

Artículo publicado en el Repositorio Institucional del IMTA

<i>Título</i>	Medición de flujo con vertedores de cresta ancha.
<i>Autor / Adscripción</i>	Leslie Skertchly Molina Instituto Mexicano de Tecnología del Agua
<i>Publicación</i>	Ingeniería Hidráulica en México, (3): 54-63
<i>Fecha de publicación</i>	1986
<i>Resumen</i>	Tradicionalmente, la medición de caudales ha sido costosa, imprecisa y difícil de lograr en condiciones prácticas. Entre las estructuras ensayadas, el vertedor de cresta ancha ofrece grandes ventajas por su facilidad de diseño, bajo costo de construcción y simplicidad de operación y mantenimiento. En este artículo se presenta una descripción general de los aforadores a flujo crítico y se enumeran las cualidades de los vertedores de cresta ancha. Se analizan los aspectos teóricos más importantes en los que se basa el diseño hidráulico de las estructuras, sobre todo los relativos al cálculo de pérdidas de carga por fricción. Por último, se muestra un modelo matemático para el cálculo de tablas carga-gasto.
<i>Identificador</i>	http://hdl.handle.net/123456789/1235

Medición de flujo con vertedores de cresta ancha

Leslie Skertchly Molina

Instituto Mexicano de Tecnología del Agua, SARH

Tradicionalmente, la medición de caudales ha sido costosa, imprecisa y difícil de lograr en condiciones prácticas. Se han ensayado diversos tipos de estructuras, en especial las que funcionan a flujo crítico. Entre éstas, el vertedor de cresta ancha ofrece grandes ventajas por su facilidad de diseño, bajo costo de construcción y simplicidad de operación y mantenimiento. En este artículo se presenta una descripción general de los aforadores a flujo crítico y se enumeran las cualidades de los vertedores de cresta ancha. Se analizan los aspectos teóricos más importantes en los que se basa el diseño hidráulico de las estructuras, sobre todo los relativos al cálculo de pérdidas de carga por fricción. Por último, se muestra un modelo matemático para el cálculo de tablas carga-gasto, que se considera un elemento fundamental en el uso de este tipo de estructuras.

La medición del agua es fundamental para lograr su manejo efectivo en canales de riego, el abastecimiento adecuado de agua potable y el monitoreo de avenidas u otros propósitos. La creciente demanda y competencia por este recurso en la sociedad actual hacen cada vez más necesaria la planeación del uso eficiente de este líquido.

En general, es necesario realizar las mediciones en aquellos puntos donde se considere que el caudal puede afectar las decisiones de operación: en el canal de un sistema de distribución; en todas las bifurcaciones o divisiones de flujo; en la totalidad de los puntos de entrega y en los ríos de donde se capta o deriva el agua; en los sistemas de drenaje; en los drenes de las secciones de riego y en la convergencia de los mismos, así como en los puntos de descarga a los cuerpos receptores. Se recomienda que los nuevos proyectos incluyan posibilidades de medición y que los canales ya construidos sean rediseñados para alojar estructuras de aforo.

Para la medición de caudales en canales a superficie libre se sugiere el empleo de aforadores a flujo crítico, de garganta larga o corta; entre los primeros se encuentran los vertedores de cresta ancha que se adaptan muy bien a los canales de riego. La elección apropiada de este tipo de estructuras abre grandes posibilidades de aplicación en la operación de sistemas hidráulicos, el

manejo del agua y el uso eficiente de este valioso recurso.

Medición de flujo

Como resultado de las múltiples formas de operación de canales, ha surgido una gran variedad de métodos para aforar o medir gastos, algunos de los cuales requieren de aparatos complicados y costosos, aunque también los hay más sencillos y relativamente baratos. El mejor método para un caso específico depende del volumen de la corriente, de las condiciones bajo las que se va a hacer el aforo y del grado de exactitud deseado. En general, todas las formas para medir una corriente de agua se clasifican en dos grandes divisiones:

Area - velocidad

- Con molinetes
- Con tubo de Pitot
- Con difusión de trazadores

Gasto a caudal directo

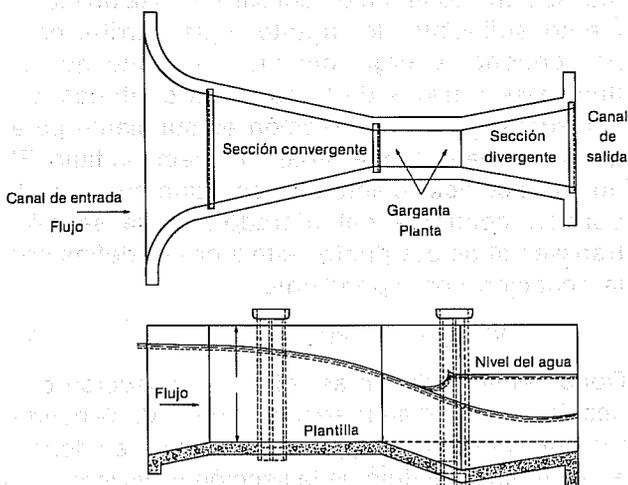
- Gravimétrico
- Volumétrico
- Con vertedores
- Con orificios
- Con canales de Parshall y de Venturi

En cuanto al aforo mediante área-velocidad, es necesario determinar, con base en una medición real, la velocidad media del agua. El gasto obtenido es el producto del área por la velocidad media y para ello se requiere medir la velocidad del líquido en varios puntos del área de la sección de aforo.

En lo que se refiere a los gastos a caudal directo no es preciso efectuar este tipo de mediciones; en algunos de los métodos la determinación de la velocidad es un paso del procedimiento, pero no se hacen mediciones reales de ella. Los métodos gravimétricos y volumétricos se requieren, respectivamente, de la cuantificación del peso y el volumen, y de la cantidad del agua que fluye en un tiempo dado, se adaptan sobre todo a trabajos experimentales efectuados en el laboratorio y sólo se usan para medir caudales o gastos más bien pequeños. El aforo mediante orificios se realiza midiendo la carga hidrostática aguas arriba de un orificio de área conocida. Este procedimiento es sencillo de aplicar pero requiere de consideraciones especiales para algunas condiciones de flujo dadas. El uso de vertedores y de los canales de Venturi y de Parshall se basa en los principios del flujo crítico; estos aforadores (véase ilustración 1) constan de cinco secciones:

- Canal de entrada, donde el flujo es estable y uniforme, de manera que el nivel del agua (y en consecuencia, la carga de energía) puede medirse con precisión.
- Transición convergente, que confiere al flujo una aceleración suave sin discontinuidades o separación de flujo.
- Garganta, donde se produce el flujo crítico.

