Figura 3.5 Comparación cualitativa entre distribución de concentración de aire. Tridimensional.

#### 4. Conclusiones

Una vez analizados los resultados de la simulación mediante Flow3D y compararlos con datos obtenidos en los modelos físicos de laboratorio y los reportados en la literatura, se puede concluir que la modelación numérica con CFD es una herramienta robusta para para revisar el funcionamiento hidráulico de grandes obras con vertedores escalonados, como es el caso de la Presa El Zapotillo. Además que se pueden generar simulaciones para contribuir al estado del arte en lo relativo a vertedores escalonados.. Los tres tipos de flujo en vertedores escalonados: escalón por escalón, de transición y flujo rasante, se lograron reproducir adecuadamente.

Uno de los objetivos de presente trabajo fue el de analizar las obras hidráulicas en sus dimensiones de prototipo. Aunque otros autores ya han realizado simulaciones numéricas de vertedores escalonados, las dos que se desarrollaron en este trabajo, tienen del orden de dos y cuatro veces el número de escalones (Bombardelli *et al*, 2010). Lo cual representa un reto en términos de inicialización del campo de flujo en cuestiones de la solución numérica.

En el caso de la Presa Rendwick, tanto la forma de la superficie libre del agua sobre la cresta del vertedor fue representada adecuadamente, así como también el punto de inserción de aire. Desafortunadamente, no se contaron con valores de velocidades, presiones y niveles, para llevar a cabo una comparación más a detalle. Sin embargo, los resultados concuerdan cualitativamente con lo reportado por Hunt *et al* (2008).

Sin duda alguna, la parte más interesante de este trabajo fue la caracterización hidrodinámica de la Presa El Zapotillo, tanto bidimensional como tridimensional. En la simulación numérica bidimensional los valores de velocidad tuvieron gran semejanza con los valores obtenidos en el modelo físico de laboratorio (Salgado, 2011). Los datos obtenidos con la modelación numérica concordaron con los gastos teóricos.

Probablemente uno de los aspectos más contundentes, es que con la modelación numérica se pudo obtener valores de velocidad y presión en todos los escalones, y con ello se evaluó el número de *Thoma* y por lo tanto se identificaron los riesgos nulos por cavitación. Dichos valores, son prácticamente imposibles obtenerlos en el laboratorio debido a la escala del modelo y al equipo de medición disponible. Por otra parte, de acuerdo con los resultados de la distribución de presiones (Figura 2.25), **puede observarse que en los dos escalones con dimensiones mayores, estarán sometidos a fuertes presiones cerca de la arista de su platilla, por lo que conviene revisarlos estructuralmente o discernir el uso de ellos.** Esto porque están considerados para la instalación de aireadores, pero como puede observar tanto en la modelación numérica como en el modelo físico de laboratorio, la intrusión de aire se da naturalmente justo debajo de las pilas (super sic).

En la modelación tridimensional de la Presa El Zapotillo, se logró reproducir de manera satisfactoria la intrusión de aire. Los resultados obtenidos concuerdan con las observaciones de laboratorio, y el gasto difiere en un 7% del gasto teórico. En estas simulaciones queda claro que no se puede concluir únicamente con una aproximación bidimensional, ya que la franja central se comporta de manera distinta a las franjas laterales. Tanto en la modelación física como en la numérica se observaron ondas cruzadas, las cuales tienen una alta influencia a partir de los 2/3 de la rápida y sobre todo en el funcionamiento del tanque de amortiguamiento.

La forma de abanico del vertedor implicó una elección cuidadosa en la distribución del tamaño de las celdas, aunque son hexaedros regulares se debe tener cuidado al elegir los tamaños. Los resultados demuestran que no es obligatoria la implementación de mallas no estructuradas para geometrías con curvatura tal y como lo expresan muchos autores.

