

Artículo publicado en el Repositorio Institucional del IMTA

<i>Título</i>	Análisis espectral de consumo doméstico de agua potable.
<i>Autor / Adscripción</i>	<p>Víctor Hugo Alcocer Yamanaka Instituto Mexicano de Tecnología del Agua</p> <p>Álvaro A. Aldama Rodríguez Consultor independiente</p> <p>Velitchko G. Tzatchkov Instituto Mexicano de Tecnología del Agua</p> <p>Alexis Espinosa Gayosso University of Western Australia</p> <p>Felipe I. Arreguín Cortés Comisión Nacional del Agua</p>
<i>Publicación</i>	Ingeniería Hidráulica en México, 24(4): 105-121
<i>Fecha de publicación</i>	2009
<i>Resumen</i>	<p>Una de las variables con mayor incertidumbre en su comportamiento dentro del análisis hidráulico de las redes de agua potable es el consumo de agua proveniente de los usuarios. El consumo en el ámbito domiciliario recientemente se ha demostrado que tiene un carácter estocástico y con ello se han desarrollado diferentes metodologías que intentan representar esta variable (Buchberger y Wu, 1995; Alcocer, 2007). Sin embargo aun cuando existen éstas, no es posible definir con exactitud dos situaciones: 1) el grado de información que se pierde al muestrear la señal con cierto intervalo de registro y la posible presencia de enmascaramiento o aliasing, como es conocido en el ámbito internacional; 2) la frontera (rango) en el tiempo, en el cual pueden aplicarse estos procesos de agregación y desagregación temporal. El proceso basado en el análisis de Fourier se puede aplicar como herramienta de desagregación temporal y obtener el intervalo de registro óptimo de medición en campo.</p>
<i>Identificador</i>	http://hdl.handle.net/123456789/1283

Análisis espectral de consumo doméstico de agua potable

Víctor Hugo Alcocer-Yamanaka

Instituto Mexicano de Tecnología del Agua

Álvaro A. Aldama

Consultor independiente

Velitchko Tzatchkov

Instituto Mexicano de Tecnología del Agua

Alexis Espinosa-Gayosso

University of Western Australia

Felipe I. Arreguín-Cortés

Comisión Nacional del Agua, México

Una de las variables con mayor incertidumbre en su comportamiento dentro del análisis hidráulico de las redes de agua potable es el consumo de agua proveniente de los usuarios. El consumo en el ámbito domiciliario recientemente se ha demostrado que tiene un carácter estocástico y con ello se han desarrollado diferentes metodologías que intentan representar esta variable (Buchberger y Wu, 1995; Alcocer, 2007). Sin embargo aun cuando existen éstas, no es posible definir con exactitud dos situaciones: 1) el grado de información que se pierde al muestrear la señal con cierto intervalo de registro y la posible presencia de enmascaramiento o aliasing, como es conocido en el ámbito internacional; 2) la frontera (rango) en el tiempo, en el cual pueden aplicarse estos procesos de agregación y desagregación temporal. El proceso basado en el análisis de Fourier se puede aplicar como herramienta de desagregación temporal y obtener el intervalo de registro óptimo de medición en campo. A partir de la metodología, se obtuvo que el rango de aplicación del esquema está entre los 240 y 1 segundos. En otras palabras, es posible medir con intervalo de registro hasta 240 segundos y recuperar información con intervalo de registro de un segundo. El método se validó con mediciones en campo de consumo doméstico realizadas en una ciudad mexicana.

Palabras clave: análisis espectral, consumo de agua, modelos estocásticos, *aliasing*.

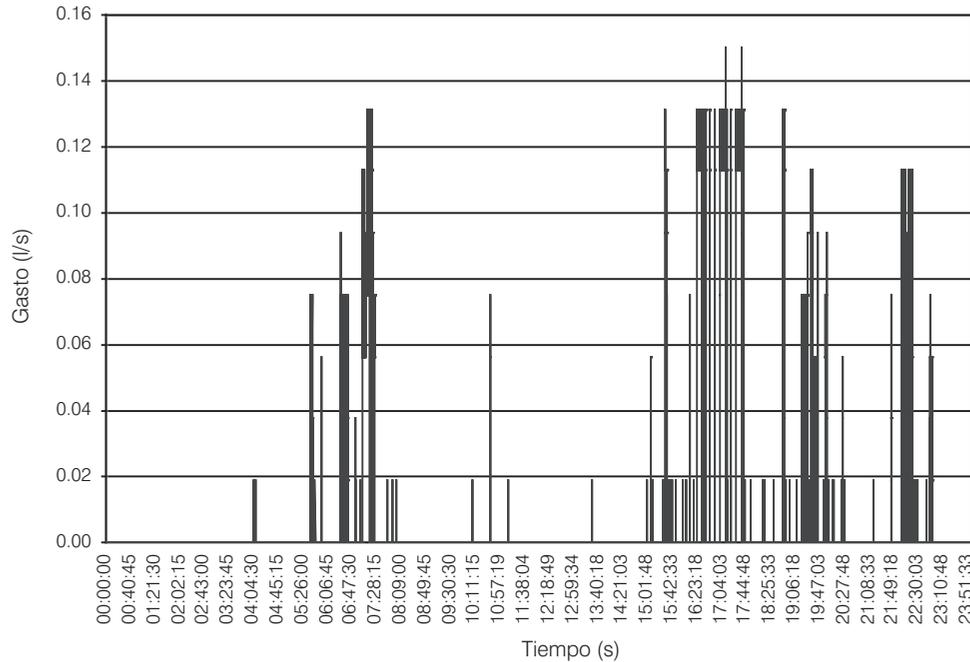
Introducción

La modelación estocástica del consumo doméstico es una de las líneas de investigación más recientes dentro del análisis de las redes de distribución de agua potable (ilustración 1); destacan el modelo *PRP* (*Poisson*

Rectangular Pulse), propuesto por Buchberger y Wu (1995), y el *NSRP* (*Neyman Scott Rectangular Pulse*), validado en registros de consumo doméstico por Alcocer *et al.* (2008).

El modelo de generación de consumos domésticos *PRP* fue propuesto por vez primera por los investiga-

Ilustración 1. Variación típica del consumo de agua potable en un día, medida en un domicilio (Alcocer et al., 2008).



dores Buchberger y Wu en 1995. El método *PRP* está basado en cinco consideraciones. Primero asume que los consumos promedio en los nodos son conocidos y su escala temporal presenta una base generalmente horaria.

La segunda consideración importante es que los consumos adoptan una secuencia de pulsos rectangulares. La ocurrencia de los pulsos está gobernada por un proceso de Poisson, expresado por una tasa de llegada λ . A cada pulso se le asigna una intensidad y duración aleatoria acorde con cierta distribución de probabilidades. Finalmente, la intensidad y duración no son sólo mutuamente independientes, también lo son del proceso de Poisson (Li y Buchberger, 2006).

Existen variantes del esquema de Poisson básico, una de ellas es el método de Neyman-Scott (*NSRP*), el cual se basa en un proceso con cierta tasa de llegada (frecuencia) de eventos, donde el evento por tratar (registros de consumo doméstico o lluvia) se presenta simulando un proceso de Poisson con parámetro λ (de forma análoga al *PRP*), que representa el número de ocurrencias por unidad de tiempo y donde existe un número aleatorio de celdas (pulsos de demanda) asociadas con cada evento. Sin embargo, a diferencia del *PRP*, el tiempo entre el inicio del evento y el origen de cada celda o pulso está distribuido de forma

exponencial y representado por el parámetro β . En otras palabras, este parámetro representa el tiempo promedio entre el origen del evento y cada una de las celdas (Alcocer, 2007). Otro punto diferente al *PRP* clásico es que basa su teoría en el intervalo de registro de un segundo; el *NSRP* permite trabajar directamente con diferentes intervalos de registro (Alcocer, 2007). Sin embargo, una oportunidad que no resulta evidente al aplicar este método, es el conocer hasta qué intervalo de registro (por ejemplo 1 min, 5 min, etcétera) es viable la aplicación de estos métodos, que involucran procesos de agregación y desagregación temporal de registros. En la actualidad no existe referencia que aborde una metodología que permita conocer el grado de información que se pierde al muestrear el consumo doméstico con diferentes intervalos de registro y con ello conocer el intervalo o rango de medición más adecuado. Es por ello que para resolver estas interrogantes, en el presente artículo se emplearán técnicas como la transformada discreta de Fourier (DFT) y el eficiente algoritmo para calcularla conocido como la transformada rápida (FFT), para calcular los espectros de las señales discretas de registros de consumo de agua potable y con ello, a partir de la obtención y posterior interpretación, definir el intervalo o rango de medición más adecuado para medir el consumo en los domicilios. Además, para la estimación

de los parámetros y a partir de ello la generación de series sintéticas, se emplea el esquema matemático basado en el Neyman-Scott de pulsos rectangulares.

Trabajos previos

La aplicación e interpretación de espectros en procesos de agregación y desagregación temporal se limita a trabajos orientados al análisis de lluvia en la hidrología (Bo *et al.*, 1994). Los espectros son una descomposición en términos de frecuencia de la variabilidad del proceso analizado y reflejan a su vez la contribución de cada frecuencia en el mismo. Por ejemplo, si el espectro no presenta alguna frecuencia preponderante, pero sí una tendencia a un rango amplio de frecuencias relativamente uniformes, se concluye que en ese rango de frecuencias se podrán desarrollar los procesos de agregación y desagregación temporal del proceso. Generalmente, en los diferentes campos de la ingeniería, los procesos o fenómenos se representan a través de mediciones puntuales en el tiempo; esta situación no se presenta en los consumos domésticos, donde los registros obtenidos a partir de la medición son promedios o acumulados en el intervalo de tiempo seleccionado.