1. Aforadores de flujo crítico



- Transición divergente, para reducir la velocidad de flujo a velocidad subcrítica y recobrar la energía.
- Canal de salida, donde el nivel del agua se controla por el flujo aguas abajo. El conocimiento de este nivel es importante para calcular la elevación de la garganta del aforador.

Los dispositivos de medición a flujo crítico se usan en el aforo de canales a superficie libre. La mayoría de estas estructuras necesita ser calibrada en el laboratorio, porque el gasto no se puede predecir teóricamente, excepto mediante coeficientes obtenidos a nivel empírico y que dependen de las condiciones del flujo. Existe un tipo de aforadores para los cuales sí es posible obtener sus gastos teóricos, mediante una relación funcional única: los aforadores de garganta larga, entre los que el vertedor de cresta ancha es un caso particular.

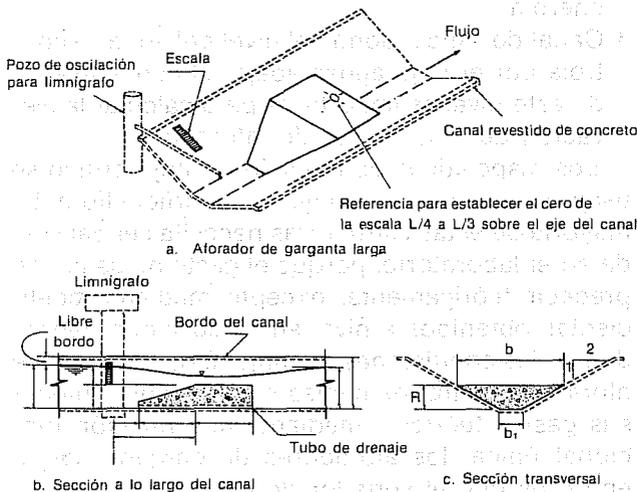
El elemento principal de los aforadores lo constituye la garganta; tramo del canal donde se modifica la sección transversal para lograr las condiciones de flujo crítico; éste adquiere gran importancia práctica cuando las líneas de corriente son rectas y paralelas, tanto en el canal de entrada como en la contracción. En él se pueden aplicar los principios clásicos de hidráulica para establecer la relación carga-gasto con un mínimo de información observable. Estas características las presentan especialmente los vertedores de cresta ancha.

Descripción de vertedores de cresta ancha

Con base en los resultados obtenidos en investigaciones teóricas y experimentales se ha constatado que el uso del vertedor de cresta ancha (véase ilustración 2) es muy ventajoso para la medición precisa del gasto en canales. Esta exactitud se logra debido a que:

- El ancho de la cresta del vertedor se calcula de forma tal que absorba fácilmente los errores normales de construcción de la sección de control, por lo que estas estructuras se pueden usar en la mayoría de los canales construidos.
- La longitud de la cresta en la dirección del flujo y en la rampa de entrada crea condiciones de flujo que pueden modelarse matemáticamente (con precisión de $\pm 2\%$) y resolverse mediante computadora para cualquier forma prismática de canal.
- Mediante técnicas topográficas se determinan las posiciones de las escalas de medición o los niveles de referencia de los limnigrafos sobre la

2. Vertedor de cresta ancha



elevación del cimacio del vertedor (como se muestra en la ilustración 2). Estas medidas de referencia, aguas arriba del vertedor, requieren de mucha exactitud en su localización para lograr los resultados deseados.

La construcción de estas estructuras es muy sencilla: el vertedor de cresta ancha requiere de precisión solamente en su cresta, en tanto que el resto de las superficies puede dimensionarse y terminarse con una precisión de $\pm 10\%$ sin afectar la calibración en más de 1%. Gracias a estos requerimientos simplificados de construcción, los costos de instalación sólo representan entre 10% y 20% en relación con otros tipos de estructuras más complicadas de aplicación agrícola (tales como las de garganta corta o los aforadores Parshall). En el caso de estructuras mayores el costo es de un 50% aproximadamente en comparación a éstas.

Otra característica de este vertedor es la reducida caída de la superficie del agua a través de la estructura necesaria para un funcionamiento adecuado. Esta caída o pérdida de carga (AH) es una función directa de la carga hidráulica de aguas arriba H_1 respecto al nivel de la cresta; dicha pérdida es necesaria para mantener una relación única entre el nivel aguas arriba h_1 y el gasto Q , sin que influya el nivel aguas abajo.

Los vertedores de cresta ancha producen una contracción en la sección de control mediante la elevación en la plantilla del canal, por lo que el tirante es mínimo comparado con el de otros aforadores de la sección de control de contracción lateral. La pérdida de carga típica para canales pequeños es de 5 cm, lo que representa la mitad o

un cuarto de la requerida para un aforador de contracción lateral y tirante dilatado. Esta característica hace de estos vertedores la estructura de medición ideal en aplicaciones agrícolas.

Ventajas. Se recomienda el uso de estos vertedores para medir flujos a superficie libre porque, en relación con otros tipos de vertedores y aforadores, presentan las siguientes ventajas:

- La sección de control perpendicular a la dirección de flujo se puede construir a manera de poder medir con precisión un amplio rango de gastos.
- Para cualquier forma prismática de la sección de control, se puede calcular una tabla de carga-gasto con un margen de error menor de 2% respecto al gasto real.
- La pérdida de carga sobre el vertedor o aforador requerido para tener una función carga h_1 -gasto Q única y precisa es la menor para los dispositivos de medición en canales.
- Esta pérdida de carga puede calcularse con suficiente precisión para cualquier estructura instalada en un canal determinado.
- Bajo condiciones hidráulicas similares y diferentes condiciones físicas de los canales, estos vertedores o aforadores son los menos costosos para lograr una medición precisa.

Algunos aspectos teóricos

Ecuaciones generales para secciones de control rectangulares

El flujo en aforadores de garganta ancha se gobierna por los principios del flujo crítico; en la hidráulica de canales a superficie libre este flujo se define como el gasto máximo a la energía mínima; así, una contracción del canal causa un incremento suficiente del tirante aguas arriba para proporcionar energía mínima y permite que el flujo pase a través de la garganta contraída. Se considera que la contracción es suficiente para que un remanso aguas abajo no afecte al flujo. El flujo crítico ocurre entonces en algún punto de la porción contraída del aforador; en la sección transversal de ese punto, este aforo se define por la ecuación correspondiente:

$$V_c^2/2g = A_c/2B_c \tag{1}$$

Donde el subíndice c se refiere a la sección crítica; la velocidad en la sección crítica V_c se puede reemplazar por Q/A_c (por continuidad), en donde A_c es el área de flujo de la sección transversal en

el tramo de flujo crítico; B_c es el ancho de la superficie libre en la misma sección y Q es el gasto. Así, la fórmula (1) resulta:

$$Q = (gA_c^3/B_c)^{1/2} \quad (2)$$

Esta ecuación de gasto es válida para cualquier forma arbitraria de sección transversal y se aplica fácilmente si hay expresiones matemáticas sencillas para A_c y B_c .