Las simulaciones tridimensionales se llevaron a cabo en computadoras de 8 procesadores a 3.8 Ghz y 8Gb de memoria RAM. En las cuales 40 segundos de tiempo prototipo requirieron de 700 hr de tiempo de cómputo. Para llevar una revisión adecuada para

Proyecto HC1109.1

Simulación física y matemática del flujo en vertedores escalonados.



evaluar la estructura para condiciones de diseño, se requeriría del orden de ocho veces más el número de celdas, de aquí la necesidad de contar con mejor equipo de cómputo.

## Referencias

- Arregín-Cortés, F.**(2000) *Obras de excedencia*, Instituto Mexicano de Tecnología del Agua, ISBN 968-7417-51-X, pp. 267.
- Boes, R.M., Hager, W.H.** (2003). “Two-Phase Flow Characteristics of Stteped Spillways”. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, Vol 129, No 9, September 2003, pp 661-670.
- Bombardelli, F.A., Meireles, I., Matos, J.** (2010). “Laboratory measurements and multi-block numerical simulations of the mean flow and turbulence in the non-aerated skimming flow region of steep stepped spillways”. *Environmental Fluid Mechanics, Springer*, Vol 9, No 4, pp 427-441.
- Chanson, H.** (2008). “Physical Modeling, Scale Effects and Self-Similarity Of Stepped Spillways Flows”. *Proceedings of the ASCE World Environmental and Water Resources Congress, Ahupua'a*.
- Chen, Q., Dai, G., Liu, H.** (2002). “Volume of Fluid Model for Turbulence Numerical Simulation of Stepped Spillway Overflow”. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, Vol 128, No 7, July 2002, pp 683-688.
- Chow, V.T. (1981). “Open channel Hydraulics, Mc. Graw-Hill International Book Co.
- Echávez, G., Ruiz, G.** (2006). “Air Ramps Location In High Head Spillways”. *Proceedings of the 7<sup>th</sup> International Conference on HydroScience and Engineering, Philadelphia, USA*.
- Espinosa-Gayoso, A., Aguilar-Chávez,A, Millán-Barrera,C.** (2008).Estudio numérico del funcionamiento hidráulico de vertedores tipo cimacio formado con arcos circulares, *XXIII Congreso Latinoamericano de Hidráulica*, Cartagena, Colombia.
- Falvey, H.T.**(1990). *Cavitation in Chutes and Spillways*. Engineering Monograph No. 42. USA: Bureau of Reclamation, 145 pp.
- Ferrari, A.** “SPH simulation of free surface flow over a sharp-crested weir”. *Advances in Water Resources*, Volume 33, Issue 3, March 2010, pp 270-276.
- Flow Science (2010).** *Flow3D User Manual*. Santa Fe. NM.
- González, C., Chanson, H.** (2007). “Diseño hidráulico de vertedores escalonados con pendientes moderadas: metodología basada en un estudio experimental”. *Ingeniería Hidráulica en México, vol XXII, num 2, abril-junio, pp. 5-20*.
- Hunt, S., Reep, D., Kadavy, K.C.** (2008). “RCC stepped spillways for renwick dam - a partnership in research and design”. *Dam Safety Journal*. 6(2):32-40.
- Larese, A., Rossi, R., Onate, E., Idelsonh, S.R.** (2008). “Validation of the Particle Finite Element Method (PFEM) for simulation of free surface flows”. *International Journal for Computer-Aided Engineering and Software, Emerald*, Vol 25, No 4, pp 385-425.

**Lee, H., Lin, C., Weber, L.J.** (2008). "Application of a Nonhydrostatic Model to Flow in a Free Surface Fish Passage Facility". *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, Vol 134, No 7, July 1, 2008, pp 993-999

**Roshan, R., Azamathulla, H. M., Moarosi, M., Sarkardeh, H., Pahlavan, H., Ghani, A.** (2010). "Hydraulics of stepped spillways with different numbers of steps". *Dams and Reservoirs*, Vol. 20, No 3, pp 131-136.