Enseguida se presenta el desarrollo y la aplicación del análisis espectral en registros de consumo doméstico. Para ello se abordan dos enfoques: 1) se plantea la metodología por aplicar, sin embargo se elige una hora de consumo (por ejemplo, de 7 a 8 a.m.) de diferentes días, para posteriormente agrupar estas horas en una sola serie; 2) en el segundo enfoque, a diferencia del primero, se consideran series continuas (por ejemplo, de 5 a 11 a.m.), además de un tratamiento diferente en la obtención de la serie “abuela”, al realizar un promedio de ensamble.

En términos generales, la metodología presentada en el primer enfoque es de carácter general y sufre algunas modificaciones para lograr la aplicación en el segundo enfoque.

Metodología y formulación matemática

De forma inicial, la metodología necesaria para la obtención de los espectros de las señales se deberá afectar por una función integradora, la cual convertirá al “espectro acumulado” en un “espectro instantáneo”. A continuación definiremos los pasos para la obtención de los espectros de las señales.

El espectro de una señal que depende del tiempo, $d=d(t)$, mismo que se denota como $S_{dd}(\omega)$, se define como la transformada de Fourier de la autocovarianza de la propia señal, $R_{dd}(t;\tau)$:

$$S_{dd}(\omega) = F \left\{ \underbrace{\langle d(t)d(t+\tau) \rangle}_{R_{dd}(t;\tau)} \right\} \equiv \hat{R}_{dd}(t;\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{dd}(t;\tau) e^{i\omega\tau} d\tau \quad (1)$$

donde t representa el tiempo; ω , la frecuencia; τ , el desfaseamiento (*lag*); $F(\cdot)$ y el circunflejo denotan la transformada de Fourier; $\langle \cdot \rangle$ denota promedio de ensamble; $\hat{=}$ se lee “igual por definición” y la autocovarianza se determina como:

$$R_{dd}(t;\tau) = \langle d(t)d(t+\tau) \rangle \equiv \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \underbrace{d^{(k)}(t)d^{(k)}(t+\tau)}_{\text{Promedio de ensamble}} \quad (2)$$

donde el superíndice k denota el número de realización.

Si consideramos al proceso como estacionario y *ergódico*, todos los estadísticos son independientes del tiempo t y sólo dependen de τ . La estacionariedad es condición necesaria mas no suficiente para la ergodicidad, por tanto:

Hipótesis de ergodicidad

$$R_{dd}(\tau;t) = R_{dd}(\tau) = \underbrace{\frac{1}{T} \int_t^T d(\tilde{t}+\tau) d(\tilde{t}) d\tilde{t}}_{\text{Promedio en el tiempo}} \quad (3)$$

$t=0$

$$S_{dd}(\omega) = \frac{1}{T} \hat{d}(\omega) \hat{d}^*(\omega) = \frac{1}{T} \left| \hat{d}(\omega) \right|^2 \quad (4)$$

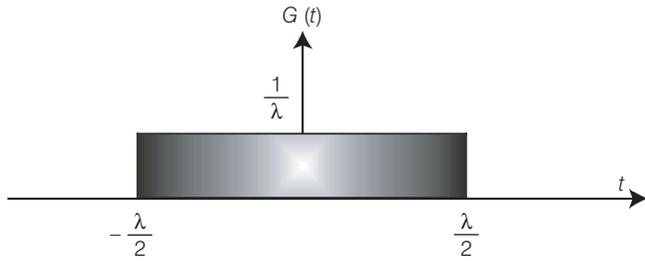
Consideremos ahora el promedio móvil de la señal $d=d(t)$, denotado por $\bar{d}=\bar{d}(t)$, mismo que puede ser expresado por medio de la siguiente integral de convolución:

$$\bar{d}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(t-t') d(t') dt' \quad (5)$$

donde $G(t)$ representa un filtro de caja como el mostrado en la ilustración 2 (Aldama, 1990). Es evidente entonces que d representa la *señal promediada* en un intervalo de tiempo λ . Asimismo, λd representa la *señal acumulada*.

Entonces, para registros “acumulados” o promediados, se emplea el siguiente procedimiento:

Ilustración 2. Representación de filtro de caja en el espacio físico.



La transformada de Fourier del filtro de caja está dada por:

$$\hat{G}(\omega) = \frac{\text{sen}\left(\frac{\lambda\omega}{2}\right)}{\frac{\lambda\omega}{2}} \quad (6)$$

Al aplicar el teorema de convolución de Fourier a la ecuación (5), se obtiene:

$$\hat{d}(\omega) = \hat{G}(\omega) \hat{d}(\omega) \quad (7)$$

Por lo tanto tenemos que:

$$S_{dd}(\omega) = G(\omega)d(\omega)G^*(\omega)d^*(\omega) \quad (8)$$

de donde:

$$S_{dd}(\omega) = \left| \hat{G}(\omega) \right|^2 \underbrace{|d(\omega)|^2}_{S_{dd}(\omega)} \quad (9)$$

Finalmente, el espectro de la señal instantánea se puede obtener de la forma siguiente:

$$S_{dd}(\omega) = \frac{1}{\left| \hat{G}(\omega) \right|^2} S_{dd}(\omega) = \frac{\lambda^2 \omega^2}{4 \text{sen}^2 \frac{\lambda\omega}{2}} S_{\bar{d}\bar{d}}(\omega) \quad (10)$$

Primer enfoque

De forma inicial, para obtener los espectros de las señales es necesaria la base de datos con los registros de medición de consumo en los domicilios. Posteriormente, de la señal original medida, a la cual denominaremos "señal abuela", se aplica la transformada rápida de Fourier (FFT) y se multiplica por su conjugado para

Ilustración 3. Representación de filtro de caja (espacio de Fourier).

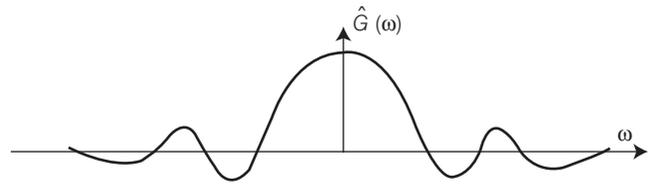


Ilustración 4. Instalación, programación y almacenamiento de datos en campo.



obtener el espectro discreto de la señal. Dentro de esta metodología general existe una variante en el tratamiento de los datos, que se refiere al intervalo de registro de medición en el cual fueron muestreados los datos en campo.

En la primera parte se abordarán los consumos con intervalo de registro de un segundo, para posteriormente considerar aquellos con un minuto. Es importante mencionar que el tratamiento de los datos es distinto debido a que en el primer caso se consideran consumos instantáneos y en el otro se toman en cuenta registros acumulados o promediados. Esta última característica deberá ser abordada de forma distinta al obtener los espectros de las señales.

Validación del esquema propuesto

Las señales instantáneas fueron obtenidas de la base de datos generada por las mediciones realizadas en tres casas habitación, para el escenario que incluye un intervalo de registro de un segundo (Alcocer y Tzatchkov, 2004). Para el caso de los registros con intervalo de un minuto, la presente metodología se validó con el apoyo de una base de datos que contiene registros de

medición en cien casas habitación (Alcocer y Tzatchkov, 2005). El equipo de medición empleado en ambos casos se compone de tres partes: 1) sensor de pulsos magnético, 2) unidad de almacenamiento de registros y 3) micromedidor nuevo calibrado (ilustración 4).

Por su parte, las características del micromedidor domiciliario son (Tzatchkov *et al.*, 2005):

Clase metrológica:	B
Norma oficial mexicana:	NOM-012-SCFI-1994
Especificación AWWA:	C-700-95 (superada en términos de parámetros)
Rango de operación (100% +/- 1.5%):	0.110 - 5.700 m ³ /h
Flujo bajo (precisión mínima 98.5%):	0.057 m ³ /h
Flujo máximo de operación continua:	3.400 m ³ /h
Pérdidas de presión a flujo máximo de operación continua:	0.240 bar a 3.400 m ³ /s
Temperatura máxima de operación:	30 °C
Presión máxima de operación:	150 PSI-10 bar - 10.2 kg/cm ²
Elemento de medición:	Volumétrico. Desplazamiento positivo por disco nutante
Tipo de registro:	Lectura directa, sellado hermético, transmisión magnética estándar. Unidades de lectura remotas o automáticas por radiofrecuencia al paso (toque) o radiofrecuencia de red fija <opcionales>
Capacidad de registro:	Seis dígitos
Conexiones:	Disponibles en bronce y termoplástico con conexión a tubo roscado de 1/2" (13 mm)
Filtro colador:	Área efectiva de filtrado mayor a dos veces el área de la sección de entrada de 5/8" (15 mm). Claro de rejilla de 0.06 cm ²

Análisis espectral de consumo a partir de registros "acumulados"

Con el objetivo de demostrar y validar la metodología planteada (ilustración 5), se consideraron los registros de cada segundo durante nueve días en una casa habitación de siete a ocho de la mañana, debido a que presenta una actividad elevada en los consumos de las casas monitoreadas. A esta señal con intervalo de registro de un segundo la denominaremos "señal abuela" (ilustración 6).

Posteriormente se obtienen los parámetros estadísticos de la señal abuela, que son media, varianza y autocovarianza de los registros seleccionados en este

horario (ilustración 5). A continuación se presentan sus parámetros estadísticos (cuadro 1).

Definida la señal abuela, sus registros son agregados con el intervalo seleccionado, que para este caso particular se consideró de sesenta segundos. El proceso de agregación da origen a la "señal madre" (ilustración 7).