Fórmula de tirante-gasto para flujo ideal

Secciones de control rectangulares. En una sección de este tipo a flujo crítico, $A_c = by_c$ y $B_c = b$, en donde b es la plantilla del canal y y_c es el tirante en la sección crítica, por lo que la ecuación (1) se reduce a:

$$V_c^2/2g = y_c/2 \quad (3)$$

La carga hidráulica total H , que combina el tirante y y la carga de velocidad $V^2/2g$ con referencia a la plantilla, se define como:

$$H = y + (v^2/2g) \quad (4)$$

Para el flujo crítico en una sección rectangular, la ecuación (4) se transforma en:

$$H_c = y_c + 1/2 y_c = 3/2 y_c \quad (5)$$

en donde el subíndice c se refiere, nuevamente, a la sección crítica, o:

$$y_c = 2/3 H_c \quad (6)$$

Para un flujo ideal, las cargas totales — H_c en la sección crítica y H_1 en un punto de medición aguas arriba— se consideran iguales sin pérdidas de energía entre las dos secciones; las distribuciones de velocidad son uniformes en ambas secciones, y las líneas de flujo en ambas secciones, rectas y paralelas. Sustituyendo (6) en (2) y usando las expresiones de A_c y B_c de una sección rectangular y $H_1 = H_c$, se obtiene:

$$Q = g^{0.5} b (2/3 H_1)^{1.5} \quad (7)$$

Flujo de fluidos reales

En el cálculo de las relaciones carga-gasto de vertedores y aforadores se pueden emplear dos enfoques: el primero consiste en obtener el gasto para un flujo ideal y multiplicarlo por un coeficiente de descarga C_d , que es la relación entre el gasto real y el gasto ideal. Este coeficiente es un ajuste de cálculo en el que se consideran, por una parte, los efectos de fricción en las paredes y fondo del canal entre la sección de medición y la sección de control, y por otra, el perfil de velocidad entre el canal de llegada y la sección de control y los cambios de presión causados por la curvatura de las líneas de flujo.

El segundo enfoque se aplica al calcular directamente los efectos mediante relaciones matemáticas, aplicando los principios de la capa límite, por lo que es necesario el uso de coeficientes de descarga. En ambos casos se calcula el flujo ideal como base de referencia o punto de partida.

Cálculo de pérdidas por fricción

Las consideraciones antes mencionadas para flujos ideales no son aplicables en la realidad, ya que existen pérdidas por fricción, distribuciones de velocidad no uniformes y desviaciones respecto a un flujo recto y paralelo; es decir, desviaciones en relación con un flujo ideal que deben compensarse mediante la introducción de un coeficiente de gasto C_d , por lo que la ecuación (7), se transforma en:

$$Q = C_d 2/3 (2/3g)^{1/2} b H_1^{1.5} \quad (8)$$

Ahora bien, en un canal a superficie libre no es conveniente medir la carga de energía (H_1) directamente, lo más habitual es, entonces, relacionar el gasto con el nivel del agua aguas arriba (h_1), referido a la cresta del vertedor, de la manera siguiente:

$$Q = C_v C_d 2/3 (2/3g)^{1/2} b h_1^{1.5} \quad (9)$$

en donde C_v es el coeficiente de velocidad de llegada que corrige la diferencia de carga de velocidad para la sección de medición $V_1^2/2g$.

La calibración para cualquier forma de sección transversal de aforador se puede describir mediante la forma generalizada de la ecuación (9); expresada como una función exponencial:

$$Q = C_v C_d K (h_1)^u \quad (10)$$

en donde K es una constante que incluye al área de flujo y otros factores y u es una función de la forma del aforador (1.5 para aforadores rectangulares y 2.5 para triangulares).

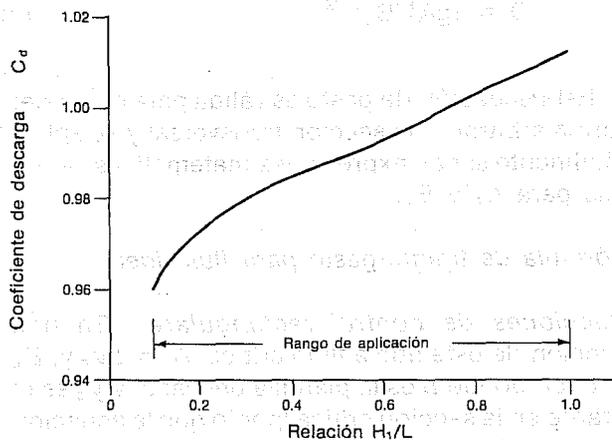
Coefficiente de descarga C_d . Como se estableció anteriormente, el coeficiente de gasto hace las correcciones debidas a fenómenos tales como la pérdida de energía entre las secciones de control y de medición, la falta de uniformidad en la distribución de velocidad y la curvatura de las líneas de flujo. Estos factores se relacionan estrechamente con el valor de la razón H_1/L , en donde L es la medida longitudinal de la sección de control. Cuando el flujo está en relación con un tirante relativamente corto sobre una longitud particular de garganta L (por ejemplo, un H_1/L de 0.1), los efectos de fricción representan una porción relativamente grande del valor de (H_1), llegando posiblemente al 5% de reducción del gasto idealizado, o a un valor de C_d de 0.95. Para flujos de tirantes relativamente mayores, por ejemplo, de $H_1/L = 0.5$, los efectos de fricción y otros son porciones más pequeñas de (H_1) y requerirían un valor de C_d de 0.99. Finalmente, a medida que el flujo se acerca a un valor de $H_1/L = 1$, las líneas de flujo se hacen tan curvas en la región de flujo crítico que existen reducciones de presión significativas. El gasto comienza a exceder el flujo ideal calculado a pesar de los efectos de pérdidas por fricción y distribución de velocidad y entonces C_d puede sobrepasar ligeramente el valor de 1. El flujo donde H_1/L excede de 1 no se puede describir con precisión. De igual forma, los flujos donde H_1/L excede de 0.5 pueden mostrar presión decreciente por efectos del remanso aguas abajo.