**Salgado, G.**(2011) *Comunicaciones personales*, Instituto Mexicano de Tecnología del Agua, México.

**Smagorinsky, J.** (1963). "General Circulation experiments with the primitive equations, I. The basic experiment". *Monthly Weather Review*, Vol. 91, No 3, pp 99-164.

U.S.B.R. (1974) "Design of Small Dams", Water Researches Technical Publication, WA.

**Vergara-Sánchez, M.A.** (1993). *Técnicas de Modelación en Hidráulica*, Primera edición, Alfaomega-IPN, México.

## **Anexo. Generación de archivos STL a través de nube de puntos (XYZ).**

Sin duda alguna, una de las tareas más laboriosas para la simulación en 3d es la elaboración de la geometría, en particular los detalles de los sólidos. En algunas ocasiones es posible construirlos a través de datos representados en planos 2d o mediante una nube de puntos, y la razón de este anexo es mostrar una forma de hacerlo. Para ello, se explica cómo construir un archivo que tiene información de una geometría 3D en formato *stl* con base a un listado de puntos *xyz*, dicho procedimiento también puede aplicarse para construir otro tipo de geometrías (por ejemplo, topografía).

Para generar el archivo *stl* hacemos uso del programa *xyz2stl* que se encuentra en desarrollo en el IMTA, el cual lee un archivo en formato *ascii* de un listado de puntos *xyz* como se muestra a continuación:

```
6.900000 1368.318600 114.000000  
6.900370 1368.815406 114.000000  
6.900370 1367.821794 114.000000  
6.901482 1369.312211 114.000000  
6.901482 1367.324989 114.000000
```

....

La conversión se realiza de una manera sencilla ya que el programa cuenta con una interfaz gráfica intuitiva. Esto se hace a través los tres pasos siguientes:

1. Ir al menú archivo, abrir, y seleccionar el archivo *xyz* a convertir (Figura A.1).
2. Ir al menú archivo, guardar como, seleccionar la ruta y escribir el nombre del archivo destino junto con su extensión.
3. Dar clic al botón convertir que está en el frente del programa (Figura A.2).