Un punto por considerar será que a partir de la señal abuela se obtendrán la duración e intensidad de los pulsos que serán comparados con los obtenidos de las series sintéticas generadas (señales hija), aplicando el esquema *NSRPM*. Por lo tanto, en caso de que los estadísticos promedio de los pulsos (duración e intensidad) entre señales abuela e hijas sean similares, el método estará validado.

Aplicación del esquema de Neyman-Scott (momentos teóricos)

Se procede a emplear el esquema de desagregación temporal de Neyman-Scott (*NSRPM*) propuesto y validado en registros de consumo doméstico por Alcocer *et al.* (2008). Las expresiones que representan los momentos teóricos (media, varianza, autocovarianza) del esquema de *NSRPM* son las siguientes (Rodríguez-Iturbe *et al.*, 1987; Entekhabi *et al.*, 1989):

Media

$$E[Y_i^{(h)}] = \rho \mu_c \mu_x h \quad (11)$$

Varianza

$$\begin{aligned} \text{Var}[Y_i^{(h)}] = & \lambda \eta^{-3} (\eta h - 1 + e^{-\eta h}) \left\{ 2\mu_c E(X^2) \right. \\ & \left. + E(C^2 - C) \mu_x^2 \frac{\beta^2}{\beta^2 - \eta^2} \right\} \quad (12) \end{aligned}$$

Autocovarianza

$$\begin{aligned} \text{Cov}[Y_i^{(h)}, Y_{i+k}^{(h)}] \quad (13) \\ = & \lambda \eta^{-3} (1 - e^{-\eta h})^2 e^{-\eta(k-1)h} \cdot \left\{ \mu_c E(X^2) + \frac{1}{2} \frac{E(C^2 - C) \mu_x^2 \beta^2}{\beta^2 - \eta^2} \right\} \\ & - \lambda (1 - e^{-\beta h})^2 \cdot e^{-\beta(k-1)h} \frac{1}{2} \frac{E(C^2 - C) \mu_x^2}{\beta(\beta^2 - \eta^2)} \quad k \geq 1 \end{aligned}$$

Ilustración 5. Metodología propuesta para la obtención del intervalo óptimo de medición de registros de consumo doméstico.

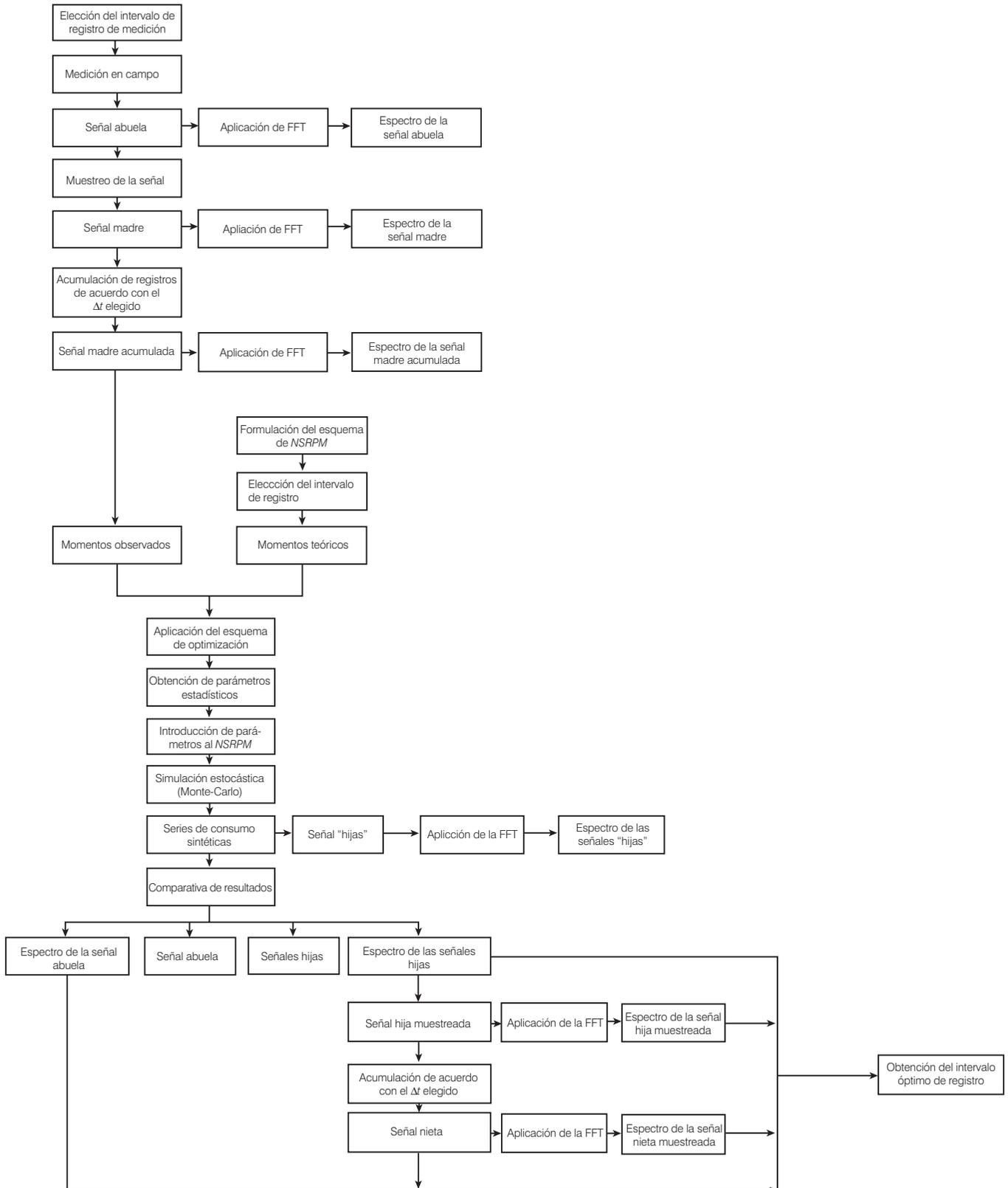
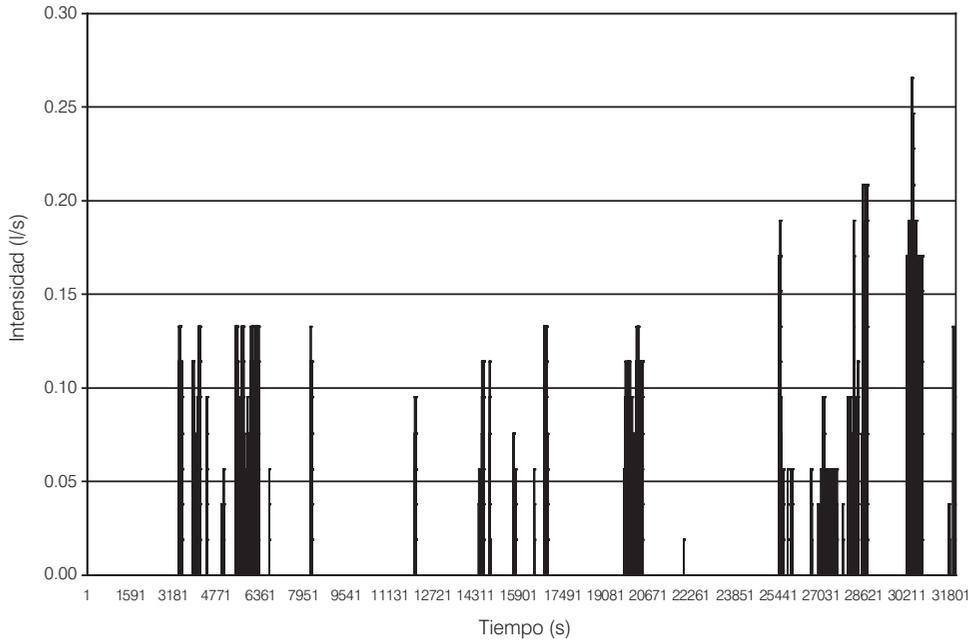


Ilustración 6. Variación del consumo en una casa-habitación con domicilio particular calle Virtud, durante el periodo de siete a ocho de la mañana (señal abuela).



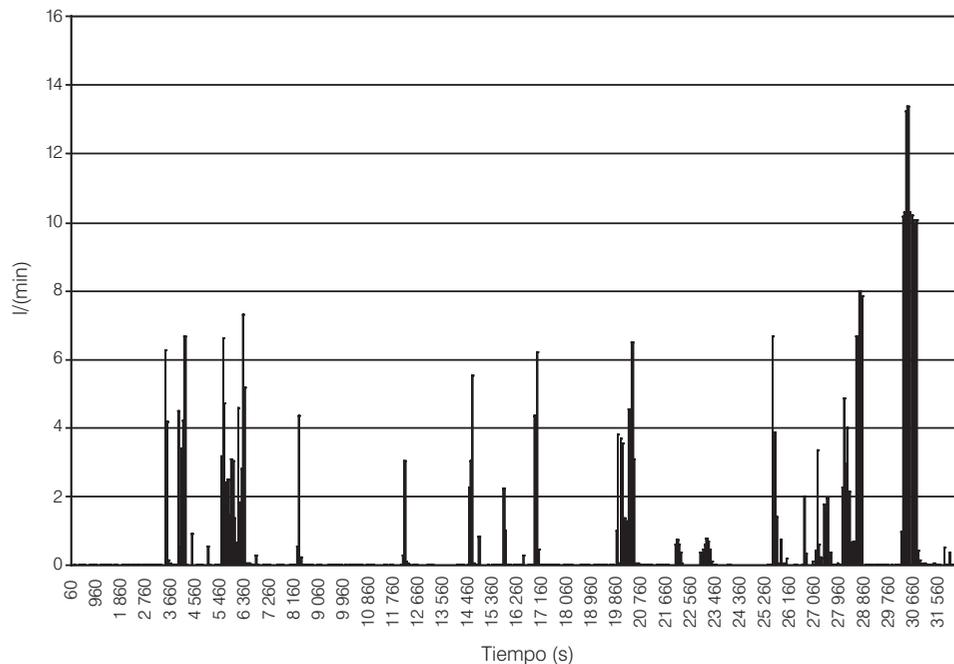
Cuadro 1. Parámetros estadísticos de la serie abuela (observada).