Los valores de C_d en relación con H_1/L se muestran en la ilustración 3. El rango de aplicación

$$0.1 \leq H_1/L \leq 1.0 \quad (11)$$

que se indica, se debe en parte a la distorsión de los valores de C_d fuera de este rango. Para $H_1 \leq 0.1$, los cambios ligeros en la rugosidad causan grandes variaciones en valor de C_d . Para valores de $H_1/L \geq 1.0$, la curvatura de las líneas de flujo en la sección de control está influida por la transición de aguas abajo y por la estabilidad

3. Valores C_d en relación con H_1/L



del agua; también la pérdida de carga en la estructura que se requiere para una relación única entre h^1 (ó H^1) y Q se incrementa súbitamente con los valores crecientes de H_1/L , debido a que el nivel del agua a la salida reduce la curvatura de las líneas de flujo en la sección de control y de esta forma puede producir un gasto variable.

Coefficiente de velocidad de llegada C_v . Este coeficiente ajusta las variaciones producidas por el uso del tirante referido a la cresta h_1 en lugar de la carga total H_1 en la ecuación (9). También ajusta las desviaciones que producen las diferencias de los valores de $V^2/2g$, que ocurren en las secciones de entrada y de control. El valor exacto de C_v es igual a las relaciones de los valores generalizados de la ecuación (8) sobre (9). Así, C_v está dado por:

$$C_v = \frac{(H_1)^u}{h_1} = \frac{(h_1 + u_1^2/2g)^u}{h_1} = \frac{(1 + u^2)^u}{2gh_1} \quad (12)$$

en donde u es igual a la potencia de h_1 en una fórmula de tirante —gasto similar a la ecuación (10) con $u = 1.5$, para una sección de control rectangular. La potencia u de h_1 también acota tanto el rango de gastos que pueden medirse como la sensibilidad de la estructura, que es el cambio de gasto Q por unidad de cambio de h_1 .

El valor de C_v se incrementa rápidamente si u_1 crece. Esto está relacionado con C_d , por la razón de áreas $C_d A'/A_1$, en donde A' es el perímetro mojado imaginario en la sección de control si el tirante fuera igual a h_1 . Así, para una sección rectangular de control:

$$A^* = bh_1 \quad (13)$$

y si se aplica a un canal de llegada de sección trapezoidal:

$$A_1 = b_1 y_1 + z_1 y_1^2 \quad (14)$$

en donde y_1 es el tirante total del canal de llegada y z_1 es el talud. Los valores de C_v en función de C_d por la relación de áreas, $C_d A^*/A_1$ se muestran en la ilustración 4 para secciones de control de forma rectangular y triangular.

El número de Froude calculado en el canal de llegada no debe exceder de un valor de 0.5 para evitar olas o perturbaciones que dificulten la lectura en la estación de medición o velocidades de llegada muy altas. En el canal de llegada este número está definido como:

$$Fr_1 = u_1 / (gA_1 / B_1)^{1/2} \quad (15)$$

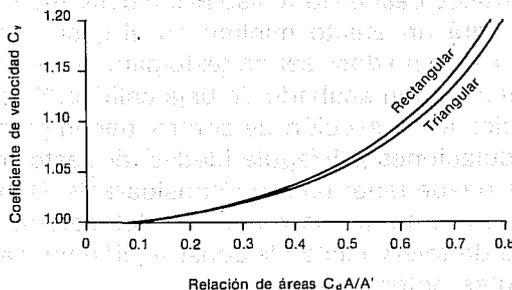
donde el subíndice 1 se refiere al canal de llegada; A_1 es el área de dicho canal; B_1 , el ancho de la superficie libre; u_1 , la velocidad y g la constante gravitacional.

Fórmulas tirante-gasto. Estas se pueden obtener para las secciones de control comúnmente usadas y para otras formas de control mediante los mismos procedimientos que condujeron a la ecuación (7) y haciendo las mismas consideraciones sobre los coeficientes C_d y C_v de la ecuación (9). Para obtener el tirante crítico de las secciones de control trapezoidales puede emplearse el cuadro 1. La ecuación obtenida está en función del tirante crítico y_c , que aparece en él. La fórmula de gasto es:

$$Q = C_d (by_c + zy_c^2) [2g(H_1 - y_c)]^{1/2} \quad (16)$$

en donde b es la plantilla, z el talud y y_c se obtie-

4. Velocidades de entrada



ne del cuadro 1 para valores diversos de z y de H_1/b .

Teoría de la capa límite

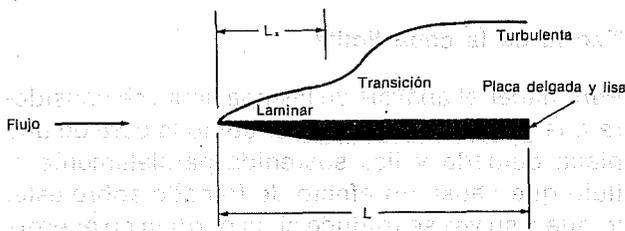
Para hacer el análisis de la capa límite se considera a la garganta del aforador como la cara de una placa delgada y lisa sostenida paralelamente al flujo que causa un efecto de frenado sobre éste, lo que a su vez se traduce en la pérdida de energía o carga. La capa límite se considera *transportada* por el cambio entre el canal de entrada y la garganta. La teoría al respecto establece que el flujo en dicha capa no es constante, sino que varía a través de la placa; se inicia como flujo laminar y posteriormente alcanza la turbulencia (véase ilustración 5) aunque en realidad, esta transición es gradual. Sin embargo, para calcular el arrastre se considera que la transición es abrupta y que ocurre a una distancia L_x de la entrada a la garganta.

En el análisis, el coeficiente combinado de arrastre C_f se puede calcular sumando los coeficientes de arrastre relativo para las partes laminar y turbulenta de la capa límite. La segunda actúa como si el total de la capa fuera turbulenta, de