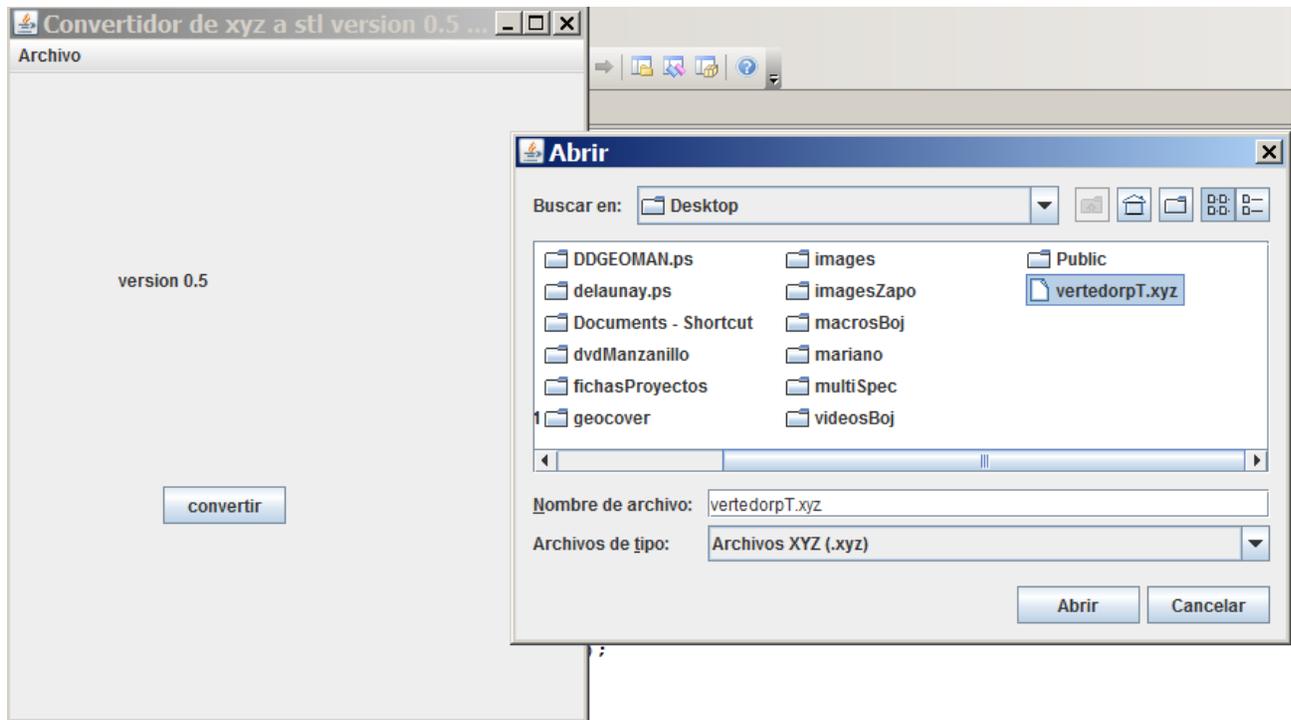


Figura A.1 Selección del archivo XYZ de entrada en el programa xyz2stl.



Figura A.2 Instrucción final en el programa xyz2stl..

La Figura A.3 muestra la visualización mediante MeshLab<sup>4</sup> del archivo *stl* obtenido después del procesamiento del archivo *xyz*. El software MeshLab puede ser utilizado también para la corrección de la geometría en formato *stl*.

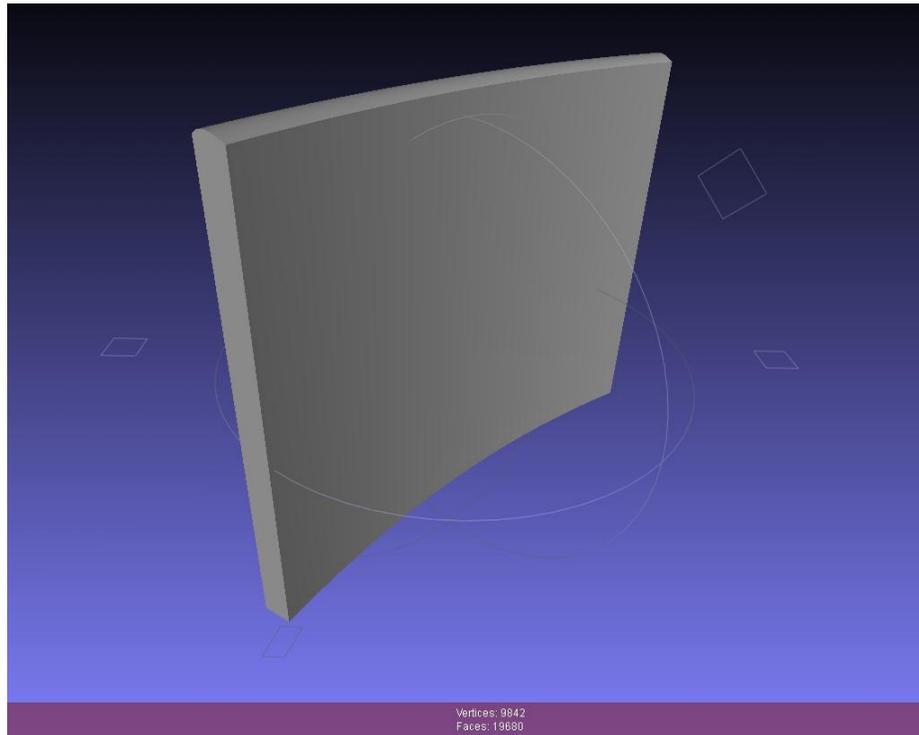


Figura A.3 Visualización del *stl* generado a través del programa xyz2stl.

---

<sup>4</sup> <http://meshlab.sourceforge.net/>