Horario	$E [Y_i^{(h)}]$ (l/min)	$Var [Y_i^{(h)}]$ (l/min) ²	$Cov [Y_i^{(h)}, Y_{i+k}^{(h)}]$
7 a 8 a.m.	0.0206	3.466	0.0011

Cuadro 2. Parámetros estadísticos de la serie madre (observada).

Horario	$E [Y_i^{(h)}]$ (l/min)	$Var [Y_i^{(h)}]$ (l/min) ²	$Cov [Y_i^{(h)}, Y_{i+k}^{(h)}]$
7 a 8 a.m.	1.844	8.125	6.666

Ilustración 7. Señal acumulada con intervalo de registro de un minuto (señal madre).



donde:

- η^{-1} representa la duración promedio de los pulsos.
- β^{-1} corresponde con el tiempo promedio entre cada pulso individual y el origen del evento.
- λ^{-1} representa el tiempo promedio entre dos eventos.
- $\mu_x = E(X)$ es la intensidad promedio de los pulsos.
- $\mu_c = E(c)$ es el valor medio del número de celdas o pulsos por evento.
- $\rho = \frac{\lambda}{\eta}$ es el parámetro adimensional que representa el factor de utilización.
- h es el intervalo agregación/desagregación analizado.

Definidas las expresiones del esquema de *NSRPM*, se formula la función objetivo:

$$Z = \left[\left(\frac{F_1(\xi)}{F'_1} - 1 \right)^2 + \left(\frac{F_2(\xi)}{F'_2} - 1 \right)^2 + \dots + \left(\frac{F_n(\xi)}{F'_n} - 1 \right)^2 \right] \quad (14)$$

Donde F'_1, F'_2, \dots, F'_n son los valores de los momentos observados, es decir, la media, varianza y correlación lag-1, entre otros. Por su parte, $F_1, F_2, F_3, \dots, F_n$, son los momentos teóricos {ecuaciones (11), (12) y (13)}, funciones del vector de parámetros, $\xi(\lambda, \mu_x, \mu_c, \eta, \beta)$. Para este caso de aplicación en consumos domésticos, se consideró $n=3$, que representa la media, varianza y autocovarianza en la ecuación (14). Considerando las expresiones anteriores {(11), (12), (13) y (14)}, que permitirán obtener los parámetros teóricos y tomando los valores calculados en el cuadro 1 para los parámetros observados, se aplica programación matemática no lineal (NLP), de forma específica el algoritmo GRG2 (gradiente reducido generalizado). Los resultados derivados de la optimización son los siguientes (cuadro 3):

Los resultados reflejan que el tiempo promedio entre la ocurrencia de dos eventos durante las siete y ocho de la mañana es de $\lambda_1^{-1}=55.86$ minutos. Asimismo, es importante mencionar que a diferencia de Alvisi *et al.* (2003) en la solución del problema de optimización no fue necesario introducir pesos a la función objetivo y tampoco establecer valores fijos a ciertos parámetros, para garantizar valores razonables de los parámetros en la solución óptima.

Cuadro 3. Parámetros teóricos obtenidos a partir del esquema de *NSRPM*.

Horario de 7-8 a.m.				
λ_1 (min ⁻¹)	μ_c (número)	η_1 (min ⁻¹)	β_1 (min ⁻¹)	μ_x (l/min)
0.0391	4.115	2.789	0.553	8

Al comparar los valores resultantes de la duración e intensidad de los pulsos en el proceso de *NSRPM* y la señal original medida con intervalo de registro de un segundo (señal abuela) tenemos lo siguiente:

Si consideramos que la estimación de parámetros con el esquema de *NSRPM* se realizó tomando en cuenta los parámetros estadísticos de la señal madre (señal agregada temporalmente), esto es con intervalo de registro de un minuto, y en su momento en un posible caso, desconocer la señal abuela, se concluye que debido a la elevada similitud en la duración e intensidad de los pulsos entre la señal abuela y los obtenidos a partir del esquema de *NSRPM*, se concluye que el método es aplicable con cierta tolerancia a escalas de tiempo menores a las medidas originalmente.

Con la obtención de los parámetros teóricos del esquema de *NSRPM* ($\lambda, \mu_c, \eta, \beta, \mu_x$) es posible generar las series sintéticas con el intervalo de agregación o desagregación deseado; a estas series las identificaremos como "señales hijas" (ilustración 8), dado que se han obteniendo a partir de los estadísticos de la señal madre. Las series fueron obtenidas con un generador propuesto por Mellor (2007).

Análisis espectral

Una vez validado el esquema de *NSRPM* y teniendo las señales abuela, madre e hijas en el espacio físico, transformaremos las señales para construir el espectro en el espacio Fourier de cada una de ellas. Para ello se emplea la transformada discreta de Fourier (DFT) y los algoritmos eficientes compuestos por la transformada rápida de Fourier (FFT). Aplicando la FFT y multiplicándola por su conjugado, obtenemos el espectro de la señal analizada (ilustración 9).

Cuadro 4. Duración e intensidad de los pulsos (señal abuela y *NSRPM*).

η^{-1} abuela (s)	η^{-1} <i>NSRPM</i> (s)	μ_x abuela (l/min)	μ_x <i>NSRPM</i> (l/min)
21.21	21.50	4.903	8

Ilustración 8. Señales sintéticas generadas a partir del esquema de NSRPM (señal hija # 1).

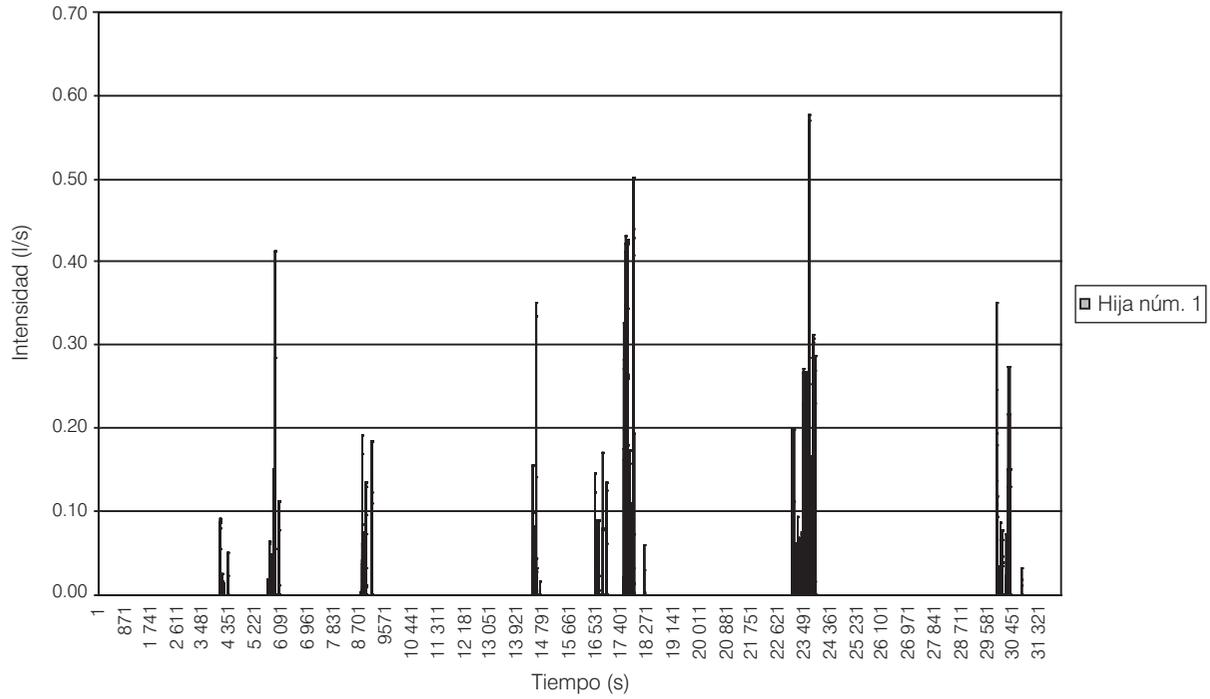


Ilustración 9. Espectros de las señales abuela y madre (registros acumulados).