1. Valores de la relación y_c/H_1 como función de Z y H_1/b para secciones de control trapezoidales

Pendiente de las paredes del canal, horizontal a vertical (Z:1)										
H_1/b	Vertical	1/4:1	1/2:1	3/4:1	1:1	3/2:1	2:1	5/2:1	3:1	4:1
0.00	—	0.667	0.667	0.667	0.667	0.667	0.667	0.667	0.667	0.667
0.01	0.667	0.667	0.667	0.668	0.668	0.669	0.670	0.671	0.672	0.672
0.02	0.667	0.667	0.668	0.669	0.670	0.671	0.673	0.675	0.677	0.678
0.03	0.667	0.668	0.669	0.670	0.671	0.672	0.675	0.677	0.680	0.681
0.04	0.667	0.668	0.670	0.671	0.672	0.674	0.677	0.680	0.683	0.684
0.05	0.667	0.668	0.670	0.672	0.674	0.677	0.680	0.683	0.686	0.687
0.06	0.667	0.669	0.671	0.673	0.675	0.679	0.683	0.686	0.690	0.691
0.07	0.667	0.669	0.672	0.674	0.676	0.681	0.685	0.689	0.693	0.694
0.08	0.667	0.670	0.672	0.675	0.678	0.683	0.687	0.692	0.696	0.697
0.09	0.667	0.670	0.673	0.676	0.679	0.684	0.690	0.695	0.699	0.700
0.10	0.667	0.670	0.674	0.677	0.680	0.686	0.692	0.697	0.701	0.702
0.12	0.667	0.671	0.675	0.679	0.684	0.690	0.696	0.701	0.706	0.707
0.14	0.667	0.672	0.676	0.681	0.686	0.693	0.699	0.705	0.711	0.712
0.16	0.667	0.672	0.678	0.683	0.687	0.696	0.703	0.709	0.715	0.716
0.18	0.667	0.673	0.679	0.684	0.690	0.698	0.706	0.713	0.719	0.720
0.20	0.667	0.674	0.680	0.686	0.692	0.701	0.709	0.717	0.723	0.724
0.22	0.667	0.674	0.681	0.688	0.694	0.704	0.712	0.720	0.726	0.727
0.24	0.667	0.675	0.683	0.689	0.696	0.706	0.715	0.723	0.729	0.730
0.26	0.667	0.676	0.684	0.691	0.699	0.709	0.718	0.726	0.732	0.733
0.28	0.667	0.676	0.685	0.693	0.699	0.711	0.720	0.728	0.734	0.735
0.30	0.667	0.677	0.686	0.694	0.701	0.713	0.723	0.730	0.737	0.738
0.32	0.667	0.678	0.687	0.696	0.703	0.715	0.725	0.733	0.739	0.740
0.34	0.667	0.678	0.689	0.697	0.705	0.717	0.727	0.735	0.741	0.742
0.36	0.667	0.679	0.690	0.699	0.706	0.719	0.729	0.737	0.743	0.744
0.38	0.667	0.680	0.691	0.700	0.708	0.721	0.731	0.738	0.745	0.746
0.40	0.667	0.680	0.692	0.701	0.709	0.723	0.733	0.740	0.747	0.748
0.42	0.667	0.681	0.693	0.703	0.711	0.725	0.734	0.742	0.749	0.750
0.44	0.667	0.681	0.694	0.704	0.712	0.727	0.736	0.744	0.750	0.751
0.46	0.667	0.682	0.695	0.705	0.714	0.728	0.737	0.745	0.751	0.752
0.48	0.667	0.683	0.696	0.706	0.715	0.729	0.739	0.747	0.752	0.753
0.5	0.667	0.683	0.697	0.708	0.717	0.730	0.740	0.748	0.754	0.755
0.6	0.667	0.685	0.701	0.713	0.723	0.737	0.747	0.754	0.759	0.760
0.7	0.667	0.688	0.706	0.718	0.728	0.742	0.752	0.758	0.764	0.765
0.8	0.667	0.692	0.709	0.723	0.732	0.746	0.756	0.762	0.767	0.768
0.9	0.667	0.694	0.713	0.727	0.737	0.750	0.759	0.766	0.770	0.771
1.0	0.667	0.697	0.717	0.730	0.740	0.754	0.762	0.768	0.773	0.774
1.2	0.667	0.701	0.723	0.737	0.747	0.759	0.767	0.772	0.776	0.777
1.4	0.667	0.706	0.729	0.742	0.752	0.764	0.771	0.776	0.779	0.780
1.6	0.667	0.709	0.733	0.747	0.756	0.767	0.774	0.778	0.781	0.782
1.8	0.667	0.713	0.737	0.750	0.759	0.770	0.776	0.781	0.783	0.784
2	0.667	0.717	0.740	0.754	0.762	0.773	0.778	0.782	0.785	0.786
3	0.667	0.730	0.753	0.766	0.773	0.781	0.785	0.787	0.790	0.791
4	0.667	0.740	0.762	0.773	0.778	0.785	0.788	0.790	0.792	0.793
5	0.667	0.748	0.768	0.777	0.782	0.788	0.791	0.792	0.794	0.795
10	0.667	0.768	0.782	0.788	0.791	0.794	0.795	0.796	0.797	0.798
∞	—	0.800	0.800	0.800	0.800	0.800	0.800	0.800	0.800	0.800

5. Transición entre partes laminar y turbulenta



modo que el coeficiente para la parte inexistente de la capa límite sobre L_x , es decir $C_{f,x}$, se puede restar del coeficiente de arrastre sobre L , $C_{f,L}$. Entonces, el coeficiente de arrastre es:

$$C_F = C_{F,L} - \frac{L_x}{L} C_{F,x} + \frac{L_x}{L} C_{f,x} \quad (17)$$

en donde $C_{f,x}$ es el coeficiente para la capa límite sobre L_x ; y la distancia L_x puede obtenerse mediante una relación empírica para el número de Reynolds de la porción laminar de la capa límite:

$$Re_x = 350\,000 + L/K \quad (18)$$

donde K es la rugosidad absoluta del material. Este número de Reynolds se relaciona con L_x por la definición:

$$Re_x = v_c L_x / \nu \quad (19)$$

en donde $V_c = Q/A_c =$ velocidad promedio de flujo y $\nu =$ viscosidad cinemática del fluido. En forma similar el número de Reynolds para la longitud total L es:

$$Re_L = V_c L / \nu \quad (20)$$

Los valores para los coeficientes de arrastre turbulentos se pueden encontrar aplicando la siguiente fórmula:

$$C_{F,L} = 0.544 C_{F,L}^{0.5} / \left\{ 5.61 C_{F,L}^{0.5} - 0.638 - \ln [Re_L C_{F,L}]^{-1} + (4.84 C_{F,L}^{0.5} L/R)^{-1} \right\} \quad (21)$$

Esta ecuación puede usarse para calcular $C_{f,x}$ reemplazando $C_{f,L}$, Re_L y L por $C_{f,x}$, Re_x y L_x , y se resuelve mediante el método de ensayo y error, ya que $C_{f,L}$ (o $C_{f,x}$) aparece en forma implícita.

El coeficiente de arrastre para el flujo laminar puede calcularse mediante la siguiente fórmula:

$$C_{f,x} = 1.328 / Re_x^{0.5} \quad (22)$$

Si $Re_L < Re_x$, entonces la capa límite completa es laminar y $C_F = C_{F,L}$, lo que se encuentra aplicando la ecuación (22) con Re_L en lugar de Re_x .

Para una capa límite completamente turbulenta, como puede esperarse en un canal de entrada o de salida, en una transición convergente, o en una divergente (véase ilustración 1), el coeficiente de arrastre puede tomarse como 0.00235. La pérdida de carga para cada parte del aforador se calcula con la siguiente fórmula:

$$\Delta H_L = \frac{C_F L}{R} \frac{V^2}{2g} \quad (23)$$

donde L es la longitud de cada tramo considerado, y R es el radio hidráulico (área/perímetro mojado). La pérdida de carga combinada del canal de llegada, la transición convergente y la garganta se restan a la carga de energía en la sección de aforo para dar la carga de energía en la sección crítica $H_c = H_1 - \Delta H_1$. Sustituyendo (1) y H_c en (4) y_c se puede expresar como:

$$y_c = H_1 - A_c / 2 B_c - \Delta H_1 \quad (24)$$

en donde $\Delta H_1 = \Delta H_a + \Delta H_b + \Delta H_L$ y ΔH_a , ΔH_b y ΔH_L , que corresponden a las pérdidas de carga en el canal de entrada, la sección convergente y la garganta, respectivamente.

Rugosidad de los materiales de construcción. La rugosidad absoluta de un número de materiales típicos usados en la construcción de estructuras de medición se señala en el cuadro 2. El análisis de los efectos de la rugosidad muestra que un cambio en varios órdenes de magnitud de K produce menos de 0.5% (y muchas veces menos de 0.1%) de cambio en el gasto. De esta forma, el uso de materiales desde vidrio liso hasta concreto rugoso tendrá un efecto mínimo en el gasto. Sin embargo, esto no debe ser pretexto para hacer una construcción con acabado de baja calidad. Si las superficies en la sección de control tienen grandes ondulaciones e irregularidades, el gasto resultante puede tener un error considerable. Debe tenerse presente que la rugosidad del material y el grado de tolerancia en la construcción pueden ser fuentes potenciales de error.

2. Valores de k para diversos materiales de construcción

Material	k (m)
Vidrio, plástico, fibra de vidrio	$10^{-6} - 10^{-5}$
Metal pulido o pintado	$2 \times 10^{-5} - 10^{-4}$
Lámina metálica galvanizada	$10^{-4} - 10^{-3}$
Madera pulida o cepillada	$2 \times 10^{-4} - 10^{-3}$
Concreto aplanado fino	$10^{-4} - 2 \times 10^{-3}$
Concreto lanzado o escobillado	$5 \times 10^{-4} - 5 \times 10^{-3}$

Modelo matemático

Para obtener la relación calibrada carga-gasto de un aforador dado, se requiere aplicar las ecuaciones antes referidas en una secuencia apropiada para una solución computacional. Para un tirante dado Y_1 y una forma de aforador cualquiera, la ecuación (1) se resuelve usando un valor estimado de Y_3 para obtener A_3 y T . Esto produce un valor estimado de Q en la ecuación que se usa para aproximar el tirante crítico y las velocidades necesarias para obtener el valor estimado de H_f o ΔH_1 , que se requiere en la ecuación (24). Finalmente, α_3 se obtiene aplicando la ecuación (21). Esto completa un ciclo de iteración y el valor resultante de Y_3 se aplica de nuevo en la ecuación (1) en un segundo ciclo de iteración y así sucesivamente, hasta que se logra la convergencia. Se selecciona un valor nuevo para Y_1 y el proceso se repite hasta obtener una tabla de calibración para el caso particular que se estudie.

Aforadores de sección transversal compleja

Uso del modelo

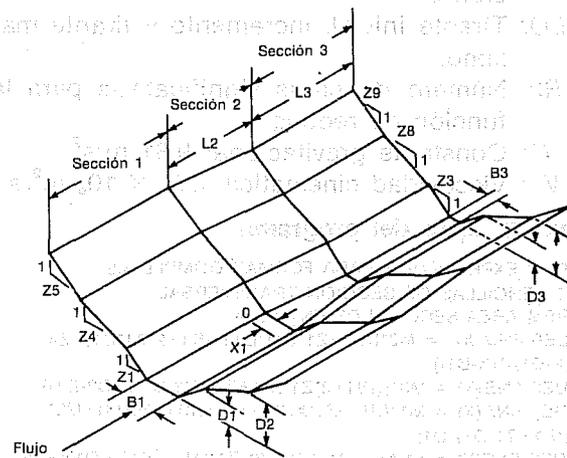
El propósito principal de este modelo es el de facilitar el diseño de este tipo de estructuras de medición, para lo cual se procuró incluir el caso general de sección transversal para formas complejas.

Como auxiliar en el diseño hidráulico de vertedor de cresta ancha, el programa calcula una tabla del tirante-gasto para la forma considerada del vertedor. La conveniencia de construir dicha forma de estructura se puede evaluar tomando en cuenta factores como: el rango de gastos que mide la sensibilidad, el ahogamiento límite (límite modular), la profundidad del canal (bordo libre), etc. Otro uso del modelo podría ser en pruebas de laboratorio, en cuyo caso se verificarían los límites de aplicación del modelo y se podrían hacer los ajustes pertinentes.

A continuación se muestra un programa de computadora en lenguaje *BASIC* que está basado en las ecuaciones anteriores. Las instrucciones 20 a 270 son expresiones para el cálculo del área de perímetro mojado y superficie libre de una sección compleja. Los factores M_1 a M_6 se hacen cero o uno dependiendo del tirante del flujo y de la forma particular del aforador. Si se calculan sólo formas sencillas, como las trapezoidales, incluyendo rectángulos y triángulos, estas instrucciones puede simplificarse considerablemente.

Los símbolos y nombres de la tabla de impresión y del programa tienen los siguientes significados como se muestra en la ilustración 6:

6. Aforador de sección compleja



Altura del cimacio: Evaluación de la plantilla de la garganta con respecto a la plantilla del canal de entrada en donde se mide Y_1 .

- B1:** Ancho de la plantilla del canal de llegada, sección 1.
- B3:** Ancho de plantilla de la garganta, sección 3.
- K:** Valor absoluto de la rugosidad del material en la garganta del aforador.
- X1:** Distancia del punto de medición a la sección de transición, la longitud de la primera sección que contribuye a la pérdida de carga por fricción.
- L2:** Longitud de la sección de transición, sección 2.
- L3:** Longitud de la garganta, sección 3.
- D1:** Distancia vertical de la plantilla, en la sección 1, al primer cambio de talud, si lo hay.
- D2:** Distancia vertical de la plantilla, en la sección 1, al segundo cambio de talud, si lo hay.