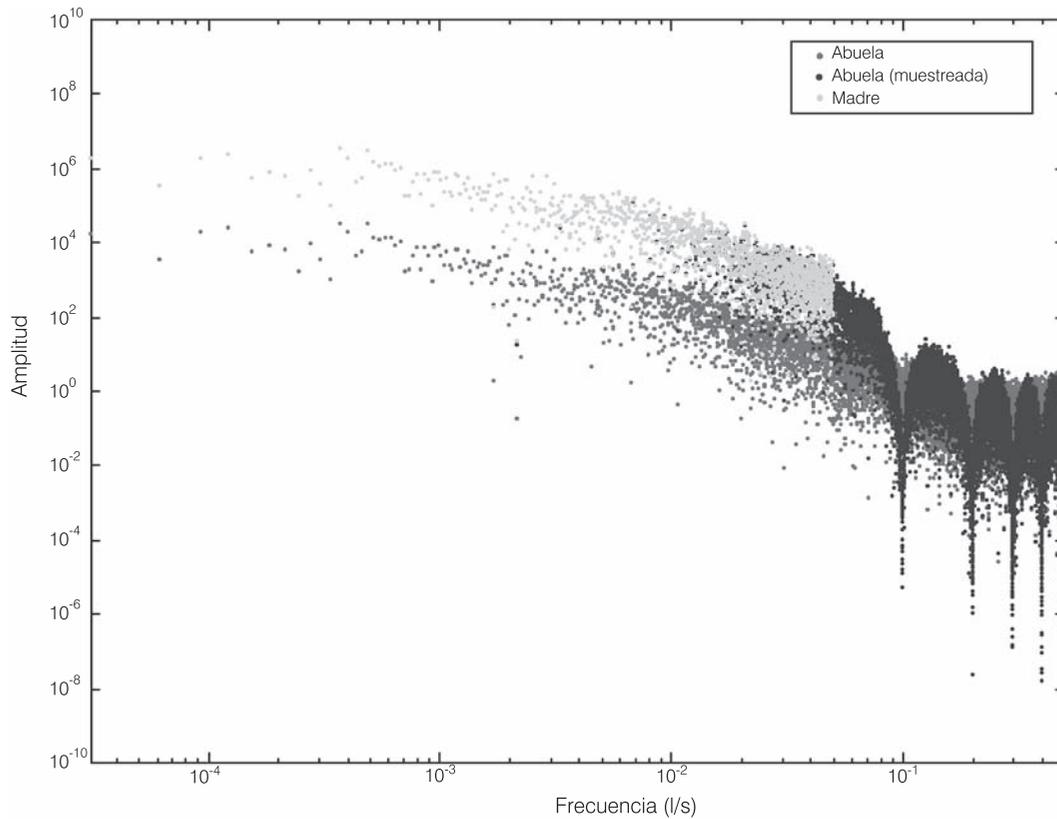
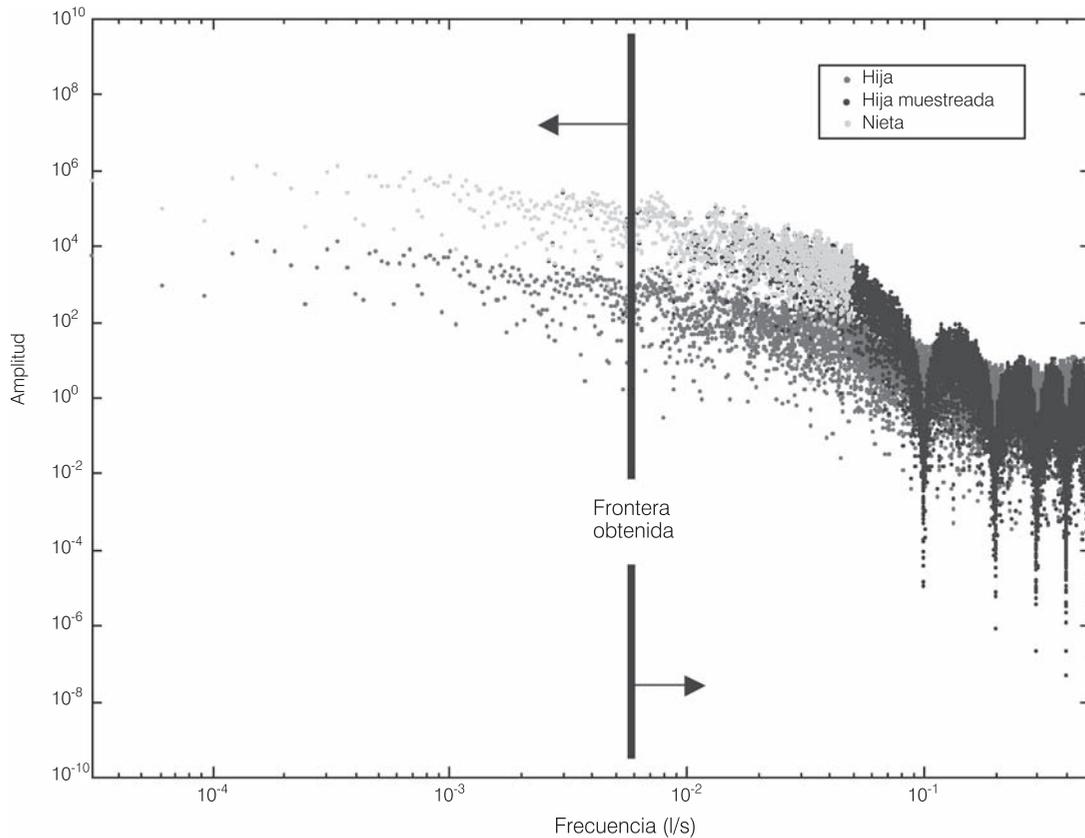


Ilustración 10. Espectros obtenidos a partir de la “señal hija”.



En la ilustración 9 se observa que el espectro de la señal abuela presenta un elevado nivel de energía aun para altos valores de la frecuencia. Esto se debe fundamentalmente a la naturaleza de los pulsos de consumo doméstico: corta duración y elevada intensidad.

Con fines de validación y comparación con los espectros de las señales abuela y madre, se determinaron los espectros de algunas señales hijas (ilustración 10). Es importante mencionar que de igual forma que la señal madre es la acumulación de la señal abuela, la señal nieta lo será de la señal hija.

Realizando una comparativa entre los espectros preliminares obtenidos a partir de las señales abuela e hija podemos concluir que son muy similares; ambos presentan un fuerte cambio de pendiente en la frecuencia cercana a 5^{-3} s^{-1} (200 s=3.33 minutos). Este cambio abrupto en la pendiente permite identificar la frontera que define el intervalo de registro óptimo para realizar procesos de agregación y desagregación temporal.

Sin embargo, los espectros obtenidos están relacionados con procesos basados en registros

puntuales; esta situación no se apega completamente a la naturaleza del consumo doméstico, dado que los registros obtenidos por los equipos de medición son lecturas “acumuladas” o promediadas. Es por ello que los espectros finales deberán tener un tratamiento diferente.

Por lo anterior, empleando los datos de la señal abuela y afectando su espectro por la función integradora definida en las ecuaciones (6) y (10) obtenemos el espectro final.

Finalmente, al obtener el espectro afectado por la función integradora, se localiza la frontera que define el rango apropiado para efectuar los procesos de agregación y desagregación temporal empleando esquemas como *NSRPM*.

La ubicación de la frontera no tuvo cambios en relación con la obtenida en las pruebas anteriores; se localiza también en los 3.33 minutos o 200 segundos ($5 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$), por lo que en caso de medir con un intervalo de registro mayor a ello, se comenzará a perder información, dando origen al fenómeno de enmascaramiento o *aliasing*.

Conclusiones del primer enfoque

Se encontró que el intervalo óptimo para realizar procesos agregación y desagregación temporal se encuentra de 1 a 200 segundos; esto es, la frontera se ubica en los 3.33 minutos. Este resultado se afectó debido a la naturaleza de los registros del consumo doméstico (acumulados) por una función integradora propuesta.

Finalmente, dentro de la metodología propuesta en este primer enfoque, se detectó que el truncamiento de la señal a un solo horario y con ello el agrupamiento de varias series de un mismo horario para conformar la señal abuela original origina una discontinuidad en el tiempo que, dentro del espacio de Fourier, genera espectros "alterados". Por esta razón, en lo que se describe a continuación se involucran series continuas en el tiempo, además de incorporar promedios de ensamble entre las series.

Segundo enfoque

La principal diferencia de este enfoque con respecto al primero es realizar un tratamiento diferente de las series de consumo. Para este caso se consideraron series entre las 5:00 a.m. y 12:00 p.m. (series continuas en el tiempo); ello resulta diferente al proceso anterior, donde únicamente se consideraban grupos de series de 7:00 a 8:00 a.m., que eran extraídos de un día de la semana y posteriormente se agrupaban (pegados) con los demás días de la semana en ese mismo horario. Lo anterior originaba discontinuidad en el tiempo, sobre todo en el límite entre una serie y otra; esto es, al final de la primera serie (8:00 a.m.) y el inicio de la segunda serie (7:00 a.m.).

Procedimiento

Los pasos a seguir en este segundo enfoque se componen de los siguientes:

1. Medición en campo del consumo doméstico (5:00 a.m. a 12:00 p.m.), con intervalo de registro de un segundo. Estas series corresponden a las señales "abuelas".
2. Agregación de los registros con base en un intervalo seleccionado (1, 2, 5, 30, 60, 120, 180, 240, 300, 360, 420, 480, 540 y 600 s).
3. Aplicación de la función de autocovarianza a cada serie de consumo agregada. En este punto se deberá seleccionar un desplazamiento determinado (*lag*).
4. Realización del promedio de ensamble en cada serie afectada por la función de autocovarianza. Consi-

derar que la señal es periódica, por lo que se deberán ajustar los resultados de la serie ensamblada. La señal obtenida es la denominada "madre".

5. Obtención del espectro a partir de la serie ensamblada.
6. Determinación del rango o frontera para la aplicación de los esquemas de desagregación temporal, empleando técnicas soportadas en el análisis de Fourier.

Por lo anterior, en el procedimiento es necesario retomar la definición de espectro aplicado a una señal:

$$S_{vv}(\omega) = F \{R_{vv}(\tau)\} \quad (15)$$

Donde:

R_{vv} = función de autocovarianza.
 τ = desfaseamiento (*lag*).