- D3: Distancia vertical de la plantilla, en la sección 3, al primer cambio de talud, si lo hay.
 D4: Distancia vertical de la plantilla, en la sección 3, al segundo cambio de talud, si lo hay.
 Z1: Talud de la porción inferior de la pared de la sección 1.
 Z3: Talud de la porción inferior de la pared de la sección 3.
 Z4: Talud de la pared entre D1 y D2, en la sección 1.
 Z5: Talud de la pared arriba de D2, en la sección 1.
 Z8: Talud de la pared entre D3 y D4, en la sección 3.
 Z9: Talud de la pared arriba de D4, en la sección 3.
 S,I,LO: Tirante inicial, incremento y tirante máximo.
 R2: Número de cifras significativas para la función de redondeo.
 G: Constante gravitacional 9.81 m/s².
 V1: Viscosidad cinemática 1.14 × 10⁶ m²/s

Anexo 1. Lista del programa

```

10 REM EXPRESIONES PARA FORMAS COMPLEJAS
   O SENCILLAS DE SECCION TRANSVERSAL
20 REM AREA SECCION DE ENTRADA
30 DEF FNM(X) = M2*((B1+Z1*D1)*D1+((B1+2*Z1*D1)+Z4*
(X-D1))*(X-D1))
40 DEF FNB(X) = M3*(((B1+2*Z1*D1)+Z4*(D2-D1))*(D2-D1))
50 DEF FNA(X) = M1*((B1+Z1*X)*X)+FNM(X)+FNB(X)+M3*
((B1+Z1*D1)*D1)
60 DEF FNE(X) = FNA(X)+M3*(B1+2*(Z1*D1+Z4*(D2-D1))+Z5*
(X-D2))*(X-D2)
70 REM ANCHO SUPERFICIE LIBRE, SECCION DE ENTRADA
80 DEF FNG(X) = M1*(B1+2*Z1*X)+M2*(B1+2*Z1*D1+2*Z4*
(X-D-D1))
90 DEF FNW(X) = FNG(X)+M3*(B1+2*Z1*D1+2*Z4*(D2-D1)
+2*Z5*(X-D2)
100 REM ANCHO SUPERFICIE LIBRE, SECCION CRITICA
110 DEF FNH(X) = M4*(B3+2*Z3*X)+M5*(B3+2*Z3*D3+2*Z8*(X-D3)
120 DEF FNN(X) = FNH(X)+M6*(B3+2*Z3*D3+2*Z8*(D4-D3)+2*Z9*
(X-D4))
130 REM AREA DE LA SECCION CRITICA
140 DEF FNF(X) = M6*(((B3+2*Z3*D3)+Z8*(D4-D3))*(D4-D3))
150 DEF FNV(X) = M5*(((B3+Z3*D3)*D3+((B3+2*Z3*D3)+Z8*
(X-D3))*(X-D3))
160 DEF FND(X) = M4*((B3+Z3*X)*X)+FNV(X)+FNF(X)+M6*
((B3+Z3*D3)*D3)
170 DEF FNC(X) = FND(X)+M6*(B3+2*(Z3*D3+Z8*(D4-D3))+Z9*
(X-D4))*(X-D4)
180 REM PERIMETRO MOJADO DE LA SECCION DE ENTRADA
190 DEF FNI(X) = M1*(B1+2*X*(1+Z1*Z1)5)
200 DEF FNJ(X) = M2*(B1+2*D1*(1+Z1*Z1)5+2*(X-D1)*(1+Z4*Z4)5)
210 DEF FNK(X) = M3*(B1+2*D1*(1+Z1*Z1)5+2*(D2-D1)*
(1+Z4*Z4)5)
220 DEF FNP(X) = M3*(2*(X-D2)*(1+Z5*Z5)5)+FNK(X)+
FNJ(X)+FNI(X)
230 REM PERIMETRO MOJADO DE LA SECCION CRITICA
240 DEF FNQ(X) = M4*(B3+2*X*(1+Z3*Z3)5)
250 DEF FNT(X) = M5*(B3+2*D3*(1+Z3*Z3)5+2*(X-D3)*(1+Z8*Z8)5)
260 DEF FNU(X) = M6*(B3+2*D3*(1+Z3*Z3)5+2*(D4-D3)*
(1+Z8*Z8)5)
    
```

```

270 DEF FNO(X) = M6*(2*(X-D4)*(1+Z9*Z9)5)+FNU(X)
   +FNT(X)+FNQ(X)
280 REM FUNCION PARA REDONDEAR NUMEROS A R2
   CIFRAS SIGNIFICATIVAS
290 DEF FNL(X) = LOG(X)/2.30258
300 DEF FNR(X) = INT(X*10^INT(R2-FNL(X))+.5)/10^INT(R2-FNL(X))
310 READ B1,B3
320 DATA .305,.762
330 READ Z1, Z3
340 DATA 1.0,1.0
350 READ S, I, LO
360 DATA .01,.01,.4
370 READ K
380 DATA .0001
390 READ L3
400 DATA .61
410 READ Y8
420 DATA .229
430 READ L1, L2
440 DATA .04,.687
450 READ Z4, Z5, Z8, Z9
460 DATA 1.0,1.0,1.0,1.0
470 READ D1, D2, D3, D4
480 DATA .50,0,0,0
490 READ R2, G, V1
500 DATA 4,9.81,1.141E-6
510 N = 40
520 P = 0
530 CLS
540 INPUT "NOMBRE DEL ARCHIVO DE SALIDA";ARCH$
550 OPEN ARCH$ FOR OUTPUT AS #1
560 FOR Y1 = S TO LO STEP I
570 CLS
580 PRINT "CALCULO DE GASTO PARA ";Y1;" M. DE ESCALA"
590 Y = Y8+Y1
600 IF Y1 < (D1-Y8) THEN GOTO 660
610 IF Y1 < (D2-Y8) THEN GOTO 700
620 M3 = 1
630 M1 = 0
640 M2 = 0
650 GOTO 730
660 M1 = 1
670 M2 = 0
680 M3 = 0
690 GOTO 730
700 M2 = 1
710 M1 = 0
720 M3 = 0
730 C = 0
740 M = 0
750 Q5 = 0
760 M6 = 0
770 Q = 0
780 A1 = 1
790 A3 = 1
800 Y3 = .7*Y1
810 Q3 = Q
820 IF Y3 < D3 GOTO 880
830 IF Y3 < D4 GOTO 920
840 M6 = 1
850 M4 = 0
860 M5 = 0
870 GOTO 950
880 M4 = 1
890 M5 = 0
900 M6 = 0
910 GOTO 950
920 M5 = 1
930 M4 = 0