La función de autocovarianza se define como:

$$R_{vv}(\tau) = \langle v(t)v(t+\tau) \rangle = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N v^{(n)}(t)v^{(n)}(t+\tau) \quad (16)$$

Validación del esquema propuesto

De igual forma que en la obtención del rango de aplicación de los procesos de desagregación temporal del esquema de *NSRPM*, se seleccionaron las mismas diez series de consumo, con intervalo de registro de un segundo, medidas en una sola casa habitación (ilustración 12). Estas series se seleccionaron nuevamente a partir de la base de datos obtenida por Alcocer y Tzatchkov (2004) y representan un horario de consumo entre las 5:00 a.m. y las 12:00 p.m.

Una vez seleccionadas las series y el intervalo de agregación (*h*), se aplica la función de autocovarianza (AutoCOVAR) en cada serie de consumo involucrada (ilustraciones 13 y 14). Durante el proceso de obtención de la serie ensamblada, el desplazamiento (*lag*) considerado en cada una de las diez series es el siguiente (Aldama, 1990):

$$L_c = \frac{L}{5} \quad (17)$$

donde:

L_c = longitud de la serie ensamblada y afectada por la función (AutoCOVAR).

L = longitud total de la serie medida en campo.

Ilustración 11. Espectro afectado por la función propuesta.

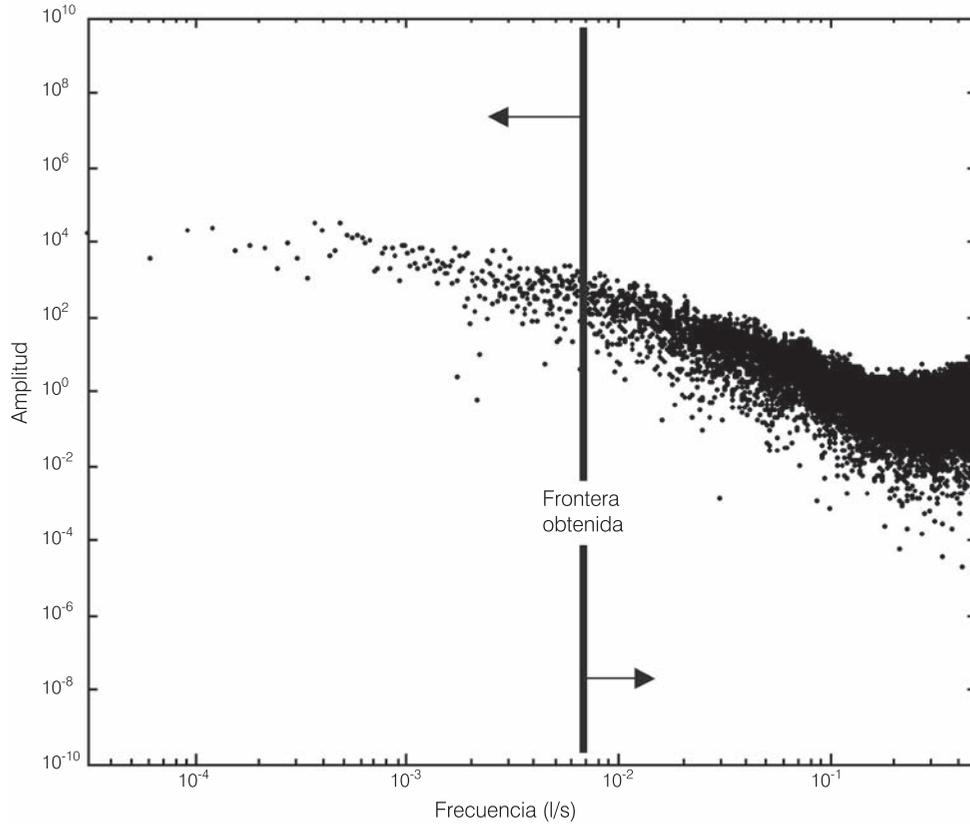


Ilustración 12. Series de consumo medidas con intervalo de registro de un segundo (5:00 a.m.-12:00 p.m.).

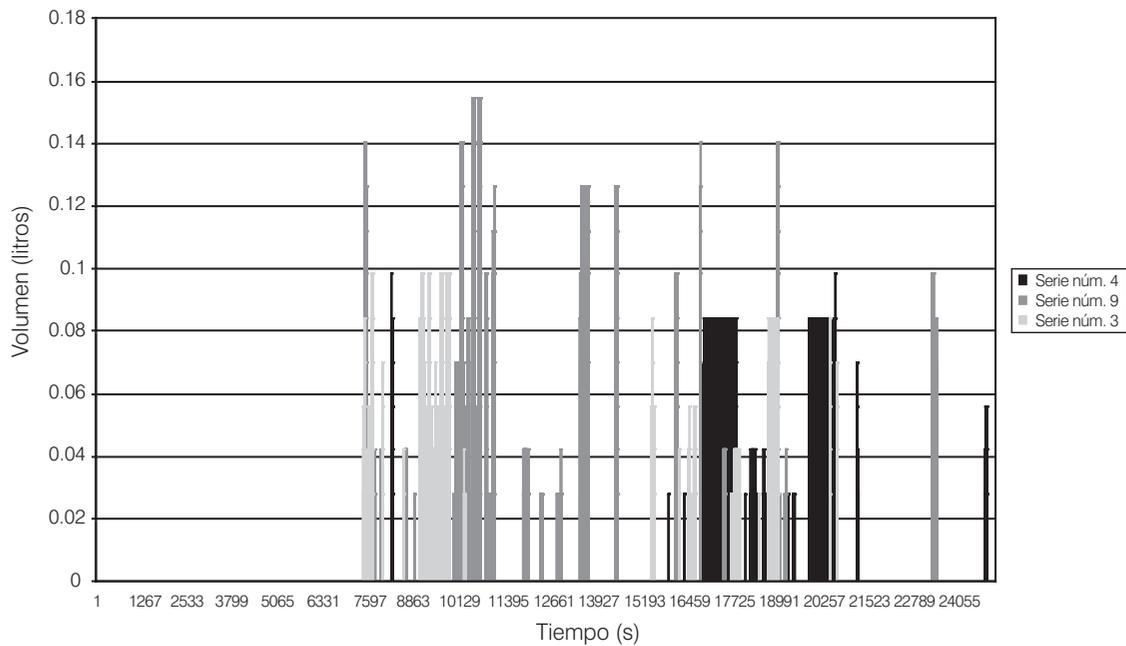


Ilustración 13. Señal “abuela” resultante y ensamblada en términos de la función de AutoCOVAR ($h=1$ s).

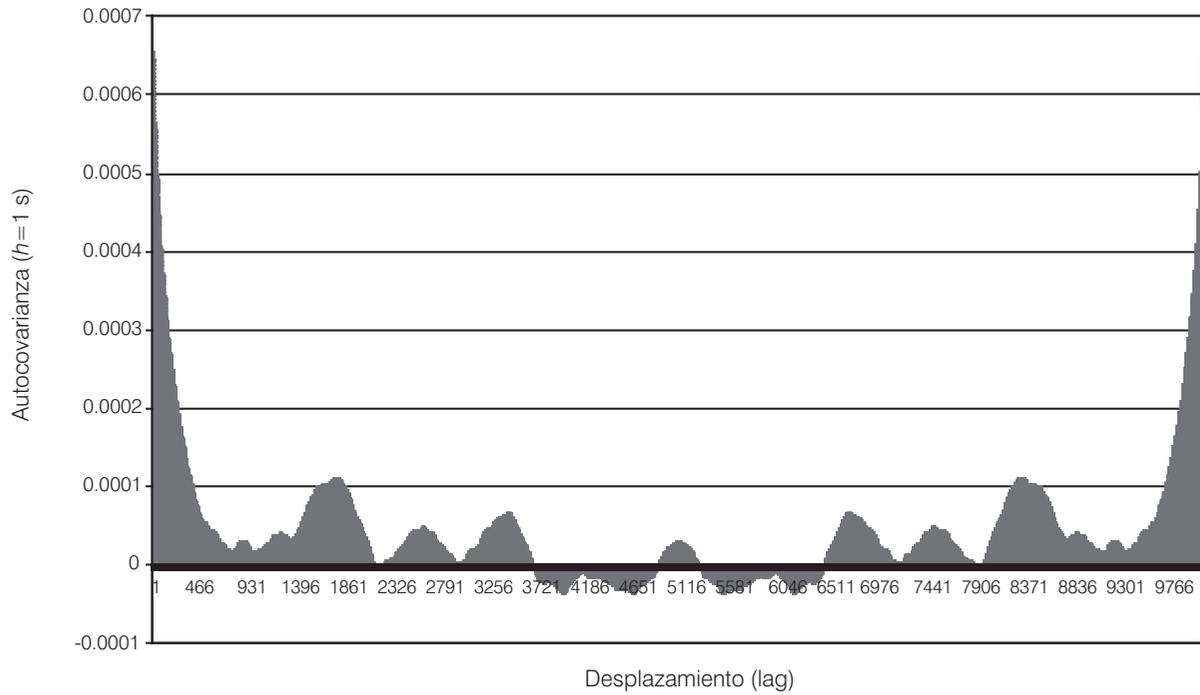


Ilustración 14. Señal “abuela” resultante y ensamblada en términos de la función de AutoCOVAR ($h=540$ s).