940 M6 = 0
950 Q = (G*(FNC(Y3))^3/(A3*FNN(Y3)))5
960 IF ABS(Q-Q3) < .0001*Q THEN GOTO 1050
    
```

```

970 Y4 = Y3
980 YO = Q*Q/(2*G*(FNE(Y)2))
990 YO = YO*A1+Y1-H6
1000 Y3 = YO-FNC(Y3)/(2*FNN(Y3))
1010 C = C+1
1020 IF ABS(Y3-Y4) < .0001*Y4 THEN GOTO 810
1030 IF C>1000 THEN GOTO 2060
1040 GOTO 970
1050 IF M < 0 THEN GOTO 1080
1060 Q9 = Q
1070 M = 1
1080 IF ABS(Q5-Q) < .0001*Q THEN GOTO 1240
1090 Q5 = Q
1100 GOSUB 1390
1110 REM CALCULO DE ALFA3
1120 E = 1.77*C65
1130 A2 = 1.5*FNO(Y3)/FNN(Y3)-.5
1140 IF A2 < 2 THEN GOTO 1160
1150 A2 = 2
1160 A4 = .025*L3/(FNC(Y3)/FNO(Y3))-05
1170 IF A4 > 0 THEN GOTO 1190
1180 A4 = 0
1190 IF A4 < 1 GOTO 1210
1200 A4 = 1
1210 A3 = 1+(3*E*E-2*E3)*A2*A4
1220 A1 = 1.04
1230 GOTO 980
1240 F1 = Q/(FNE(Y)1.5*(G/FNW(Y))5)
1250 V = Q/FNE(Y)
1260 V3 = Q/FNC(Y3)
1270 C4 = Q/Q9
1280 GOSUB 1700
1290 NEXT Y1
1300 PRINT #1, " "
1310 INPUT K
1320 PRINT #1, USING " K = ##### "; K
1330 IF K >= 1 THEN GOTO 2070
1340 N = 0
1350 PRINT #1, " "
1360 GOTO 560
1370 REM SUBROUTINA DE PERDIDAS POR FRICCION
1380 PRINT #1 FNC(Y3), V1
1390 R = Q/FNC(Y3)*(L3/V1)
1400 R = Q/FNC(Y3)*(L3/V1)
1410 R5 = 350000! + L3/ K
1420 C1 = 1.325/R5
1430 X1 = R
1440 X2 = L3
1450 GOSUB 1630
1460 C6 = CO
1470 IF R<R5 THEN GOTO 1540
1480 X1 = R5
1490 X2 = R5*V1/(Q/FNC(Y3))
1500 GOSUB 1630
1510 C8 = CO
1520 C7 = C6-(R5/R)*(C8-C1)
1530 GOTO 1550
1540 C7 = C1
1550 H3 = C7*FNO(Y3)*L3*Q*Q/(2*G*FNC(Y3)3)
1560 Y2 = Y3+(5/8)*(Y1-Y3)
1570 H2 = FNP(Y)*L2*Q*Q/FNE(Y)3
1580 H2 = H2+FNO(Y2)*L2*Q*Q/FNC(Y2)3
1590 H2 = H2*.00235/(4*G)
1600 H1 = .00235*FNP(Y)*L1*Q*Q/(2*G*FNE(Y)3)
1610 H6 = H1+H2+H3
1620 RETURN
1630 CO = .005
1640 C9 = CO
1650 J = (.544*CO5)
1660 CO = J/(5.61*CO5-.638-LOG(1/(X1*CO)+1/(4.84*X2/K*CO5)))
1670 IF ABS(CO-C9)>.00001 THEN GOTO 1640
1680 RETURN
1690 REM SUBROUTINA DE IMPRESION
1700 IF N = 40 THEN GOTO 1750
1710 IF N/5-INT(N/5) = 0 THEN GOTO 1730
1720 GOTO 1900
1730 PRINT #1, " "
1740 GOTO 1900
1750 N = 0
1760 P = P+1
1770 PRINT #1, " "
1780 PRINT #1, "DIMENSIONES DEL AFORADOR:
    ALTURA DEL CIMACIO = ";Y8;
1790 PRINT #1, " K = ";K
1800 PRINT #1,USING " B1 = ###.## Z1 = ..###";B1,Z2;
1810 PRINT #1,USING " X1 = ###.## B3 = ###.## Z3 = ###.##";
    L1,B3,Z3
1820 PRINT #1,USING " D1 = ###.## Z4 = ###.##";D1,Z4;
1830 PRINT #1,USING " L2 = ###.## D3 = ###.## Z8 =
    ###.##";L2,D3,Z8
1840 PRINT #1,USING " D2 = ###.## Z5 = ###.##";D2,Z5;
1850 PRINT #1,USING " L3 = ###.## D4 = ###.## Z9 =
    ###.##";L3,D4,Z9
1860 PRINT #1," Y1 Q TIRANTE NUM. DE "
1870 PRINT #1," m m3/s CRITICO FR.EN Y ";
1880 PRINT #1," Q-IDEAL C.GASTO V1 ALF 3 Y3"
1890 PRINT #1,"
1900 Q = FNR(Q)
1910 C4 = FNR(C4)
1920 V = FNR(V)
1930 A3 = FNR(A3)
1940 Q9 = FNR(Q9)
1950 Y1 = FNR(Y1)
1960 R2 = 3
1970 Y3 = FNR(Y3)
1980 F1 = FNR(F1)
1990 Y3 = FNR(Y3)
2000 R2 = 4
2010 PRINT #1,USING "###.## ###.## ###.## #.### ";Y1,Q,Y3,F1;
2020 PRINT #1,USING "###.## ###.## ###.##"; Q9,C4,V;
2030 PRINT #1,USING "###.## ###.##"; A3,V3
2040 N = N+1
2050 RETURN
2060 PRINT #1 "C = ";C
2070 END

```

Bibliografía

Bos, M.G., Replogle, J.A., y Clemmens, A.J. *Flow Measuring Flumes for Open Channel Systems*, John Wiley & Sons, Nueva York, NY, E.U.A., 1984.

Chow, V.T. *Open-Channel Hydraulics*, McGraw-Hill Book Co., Nueva York, NY, E.U.A., 1959.

Replogle, J.A. "Flumes and broad crested weirs: mathematical modeling and laboratory ratings" en H.H. Dijkstra E.A. Spender. *Flow Measurement of Fluids*, (FLOMECO), North Holland Publishing Company, Amsterdam, The Netherlands, 1978.

Schlichting, H. *Boundary layer theory*, McGraw-Hill Book Co., Nueva York, N.Y., E.U.A., 1960.