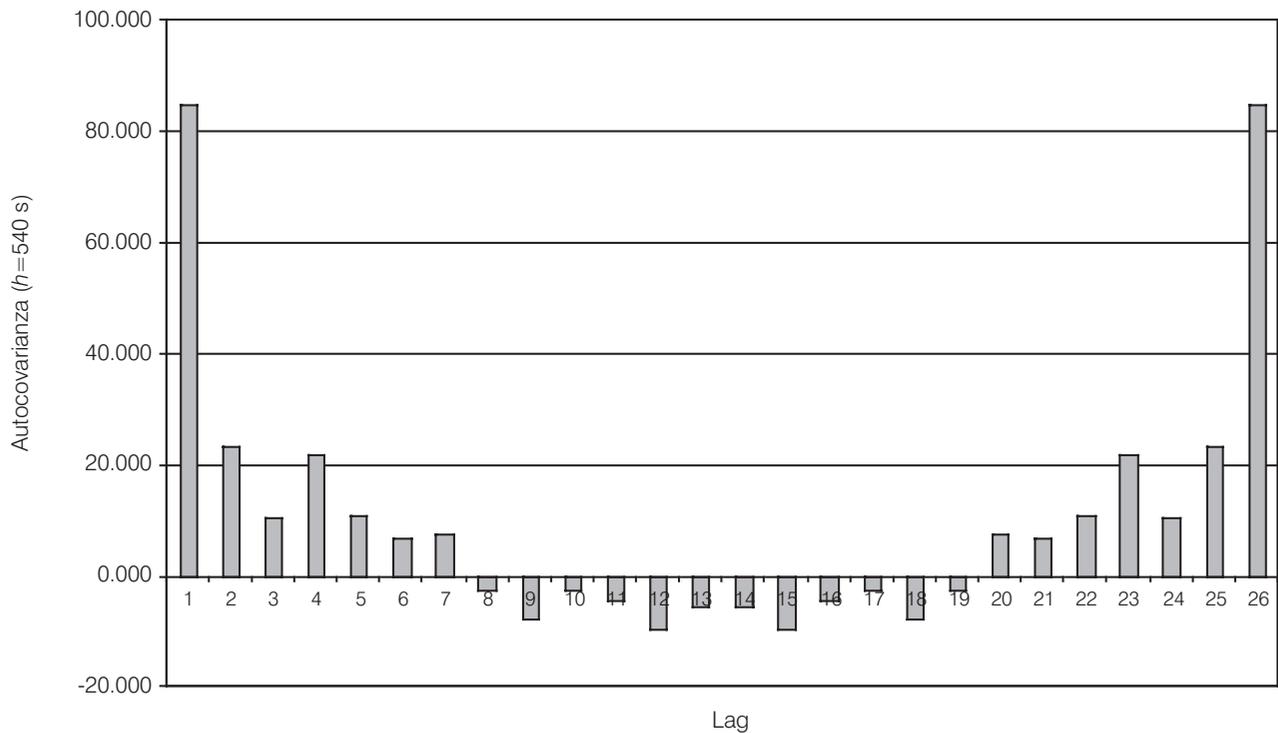


Ilustración 15. Espectros obtenidos a partir de las señales “abuelas” y “madres” ensambladas.

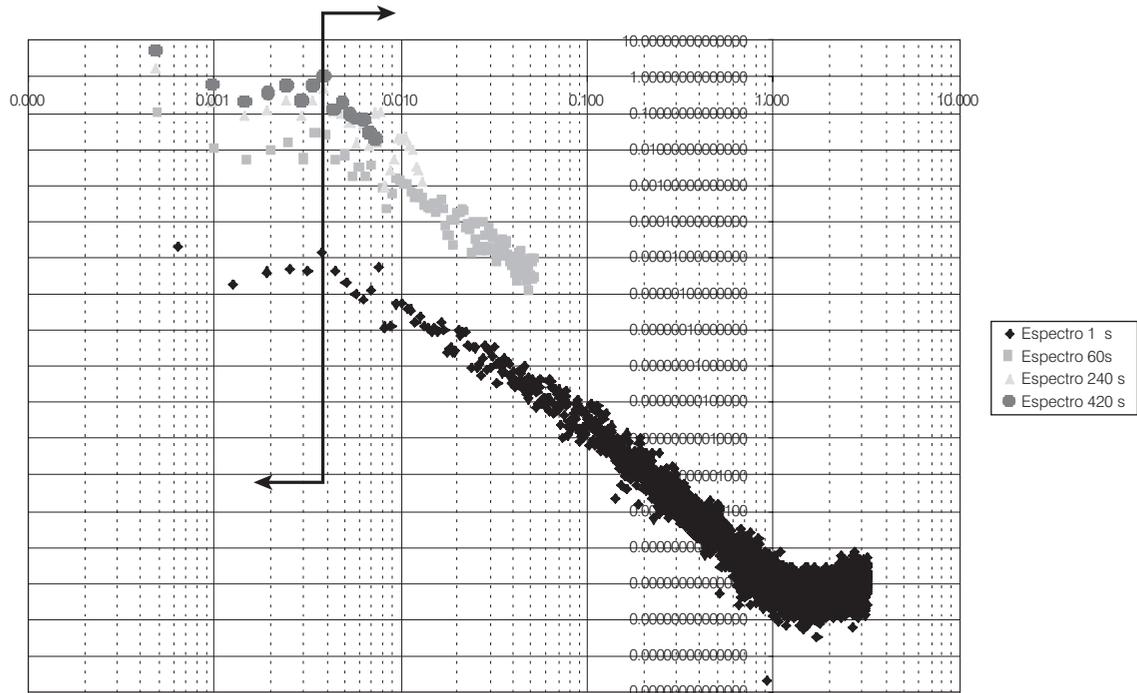
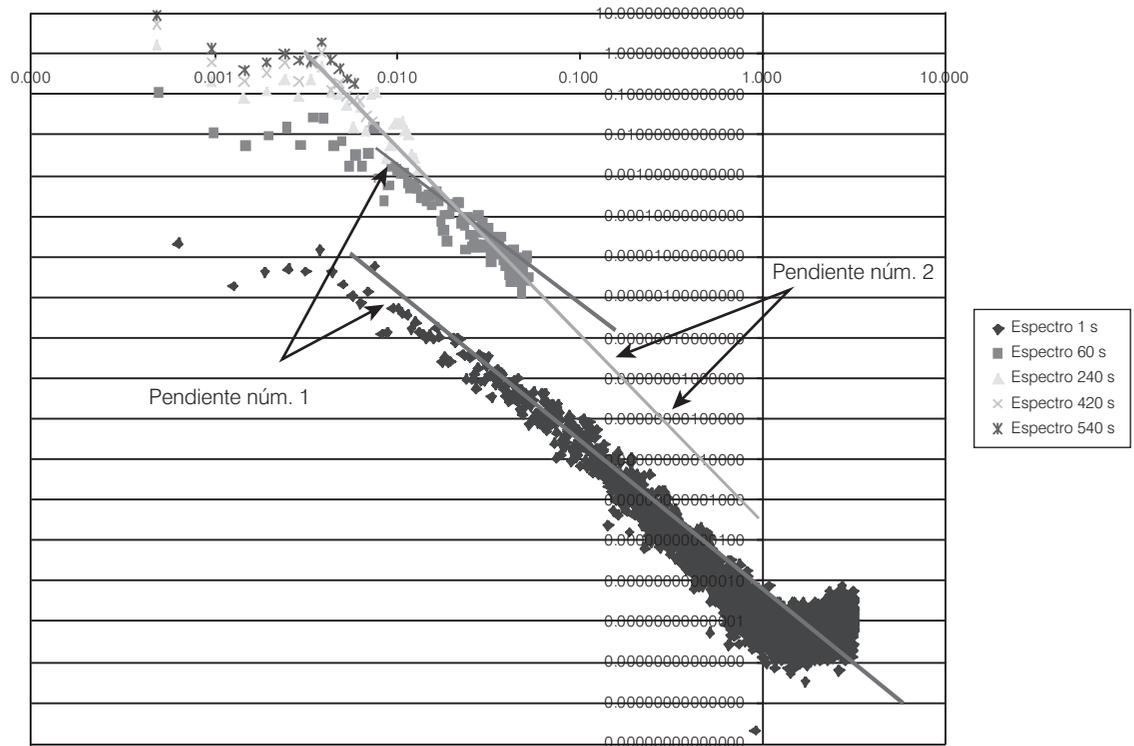


Ilustración 16. Comparación de pendientes de los espectros obtenidos a partir de las señales “abuelas” y “madres” ensambladas.



A partir de ello se realiza el promedio de ensamble involucrando las diez series seleccionadas y afectadas por la función de AutoCOVAR. Lo anterior con el objetivo de obtener una sola serie, a la cual llamaremos señal "abuela". Recordar que la serie es periódica, por lo que la serie ensamblada deberá ser afectada por ello (ilustraciones 13 y 14).

El intervalo de agregación (h) afectará directamente la longitud de la serie, por lo que entre mayor sea este intervalo, menor será la señal "abuela" resultante y ensamblada.

Análisis espectral de las series de consumo

Una vez obtenidas las señales ensambladas, se procede al cálculo del espectro, empleando el análisis de Fourier. De igual forma que en el primer enfoque, se emplean directamente la transformada rápida de Fourier (FFT) y su transformada discreta (DFT).

Directamente de las series ensambladas en el punto anterior, se obtienen los espectros que se muestran en la ilustración 15.

Empleando el primer criterio del cambio de pendiente en el espectro de un segundo, se aprecia que la frontera se localiza en 0.004, esto es, 250 segundos, que corresponden a 4.166 minutos (ilustración 15).

Sin embargo, existe otro criterio para definir la frontera o rango de aplicación de los procesos de desagregación temporal. Esto se realiza con la determinación de los distintos espectros obtenidos a partir de los diferentes intervalos de agregación (h) aplicados a la serie original (abuela) con intervalo de registro de un segundo (ilustración 16).

La ventaja de este procedimiento en nuestro experimento es que se cuenta con la serie de menor intervalo de registro (1s). Lo anterior permitirá validar la solución cuando se pretenda obtener el espectro de un segundo a partir de aquellos con intervalo de agregación mayor. El criterio fundamental es la pendiente que presenta el espectro mismo. Por ejemplo, si la pendiente del espectro con $h=60$ s es igual o muy similar a $h=1$ s, es posible concluir que a partir de registros con $h=60$ s será posible recuperar información con intervalo de registro de un segundo. Por el contrario, cuando la pendiente resulta diferente con respecto a $h=1$ s, se concluye que no será posible desagregar temporalmente los registros desde ese intervalo de agregación hasta un segundo. Esto se puede apreciar con mayor claridad en la ilustración 16, al presentarse dos pendientes diferentes (números 1 y 2).

Las pendientes de los espectros con $h=420$ s y $h=540$ s tiene una pendiente distinta a la obtenida con $h=1$ s, por ello será difícil recuperar información a partir de esos intervalos "gruesos" de agregación.

Siguiendo el criterio anterior, se determinó que la serie "madre" con $h=240$ s presenta una pendiente similar a la obtenida con $h=1$ s, por lo que se concluye que el rango de aplicación de los procesos de agregación y desagregación temporal empleando técnicas del análisis de Fourier es entre los 240 y 1 segundo.

El cambio de pendiente en el comportamiento del espectro en escala doblemente logarítmica permite determinar a partir de qué frecuencia inicia un comportamiento "autosimilar" o "autoafín" en el propio espectro. Por tanto, a partir de dicha frecuencia se pueden aplicar esquemas para la estimación de registros que correspondan a frecuencias mayores (esto es, intervalos de tiempo menores).

Aplicaciones

Series de demanda de agua potable se ocupan en diferentes labores relativas al diseño y la operación de los sistemas de distribución de agua. Ejemplo de ello son la modelación dinámica hidráulica y de calidad del agua en las redes, que requiere ser alimentada con datos de la demanda y su variación en el tiempo; las series que se generan en los registros de telemetría, en la determinación de los coeficientes de variación diaria u horaria de la demanda (llamados también *coeficientes punta* o *coeficientes pico* en algunos países), en el análisis y diseño de tanques de regulación, y otros. En esta relación existen diferentes aplicaciones de lo expuesto en este artículo:

1. Determinación del intervalo de medición óptimo de la demanda, sin perder el grado de detalle de ésta. Como un ejemplo, es posible medir con intervalos de registro relativamente gruesos y obtener las series con una resolución fina, hasta generar series con valores cada segundo.
2. Generación de series de demanda sintéticas con intervalo deseado (un segundo, un minuto, una hora, etcétera), permitiendo resultados versátiles para las aplicaciones.
3. Obtención de la variación de la demanda instantánea, considerando su carácter estocástico.

Una aplicación de este tipo, relativa a la determinación del intervalo de medición óptimo, en comparación con otro método, se presenta en Alcocer (2007).

Conclusiones y recomendaciones

El proceso basado en el análisis de Fourier se puede aplicar como herramienta para obtener el intervalo de registro óptimo de medición de agua potable en campo. A partir del primer enfoque descrito, se obtuvo que el rango de aplicación del esquema se encuentra entre uno y doscientos segundos. En otras palabras, es posible medir con intervalo de registro hasta de doscientos segundos y recuperar información con intervalo de registro y generar series de demanda con resolución de hasta un segundo. Entre otras aplicaciones, lo anterior facilitará las labores de medición y el esfuerzo computacional que implicaría el manejo de una base de datos de grandes dimensiones (Tzatchkov *et al.*, 2005). En el segundo enfoque se determinó que la frontera del rango de aplicación para desagregar registros está entre 1 y 240 segundos. Este segundo enfoque tiene una mayor solidez teórica debido al empleo de series continuas en el tiempo y no "truncadas" o acotadas a un horario fijo, como se presentó en el primero.

Recibido: 12/03/2008
Aprobado: 23/01/2009

Referencias

- ALCOCER-YAMANAKA, V. y TZATCHKOV, V. *Estudio de la variación espacial y temporal de la demanda en redes de agua potable*. Informe técnico. Jiutepec, México: Instituto Mexicano de Tecnología del Agua, 2004, 272 pp.
- ALCOCER-YAMANAKA, V. y TZATCHKOV, V. *Estudio de la variación espacial y temporal del consumo intradomiciliario*. Informe técnico. Jiutepec, México: Instituto Mexicano de Tecnología del Agua, 2005, 99 pp.
- ALCOCER-YAMANAKA, V. *Flujo estocástico y transporte en redes de distribución de agua potable*. Tesis doctoral. México, D.F.: Facultad de Ingeniería, Sección Posgrado, Universidad Nacional Autónoma de México, 2007, 182 pp.
- ALCOCER-YAMANAKA, V., TZATCHKOV, V., GARCÍA, R., BUCHBERGER, S., ARREGUÍN, F. y LEÓN, T. Modelación estocástica del consumo doméstico empleando el esquema de Neyman-Scott. *Ingeniería hidráulica en México*. Vol. XXIII, núm. 3, julio-septiembre, 2008, pp. 105-121.
- ALDAMA, A.A. Filtering techniques for turbulent flow simulation. *Lectures Notes in Engineering*. No. 56. Brebbia, C.A. and Orszag, S.A. (editors). Berlin: Springer-Verlang, Mercedes-Druck, 1990.
- ALVISI, S., FRANCHINI, M. and MARINELLI, A. A Stochastic model for representing drinking water demand at residential level. *Water Resources Management*. Vol. 17, no. 3, 2003, pp. 197-222.
- BUCHBERGER, S. and WU, L. A model for instantaneous residential water demands. *Journal of Hydraulics Engineering*. ASCE. Vol. 121, no. 3, 1995, pp. 232-246.
- BO, Z., ISLAM, S. and ELTAHIR, E. Aggregation-disaggregation properties of a stochastic rainfall model. *Water Resources Research*. Vol. 30, no. 12, December, 1994, pp. 3423-3435.
- ENTEKHABI, D., RODRÍGUEZ-ITURBE, I. and EAGLESON, P. Probabilistic representation of the temporal rainfall process by a modified Neyman-Scott rectangular pulses model: parameter estimation and validation. *Water Resources Research*. Vol. 25, no. 2, February, 1989, pp. 295-302.
- LI, Z. and BUCHBERGER, S. *PRPSym Users Guide*. Cincinnati: University of Cincinnati, 2006.
- MELLOR, D. *Generalized Neyman-Scott Model. Version 3.3.1 beta*. Cambridge: GNU (General Public License). Copyright 1989, 1991. Free Software Foundation Inc., 2007.
- RODRÍGUEZ-ITURBE, I., COX, D. and ISHAM, V. Some models for rainfall based on stochastic point process. *Proc. R. Soc. London*. A 410, 1987, pp. 269-288.
- TZATCHKOV, V., ALCOCER, V., ARREGUÍN, F. y FELICIANO, G. Medición y caracterización estocástica de la demanda instantánea de agua potable. *Ingeniería hidráulica en México*. Vol. XX, no. 1, enero-marzo de 2005, pp. 67-76.

Abstract

ALCOCER-YAMANAKA, V.H., ALDAMA, A.A., V.H., TZATCHKOV, V., ESPINOSA-GAYOSSO, A. & ARREGUÍN-CORTÉS, F.I. *Spectral analysis of residential water demand*. Hydraulic engineering in Mexico (in Spanish). Vol. XXIV, no. 4, October-December, 2009, pp. 105-121.

Residential water demand is one of the most uncertain variables within hydraulic analysis of water distribution networks. It is stochastic in nature and several methodologies have been previously developed to represent this variable (Buchberger and Wu, 1995; Alcocer et al, 2007). However, in these methodologies it is not possible to define accurately two situations: 1) the degree of information lost while sampling the water demand with a certain recording interval and the possible presence of aliasing, and 2) the range in time up to which time aggregation and disaggregation processes can be applied. It is shown in this paper that it is possible to apply Fourier's analysis as a time disaggregation tool and obtain the optimal recording interval. Using such methodology it is shown that the application range of the schema is between 240 seconds and 1 second. In other words, it is possible to measure with a recording interval of up to 240 seconds and retrieve information corresponding to a recording interval of 1 second. The method was validated with field measurements of residential water demand in a Mexican city.

Keywords: spectral analysis, water demand, stochastic models, aliasing.

Dirección institucional de los autores:

Victor Hugo Alcocer-Yamanaka

Instituto Mexicano de Tecnología del Agua
Paseo Cuauhnáhuac 8532
Colonia Progreso
62550 Jiutepec, Morelos, México
teléfono: + (52) (777) 329 3600, extensión 206
fax: + 52 (777) 329 3678
yamanaka@tlaloc.imta.mx

Álvaro A. Aldama

Consultor independiente
Teléfono: + (52) (777) 162 6340
alvaro.aldama@gmail.com

Velitchko Tzatchkov

Instituto Mexicano de Tecnología del Agua
Paseo Cuauhnáhuac 8532
Colonia Progreso
62550 Jiutepec, Morelos, México
teléfono: + (52) (777) 329 3600, extensión 898
fax: + 52 (777) 329 3678
velitchk@tlaloc.imta.mx

Alexis Espinosa-Gayosso

School of Environmental Systems Engineering
University of Western Australia,
Nedlands, WA, Australia, 6009
espinosa@sese.uwa.edu.au

Felipe I. Arreguín-Cortés

Comisión Nacional del Agua
Insurgentes Sur 2416, piso 8
Colonia Copilco el Bajo
04340 México, D.F., México
teléfono: + (52) (55) 5174 4400, extensión 1620
fax: + (52) (55) 5174 4402
felipe.arreguin@cna.gob.mx